



AIX-MARSEILLE UNIVERSITE  
École doctorale 356 Cognition, langage, éducation

THÈSE  
pour obtenir le grade de  
DOCTEUR en sciences de l'éducation

par Francine ATHIAS  
21 novembre 2014

LA GEOMETRIE DYNAMIQUE COMME MOYEN DE  
CHANGEMENT CURRICULAIRE

Dirigée par : Teresa ASSUDE

JURY :

Mme Teresa Assude, professeure Université Aix Marseille (Directeur)

Mme Brigitte Grugeon, professeure Université Paris Est Créteil (Rapporteur)

Mme Ghislaine Gueudet, professeure Université Bretagne Occidentale (Rapporteur)

M. Gérard Sensevy, professeur Université Bretagne Occidentale

Je remercie d'abord Teresa Assude pour m'avoir fait confiance au tout début du processus de recherche, pour son soutien et ses précieux conseils tout au long de ce travail de thèse.

Je remercie tous les professeurs des écoles qui m'ont accueillie dans leur classe, en particulier Philippe, Olivier et Jean-Luc, sans qui rien de tout cela n'aurait été possible. Merci également aux Inspecteurs de l'éducation nationale qui m'ont autorisée à aller dans des classes de l'école primaire.

Je remercie l'Université de Franche-Comté et l'IUFM de Franche-Comté, maintenant ESPE, qui m'ont accordé des aménagements de service me permettant de travailler dans les meilleures conditions.

Merci à Dominique, mon ami, mon soutien.

## Sommaire

Introduction.....	4
<b>PREMIÈRE PARTIE : CADRE THÉORIQUE, PROBLÉMATIQUE ET MÉTHODOLOGIE.....</b>	<b>8</b>
Chapitre 1 : Dessin-figure dans les environnements papier-crayon et tracenpoche et intégration de l'environnement tracenpoche.....	9
Chapitre 2 : éléments théoriques pour la construction des situations.....	38
Chapitre 3 : éléments théoriques pour l'analyse des situations.....	50
Chapitre 4 : problématique et éléments méthodologiques.....	59
<b>DEUXIÈME PARTIE : ANALYSE DES SITUATIONS.....</b>	<b>64</b>
Situation 1.....	65
Situation 2.....	122
Situation 3.....	203
Situation 4.....	256
Situation 5.....	336
<b>SYNTHÈSE DES RÉSULTATS ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>414</b>
Synthèse des résultats par classe.....	415
Tracenpoche comme milieu pour l'étude en géométrie.....	421
Conditions et restrictions concernant la mise en œuvre de situations intégrant l'environnement tracenpoche .....	426
Perspectives : vers une conception collaborative des situations.....	429
Conclusion.....	433
<b>TABLE DES MATIÈRES DÉTAILLÉE.....</b>	<b>434</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>443</b>

## Introduction

Mon expérience de formateur de futurs professeurs des écoles m'a permis d'entendre les difficultés exprimées par les professeurs à enseigner la géométrie à l'école primaire. Cela m'a questionné et différentes voies étaient possibles pour essayer d'y réfléchir. J'ai choisi de m'intéresser à la manière dont on pouvait enseigner la géométrie en utilisant d'autres moyens que ceux utilisés habituellement, notamment en utilisant les technologies numériques. L'usage de la géométrie dynamique m'est apparu comme un autre moyen pertinent pour essayer de changer cette situation.

Ce choix suppose d'introduire un nouvel outil, un logiciel de géométrie dynamique. Or, les enseignants de l'école primaire intègrent peu les Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement (TICE) dans les pratiques mathématiques. Imbert (2007) explique, dans sa thèse, que leurs difficultés à intégrer les TICE dans leurs pratiques mathématiques peuvent provenir des contraintes qu'ils rencontrent, soit des contraintes institutionnelles soit des contraintes internes à la classe. La géométrie dynamique pour des élèves de cycle 3 est à la fois dans un contexte favorable, dans la mesure où de nombreuses recherches sont menées depuis vingt ans pour l'intégrer dans les curricula, et dans un contexte moins favorable, dans la mesure où les TICE, tout en étant de plus en plus intégrés, ne le sont pas forcément en mathématiques à l'école primaire.

Pour commencer mon travail de recherche, j'ai comparé d'abord l'évolution de deux études issues de la commission ICMI, *International Commission on Mathematical Instruction*, sur l'utilisation des nouvelles technologies, l'une en 2006, l'autre en 1985. L'étude de 2006 (the 17th ICMI study, *Mathematics Education and Technology Rethinking The terrain*, *International Commission on Mathematical Instruction*, Hoyles & Lagrange, 2006) prend pour objet l'utilisation des technologies numériques dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques à travers le monde. Cette étude, qui concerne toutes les technologies numériques et non pas seulement la géométrie dynamique, vise essentiellement deux objectifs. D'une part, elle propose de réfléchir à des utilisations réelles de la technologie dans l'enseignement. D'autre part, elle invite à étudier diverses applications matérielles et logicielles qui pourraient améliorer ou modifier l'apprentissage des mathématiques à tous les niveaux scolaires. Par contre, dans l'étude précédente de 1985 qui s'intitulait « The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching<sup>1</sup> » (Howson, Kahane, 1985), les auteurs remarquaient l'absence d'indice d'un réel impact sur les *curricula* du secondaire et de l'Université, les écoles primaires n'étaient pas étudiées. Cela signifie donc que depuis vingt ans, les recherches se sont également développées concernant l'intégration des TICE à tous les niveaux d'étude.

Parmi les nombreuses recherches, je me suis d'abord intéressée à celles qui expliquent pourquoi l'intégration des nouvelles technologies est faible dans les classes malgré une volonté politique forte de les inclure. Assude, Buteau et Forgasz (2010) posent la question des facteurs qui influencent les curricula de mathématiques dans un environnement technologique. Elles en repèrent quatre : les facteurs sociaux, politiques, économiques et culturels, les facteurs mathématiques et épistémologiques, les facteurs scolaires et institutionnels et enfin les facteurs didactiques dans la classe. Les facteurs qui influencent l'enseignement des mathématiques dépassent donc largement la classe et forment un système complexe dans lequel les éléments didactiques ne forment qu'un aspect. Nous allons reprendre ces différents facteurs repérés par Assude et al. (2010) pour analyser l'introduction de la géométrie dynamique à l'école primaire.

---

1 Traduction : L'influence des ordinateurs et de l'informatique sur les mathématiques et l'enseignement



Pour ce qui concerne le premier facteur, qui se situe au niveau social, politique, économique et culturel, nous pouvons remarquer une forte volonté politique d'intégrer les TICE dans les curricula de l'école primaire. Une des sept compétences du deuxième palier pour la maîtrise du socle commun concerne la maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication. L'école doit donc préparer le futur citoyen à l'usage de l'informatique. Artigue (1997, p. 133) explique que « des actions institutionnelles de grande ampleur sont menées pour promouvoir l'intégration des nouvelles technologies à l'enseignement », tout en insistant sur le fait que l'innovation est favorisée au détriment de l'intégration. Lagrange et Dedeoglu (2009, p. 191) complètent en indiquant que « l'intégration des technologies se définit comme un processus réfléchi et durable d'utilisation de l'ordinateur alors que la projet de l'innovation est de produire des utilisations nouvelles donc transitoires ». Nous voulons dans cette thèse examiner d'autres facteurs pour comprendre les difficultés dans l'usage des TICE, en particulier dans l'usage de la géométrie dynamique, sachant le contexte politique plutôt favorable.

Pour le deuxième facteur, qui se situe au niveau mathématique et épistémologique, des changements sont identifiés. Certains mathématiciens introduisent certes une approche expérimentale dans leurs recherches pour explorer des conjectures en utilisant la puissance des nouvelles technologies. Mais ils se concentrent traditionnellement sur les questions de preuve. Les références de l'enseignement de la géométrie pour les enseignants du secondaire et du primaire sont donc les mathématiques basées sur les démonstrations plutôt que sur une approche expérimentale. Pour introduire de nouvelles manières d'enseigner, par exemple à travers l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, il est nécessaire d'aider au développement de l'intégration des TICE. Par conséquent, nous nous posons la question de la place de la géométrie dynamique au niveau scolaire et institutionnel.

C'est ce que Assude et al. (2010) repèrent comme troisième facteur, sachant que le contexte social politique, social économique est plutôt favorable et que des changements au niveau mathématiques et épistémologique sont notés légitimant ainsi l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement. Nous allons maintenant regarder le contexte curriculaire de la géométrie à l'école primaire et les conditions d'intégration de la géométrie dynamique dans les curricula. L'enseignement de la géométrie, en tant que discipline des mathématiques explicites, commence à l'école primaire dès le cycle 2<sup>2</sup>. Il se poursuit au cycle 3. Nous regardons ce qu'est la pratique de la géométrie au cycle 3, dans cette phase d'initiation à la formalisation des propriétés géométriques. La géométrie de l'école primaire s'appuie d'abord sur le sensible. L'élève reconnaît un rectangle : l'objet tracé sur la feuille de papier est un rectangle. Puis, selon l'avancée dans le curriculum, il prend une équerre pour vérifier que cet objet tracé là comporte effectivement quatre angles droits. Autrement dit, l'utilisation des instruments valide la conjecture pour un objet spécifique dans les tâches de reconnaissance. De la même manière, l'élève prend l'équerre pour tracer sur la feuille de papier le rectangle qui lui est demandé. Autrement dit, l'usage des instruments permet la construction. C'est le passage d'une géométrie perceptive à une géométrie instrumentée. Les connaissances des élèves sont liées à l'objet de l'environnement papier-crayon. Ces connaissances font bien référence à des propriétés issues de la géométrie euclidienne, par exemple dans le cas du rectangle « si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle », même si cette propriété n'est pas énoncée sous cette forme à notre niveau d'étude. Nous nous interrogeons sur une manière de rendre nécessaire ces propriétés, non pas sur l'objet spécifique tracé - le rectangle ABCD que l'on a devant les yeux - , mais sur un objet générique - un rectangle ABCD - , quelles que soient ses dimensions et son orientation, en introduisant un logiciel de géométrie dynamique, Tracenpoche. Les programmes de 2002 pour le cycle 3 faisaient allusion à l'usage de logiciels de géométrie. Ceux de 2008 ne les mentionnent pas explicitement : « les technologies de l'information et de la communication sont

---

2 En cycle 1, la découverte des formes fait partie d'un grand domaine d'activités : découvrir le monde. L'appellation « géométrie » n'est pas utilisée.

utilisées dans la plupart des situations d'enseignement ». Les discours noosphériens incitent à l'utilisation d'un environnement riche en technologie. Durpaire, IGEN (2007) présente les outils de la géométrie dynamique comme une manière de manipuler les objets géométriques pour aider à la compréhension des propriétés. Les écoles primaires sont dotées de plus en plus de matériels. Mais cela ne suffit pas à modifier l'enseignement des mathématiques. Les nouveaux manuels sont parfois numériques, utilisables sur un tableau numérique interactif (TNI), mais la géométrie dynamique est souvent absente. Localement, si l'on prend par exemple le programme de formation continue des professeurs des écoles dans le département du Doubs pour l'année 2013-2014, sur les seize dispositifs à candidature individuelle, quatre ont pour thème l'usage des technologies numériques pour l'exercice du métier, dont un stage de géométrie prenant appui sur la géométrie dynamique (« géométrie en cycle 3 : faire de la géométrie pendant une année, en prenant appui sur les instruments usuels de tracé et sur la géométrie dynamique », stage dont la responsable, c'est moi-même). Par ailleurs, des communautés de ressources, institutionnelles ou non, se développent. Des sites institutionnels (PrimTice portail des TICE pour l'école primaire, par exemple) mettent à disposition des enseignants des fiches de séquences permettant l'intégration des TICE dans les classes de l'école primaire, en particulier de la géométrie dynamique (<http://primtice.education.fr/>). Des sites d'associations indépendants (Sesamath par exemple, <http://www.sesamath.net/>) proposent également des exercices en ligne, accessibles dès l'école primaire, la géométrie dynamique est présente. L'association Sesamath développe un « laboratoire de mathématiques » (LaboMep) qui comporte des outils (dont Tracenpoche) pour que le professeur puisse créer des séances de travail pour les élèves. Nous pouvons donc constater un développement des ressources accessibles aux professeurs des écoles. Nous notons cependant qu'il est difficile, pour des enseignants de l'école primaire d'utiliser de tels outils sans étude préalable. Nous savons par ailleurs que les enseignants du primaire ne sont pas des spécialistes en mathématiques, l'accent étant mis sur la polyvalence. Acosta (2008) explique également, que des efforts demandés aux enseignants du second degré sont importants. Non seulement, ils doivent développer une maîtrise du logiciel, mais en plus, ils doivent s'adapter à l'inclure dans leurs pratiques, remettant ainsi en question toutes leurs habitudes d'enseignement des mathématiques. Cette remarque s'applique à plus forte raison aux professeurs des écoles, pour qui les mathématiques n'ont pas fait l'objet d'une étude approfondie, voire à ceux pour qui elles constitueraient un point faible. Nous ne nous poserons pas directement la question des raisons de cet accès difficile. Par contre, nous allons nous intéresser à la manière dont un professeur organise l'introduction de la géométrie dynamique.

Enfin, Assude & al. (2010) considère le quatrième facteur, qui se situe au niveau didactique de la classe. C'est à ce niveau que nous étudier ce que représente l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique dans une classe. Nous savons que des facteurs humains peuvent être pris en compte, par exemple, les conceptions des enseignants, leur intérêt par rapport aux nouvelles technologies tant du point de vue personnel ou professionnel. Ce n'est pas cet aspect que nous étudions. Nous allons nous intéresser à la question des tâches proposées dans l'environnement dynamique. Comment adapter les tâches dans l'environnement dynamique (notamment tracenpoche) de sorte qu'elles soient accessibles aux élèves ? Quelles sont les techniques possibles ? Quelles sont les techniques attendues ? Quels liens établir entre l'environnement papier-crayon et l'environnement tracenpoche ? Quelles connaissances géométriques sont visées ? Cela ne signifie pas une remise en cause des connaissances mathématiques visées, mais un changement au niveau des moyens d'atteindre ces connaissances. Autrement dit, introduire un logiciel de géométrie dynamique dans une classe de cycle 3 provoque un changement curriculaire au niveau de cette classe. Est-ce que ce changement curriculaire est accessible du point de vue des enseignants, des élèves ? Différents travaux de recherche ont montré comment les enseignants de l'école primaire parviennent à intégrer un logiciel de géométrie dynamique (Grugeon-Allys, 2008). D'autres travaux ont mis en évidence des conditions et des contraintes de l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique en cycle 3

(Assude & Gelis, 2002). Nous nous appuyons sur ces travaux pour avancer que ce changement curriculaire est possible.

Nous avons proposé à trois classes et donc trois professeurs d'utiliser l'environnement tracenpoche. Pour cela, nous leur avons proposé des situations à mettre en œuvre et à adapter en fonction de leurs contraintes propres. Nous cherchons à analyser comment les connaissances géométriques sont articulées dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche, à l'épreuve de la classe. Nous notons que les professeurs, qui ont accepté l'expérimentation des situations construites autour de la géométrie dynamique, sont donc favorables à une introduction des TICE dans leur classe, en particulier de la géométrie dynamique.

Après avoir pris connaissance des recherches antérieures sur le sujet, nous allons donner à voir dans cette thèse une introduction de la géométrie dynamique en cycle 3. Nous avons proposé une série de cinq situations contenant différentes activités de l'école primaire, en entrelaçant dans les situations l'environnement tracenpoche et l'environnement papier-crayon. Nous tenterons de montrer comment la mise en œuvre de ces situations dans les classes peut favoriser le passage du dessin à la figure.

Dans une première partie, nous présentons le cadre théorique, la problématique et la méthodologie. Nous intéresserons d'abord à la dialectique dessin-figure spécifiée dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche. Nous présenterons ensuite les éléments théoriques pour concevoir et pour analyser les situations que les professeurs vont mettre en œuvre dans leurs classes et des transactions professeur-élèves au cours de ces mises en œuvre. Nous préciserons notre problématique. Enfin, nous expliciterons les éléments méthodologiques.

Dans une deuxième partie, nous rendrons compte de la réalisation effective dans trois classes de cycle 3 pour chacune des cinq situations. Cette partie sera donc le cœur de la thèse. Pour chaque situation, nous suivons le même plan.

1. Description de la situation
2. Les choix de conception
3. Analyse *a priori*
4. Mises en œuvre dans les classes
5. Dans la classe de M
6. Dans la classe de PB
7. Dans la classe de T
8. Conclusion partielle concernant la situation, mise en œuvre dans les classes

Pour faciliter la lecture, nous présentons un plan de l'analyse de chaque situation au début de chacune d'elle.

Enfin, dans une dernière et courte partie, nous envisagerons les perspectives ouvertes par notre travail de recherche.

Une table des matières détaillée en fin de document permet de s'orienter plus facilement dans les analyses.

## **Première partie : cadre théorique, problématique et méthodologie**

# Chapitre 1 : Dessin-figure dans les environnements papier-crayon et tracenpoche et intégration de l'environnement tracenpoche

Il s'agit dans ce chapitre d'éclairer notre sujet d'étude en nous appuyant sur différentes recherches à propos de l'enseignement de la géométrie (paragraphe 1) et sur la géométrie dynamique (paragraphe 2). Nous ne cherchons pas à établir une bibliographie exhaustive des travaux concernant ce domaine d'étude, mais plutôt à constituer un socle de travail pour notre recherche. Nous essayons de décrire ce que peut être l'environnement tracenpoche (paragraphe 3) et comment il peut être intégré dans la classe (paragraphe 4).

## 1 - Dialectique dessin-figure

Les représentations graphiques sont essentielles dans l'enseignement de la géométrie, mais ces représentations graphiques vont prendre des formes très différentes suivant le niveau d'enseignement, de ce que nous appellerons « dessin » à ce que nous nommerons « figure ». Nous allons d'abord préciser la nature des représentations utilisées à l'école primaire, et nous positionner quant au statut de dessin ou de figure qui leur sera attribué. À travers les programmes par exemple (BO, 2008), ces représentations graphiques sont clairement présentées pour permettre aux élèves de voir, de tracer. Nous voyons des élèves de cycle 3 faire le dessin de deux droites perpendiculaires avec une règle. *A posteriori* une équerre, en tant qu'instrument de validation de tracé permet d'affirmer que les deux droites sont perpendiculaires. Mais est-ce bien là le rôle de la représentation graphique que nous attendons à l'école primaire ?

### 1.1 - Figure

Nous examinons la proposition de définition de Parzysz (1988, p. 80) : « the figure is the geometrical object which is described by the text defining it<sup>3</sup> », « this figure is most often represented<sup>4</sup> ». Il propose ces termes pour une figure de l'espace (de dimension 3). Mais ces derniers sont également adaptés pour une figure du plan (de dimension 2). Dans ce cas, l'objet théorique auquel se réfère la représentation graphique est nommé « figure ». Arsac (1999, p. 388) explique que le dessin ne peut pas être le dessin au sens habituel, mais qu'il est un support pour le géomètre « le dessin représente (au sens courant du terme) l'objet de la géométrie dont on peut affirmer du point de vue du mathématicien : - qu'il n'est pas le dessin et -que le dessin est un médiateur indispensable entre le géomètre et son objet ». Lemonnier Jore (2006) explique que le dessin sur lequel nous travaillons n'est pas n'importe quel dessin, dans le sens où « le dessin géométrique a déjà subi par le sujet qui le regarde une transformation intellectuelle, une interprétation pour en faire un dessin géométrique ». Pour évoquer les propriétés du dessin, nous citons l'extrait de Laborde et Capponi (1994, p. 169) « Un dessin renvoie aux objets théoriques de la géométrie dans la mesure où celui qui le lit décide de le faire, l'interprétation est évidemment dépendante de la théorie avec laquelle le lecteur choisit de lire le dessin ainsi que des connaissances de ce lecteur. Le contexte joue un rôle fondamental dans le choix du type d'interprétation ».

Pour ces auteurs, nous avons ainsi le dessin, représentant d'un objet géométrique nommé figure, du point de vue de l'expert. Cet objet géométrique est décrit à partir d'un dessin, sous la forme d'un texte incluant des relations géométriques.

### 1.2 - Voir les figures

La question est de savoir comment sont évoquées les relations géométriques qui permettent de

---

3 Une figure est l'objet géométrique, décrit par un texte qui la définit.

4 La figure est le plus souvent représentée.

passer du dessin (ce que l'on voit) à la figure (l'objet géométrique dont le dessin est une représentation). Duval (2005) n'évoque pas la distinction du dessin et de la figure. Il classifie les manières de voir en fonction du rôle des figures. Il définit la manière de voir du botaniste, de l'arpenteur géomètre, du constructeur et de l'inventeur bricoleur. Ainsi, la manière du botaniste est d'apprendre à reconnaître et à nommer les formes élémentaires tout en étant capable de voir les similitudes et les différences. Duval explique que ce « type d'activité n'a rien d'une activité géométrique » dans la mesure où les propriétés sont distinguées de manière visuelle (*Ibid.*, p. 10). Une deuxième manière de voir est celle de l'arpenteur géomètre. À partir de mesures de longueurs sur le terrain, il s'agit de reporter sur le dessin et de résoudre le problème sur le dessin, pour pouvoir le résoudre dans la réalité. Duval reprend l'exemple du problème du vitrier de la thèse de Berthelot et Salin (1992). Ces derniers ont également expliqué que le lien entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques n'est pas suffisamment enseigné. Dans ces deux cas, le dessin est lui-même objet d'étude. Mais il ne permet pas de travailler sur ce que peut représenter le dessin, à savoir un objet géométrique. Il conclut : « Ce type d'activité montre les difficultés que beaucoup d'élèves rencontrent pour mettre en correspondance ce qu'ils voient sur le terrain et ce qui est dessiné sur une feuille » (Duval, 2005, p. 10). Duval définit une troisième manière de voir, celle du constructeur. La particularité des figures géométriques sont celles qui sont constructibles avec les instruments (*Ibid.*, p. 11) « Les figures géométriques ne se dessinent pas à main levée, elles se construisent à l'aide d'un instrument qui guide le mouvement de la main ou qui s'y substitue ». Mais, il sous-entend que l'instrument utilisé est adéquat et que les contraintes de construction permettent d'expérimenter les propriétés. Il définit par ailleurs une quatrième manière de voir, celle de l'inventeur-bricoleur. Ce dernier doit faire face à des problèmes qui exigent une déconstruction visuelle des formes perceptives élémentaires. « Ces problèmes touchent une capacité fondamentale qui est la condition nécessaire à toute utilisation heuristique des figures : ajouter des tracés supplémentaires à une figure de départ afin de découvrir sur la figure une procédure de résolution » (*Ibid.*, p. 11-12). Pour nous, ces différentes manières de voir vont nous inciter à réfléchir sur la manière d'appréhender les représentations graphiques auxquelles les élèves de l'école primaire vont être confrontés. Des difficultés peuvent venir du statut du dessin. D'un côté, il peut empêcher l'émergence d'une géométrie dans laquelle des propriétés sont en jeu. D'un autre côté, il a un rôle essentiel dans la compréhension des problèmes de géométrie. Nous pensons qu'il est nécessaire de spécifier la manière de voir les objets géométriques. En reprenant l'idée de Sensevy (2011), pour comprendre ce qui est dit dans la classe de géométrie à l'école primaire, il s'agit de décrire un « arrière-plan qui donne un sens aux actions ».

### 1.3 - Paradigmes géométriques

Il ne s'agit pas seulement de voir un dessin ou de voir une figure. Il est nécessaire de savoir quelles actions il est possible de mener. Le concept de paradigme géométrique que proposent Houdement et Kuzniak (1999, 2006) va permettre de tenir compte de différents aspects : la nature des objets, les actions possibles sur ces objets et les outils théoriques disponibles.

Ils ont proposé trois paradigmes, GI, GII et GIII, en mettant en évidence une certaine continuité entre eux. Ils décrivent ainsi « la géométrie naturelle, qui a pour source de validation la réalité, le monde sensible », « la géométrie axiomatique naturelle, dont la source de validation se fonde sur les lois hypothético-déductives » et « la géométrie axiomatique formaliste dans laquelle la notion de vérité devient intrinsèque au système formel ».

Ils fondent leurs paradigmes sur trois modes de pensée : l'intuition, l'expérience et la déduction.

« L'intuition fournit au sujet une sorte de théorie première basée sur un lot d'évidence, qui gomme les incertitudes et qui permet au sujet de structurer une situation en un tout complet, cohérent qu'il utilise comme socle pour son raisonnement » (Houdement et Kuzniak, 2006, p. 179, qui s'appuient sur les travaux de Fischbein, 1987).

L'intuition est importante, dans la mesure où elle peut permettre à l'élève de voir ce qui n'est pas

directement accessible. Ainsi, par exemple, un élève doit avoir l'intuition que trois points sont alignés pour penser prendre la règle non graduée pour vérifier.

« L'expérience s'oppose à l'intuition dans la mesure où elle n'est pas immédiate : une action physique ou mentale est nécessaire pour découvrir ou valider cette proposition » (*Ibid.* ).

L'expérience, en tant qu'action réelle ou virtuelle, permet à l'élève de développer des procédures. Par exemple, pour un élève, utiliser le calque pour vérifier si une figure a un axe de symétrie peut permettre de développer l'expérience de l'élève et aboutir à terme à repérer si une figure a un axe de symétrie ou non, sans action effective (exemple extrait de Lemonnier Jore, 2006, p. 58).

« Certaines connaissances étant considérées comme acquises, le raisonnement déductif consiste à en tirer d'autres, qui en sont les conséquences, sans recours à l'expérience ou à toute autre source extérieure » est une définition du raisonnement déductif proposée par ces auteurs (Houdement et Kuzniak, *ibid.*, p. 180).

La déduction peut provenir de l'intuition ou de l'expérience, mais elle est différente, puisqu'elle suppose, à partir de savoirs connus, d'établir de nouveaux faits.

Ainsi, la géométrie naturelle I consiste en une première modélisation du réel. La validation passe par la confrontation au monde sensible, qu'elle soit effective ou non (cf l'exemple de la figure qui a un axe de symétrie ou non). La démonstration ou le formalisme n'est pas de mise. Par contre, la géométrie axiomatique naturelle GII, repose sur un ensemble d'axiomes à l'intérieur duquel sont développés les raisonnements. Elle est qualifiée de naturelle, dans la mesure où elle est en lien avec une modélisation du réel tout en donnant accès aux objets géométriques abstraits tels que la figure. Quant à la géométrie axiomatique GIII, elle n'a plus de lien avec le monde réel. Nous ne développons pas cette partie, dans la mesure où elle dépasse largement notre propos.

Nous pouvons résumer leur point de vue de la manière suivante (en laissant de côté GIII) :

	GI	GII
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico-géométrique
Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	Support de raisonnement
Aspect privilégié	Évidence et construction	Propriétés et démonstrations

Nous comprenons ces catégories comme point d'appui pour rendre compte de l'activité géométrique des élèves.

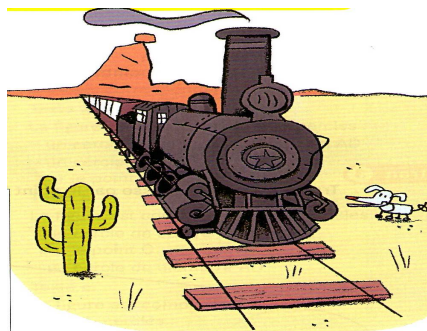
Par exemple, un élève de cycle 3 peut expliquer que deux carrés sont superposables à partir de la juxtaposition des côtés de chaque carré, les uns après les autres (cf illustration ci-contre). Ainsi, l'intuition que les carrés sont superposables (égalité d'angles et de longueurs) conduit à une expérience sur les côtés (égalité de longueurs). Les angles droits sont donc reconnus comme superposables, mais l'élève n'éprouve pas la nécessité de le préciser.



Il arrive que la perception entre en contradiction avec l'intuition. Dans l'exemple du parallélisme (Bloch et Pressiat, 2009, p. 70), l'aspect théorique est donné par les droites qui ont une intersection vide, cela ne permet pas de voir ce que sont deux droites parallèles (nous ne savons pas ce qui se passe en dehors du tableau ! ), ni de tracer deux droites parallèles. L'aspect expérimental est la construction de deux perpendiculaires à une même droite. L'aspect intuitif est représenté par les rails d'une voie de chemin de fer.

Par exemple, dans le manuel Cap Maths CM2 (2010, p. 55), la notion de droites parallèles est illustrée par un train sur une voie de chemin de fer (cf illustration ci-contre).

Pourtant les rails semblent se rejoindre : la vue contredit l'intuitif qui nous suggère que, sinon, le train ne pourrait pas avancer.



Nous garderons à l'esprit la question des relations entre l'expérience (faire faire aux élèves), l'intuition (des élèves et du professeur dans les situations de représentations de l'espace physique), la théorie géométrique (les propriétés de géométrie euclidienne aussi peu nombreuses soient-elles à notre niveau d'étude) et le vocabulaire géométrique.

#### **1.4 - Le rôle des instruments**

Pour lire le dessin ou évoquer les relations géométriques, l'élève de cycle 3 peut utiliser les instruments usuels de tracé et de mesure. Des études portent sur les instruments. Ainsi Offre, Perrin-Glorian et Verbaere (2006) se sont intéressés aux instruments de géométrie utilisés en cycle 3. De leur point de vue, « les concepts géométriques, le vocabulaire et la maîtrise des instruments s'acquièrent et s'évaluent dans des activités qui les mettent en jeu simultanément et en imbrication avec des connaissances liées à la reconnaissance des propriétés visuelles des figures » (2006, p. 8). Leur conclusion porte sur les difficultés résistantes des élèves dans l'utilisation des instruments, en particulier de l'équerre. Nous avons pu faire effectivement le même constat, dans les classes que nous avons visitées, avant notre travail de recherche. D'autres études portent sur une utilisation contrainte des instruments. Mangiante (2013) propose, dans un groupe de formation et de recherche, de trouver des situations de restauration des figures pour développer chez les élèves de cycle 3, les relations géométriques telles que l'alignement pour développer l'usage des instruments et des propriétés de géométrie. Elle définit la restauration de figure de la manière suivante : « C'est reproduire une figure superposable à une figure donnée, mais avec des conditions spécifiques, soit on dispose déjà d'une partie de la figure, soit on dispose d'instruments qui permettent de transporter des informations 2D sur la figure et on a des instruments de report et de tracé mais pas d'instrument de mesure ».

Dans le cadre de notre recherche, d'une part nous voulons nous intéresser aux instruments en tant qu'ils sont porteurs de propriétés géométriques et d'autre part nous cherchons à nommer les objets géométriques. Ainsi pour nous, les expressions du type « Je mets mon équerre là » utilisées par les élèves montrent qu'il est nécessaire de comprendre et d'expliciter ce qui n'est pas dit. La démarche permet effectivement d'obtenir le résultat attendu (l'équerre est placée de telle manière qu'elle conduit l'élève à tracer ce qui est attendu) mais l'explication de ce que l'élève a fait n'est pas présente. La rendre explicite pour l'élève n'est pas nécessaire puisqu'il parvient à faire ce qui est demandé sur la représentation. Nous pensons que l'explicitation peut conduire l'élève à prendre de la distance par rapport à la représentation elle-même.

#### **1.5 - Schéma**

Chevallard et Jullien (1991) puis Mercier et Tonnelle (1992, 1993) proposent de distinguer trois aspects des constructions géométriques. « Le schéma est l'objet graphique dont la fonction est une représentation d'une idée à propos d'un objet de l'espace physique » (Mercier et al., 1992, p. 23). Mais il n'est pas le lieu de travailler l'idée à proprement parler. La figure de géométrie est étudiée et elle est construite par le géomètre en prenant appui sur des propriétés. L'épure d'une expérience graphique est la réalisation effective. C'est ainsi que « schéma et épure sont des objets graphiques



que l'on prend pour eux-mêmes. Ce qui n'est pas le cas du dessin et de la figure qui représentent des objets absents, le premier représentant un objet matériel, la seconde des relations mathématiques : les relations spatiales théorisées qui forment la géométrie » (*Ibid.*, p. 34). Le schéma d'une expérience correspond à un simple tracé à main levée. Par contre l'épure est la réalisation effective réalisée avec soin. La trace graphique a donc un rôle que nous allons préciser maintenant.

### **1.6 - Vocabulaire utilisé (première partie)**

L'objet géométrique sur lequel l'élève de cycle 3 travaille reste la trace graphique située sur la feuille ou à l'écran. Dans le cadre de notre recherche, nous nommerons dessin la trace faite sur la feuille, avec des instruments de tracés inadéquats, lorsqu'aucune propriété géométrique n'est nommée ou codée. Nous nommerons figure la trace faite sur la feuille, avec les instruments de géométrie adéquats, qui tient compte des propriétés géométriques, nommées et/ou codées. Les propriétés géométriques sont issues de la géométrie euclidienne. Cette distinction nous semble nécessaire pour expliciter en cycle 3, les relations entre les objets. Par exemple le statut du dessin change lorsque les propriétés géométriques sont évoquées (parallélisme) ou codées (angle droit). Nous utiliserons le terme « dessin à main levée » lorsqu'il correspond à un tracé à main levée, correspondant à une représentation d'un objet de l'espace physique. Ainsi, la modélisation d'un pilier du pont de Millau par deux droites est un dessin à main levée (dans la situation 1 de notre ingénierie). Lorsque ce dernier est accompagné d'un discours ou d'un codage sur les relations entre les objets géométriques, nous parlerons de schéma. Ainsi, lorsque le pilier est annoncé comme perpendiculaire au tablier, nous parlerons de schéma.

## **2 - Géométrie dynamique**

Les environnements dynamiques offrent un système de représentation d'objets géométriques. Il faut souligner un changement important entre le dessin dans l'environnement papier-crayon et le dessin dans l'environnement dynamique. Lorsque nous représentons le dessin d'un rectangle ABCD sur la feuille, l'élève voit le dessin de ce rectangle ABCD, il peut reconnaître un rectangle (« je vois que c'est un rectangle ») ou il peut reconnaître ce dessin comme un rectangle (« je vois un rectangle car j'ai vérifié avec l'équerre que ce rectangle a quatre angles droits »). Mais il peut ne pas voir le rectangle en tant qu'objet géométrique, c'est-à-dire en tant que représentant d'un objet théorique, quadrilatère ayant quatre angles droits. Par contre, à l'écran, le rectangle ABCD est un exemplaire de la famille des rectangles ABCD, dont les dimensions sont quelconques, et peut devenir un autre exemplaire par un simple clic. Il devient alors le représentant de tous les rectangles. Laborde et Capponi (1994) proposent un éclairage pour distinguer le dessin, la figure et l'objet géométrique « Le dessin peut être considéré comme un signifiant d'un référent théorique (objet d'une théorie comme celle de la géométrie euclidienne, ou de la géométrie projective). La figure géométrique consiste en l'appariement d'un référent donné à tous les dessins, elle est alors définie comme l'ensemble des couples formés de deux termes, le premier terme étant le référent, le deuxième étant un des dessins qui le représente ; le deuxième terme est pris dans l'univers de tous les dessins possibles du référent. Le terme « figure géométrique » renvoie dans cette acception à l'établissement d'une relation entre un objet géométrique et ses représentations possibles » (*Ibid.*, p. 168).

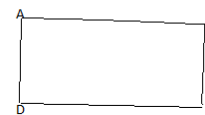
Nous formulons notre première hypothèse de travail :

H1 : *la géométrie dynamique offre un milieu potentiellement riche en rétroactions qui peut conduire l'élève de cycle 3 à se rendre compte de la nécessité de donner les éléments caractéristiques des objets géométriques, passant ainsi du perçu au conçu.*

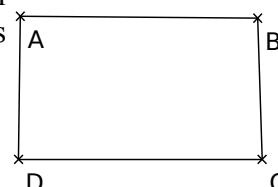
Pour reprendre l'exemple du rectangle, nous allons préciser les termes que nous emploierons par la suite.

## 2.1 - Vocabulaire utilisé (deuxième partie)

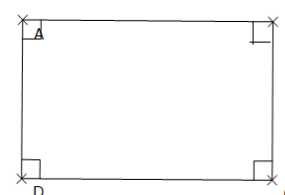
Dans l'environnement papier-crayon, nous pouvons rencontrer le schéma, ici nous l'illustrons avec le cas d'un rectangle, à savoir une trace sur la feuille qui porte des propriétés géométriques, codées ou énoncées (dans ce cas, ce sont les transcriptions des séances qui permettent de l'attester).



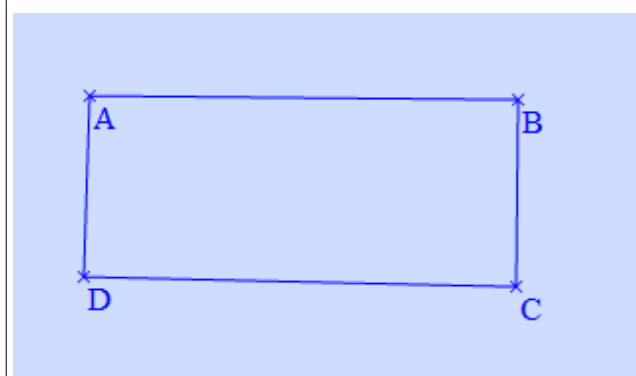
Nous pouvons également travailler avec un dessin, ici, le dessin d'un rectangle tracé avec des instruments de tracé, mais sans tenir compte des propriétés géométriques telles que les angles droits.



Nous avons enfin la figure, la trace sur la feuille d'un rectangle, qui tient compte des propriétés, énoncées ou codées.

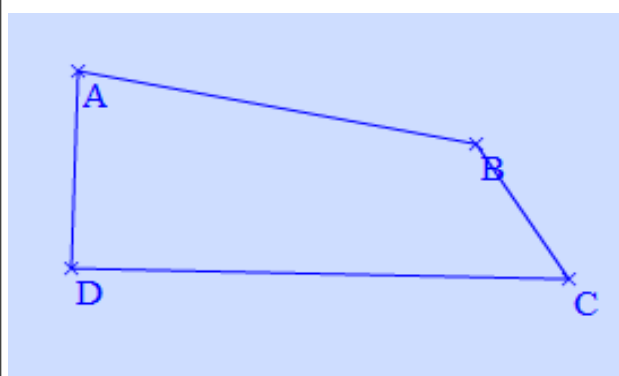


Dans l'environnement tracenpoche, nous allons rencontrer le dessin, le dessin qui ressemble à ce que l'on souhaite, mais dont les propriétés géométriques ne résistent pas au déplacement, ici le rectangle (cf illustration 1 et 2).



*Illustration 1*

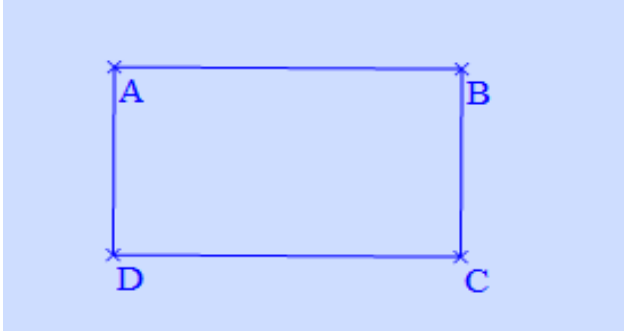
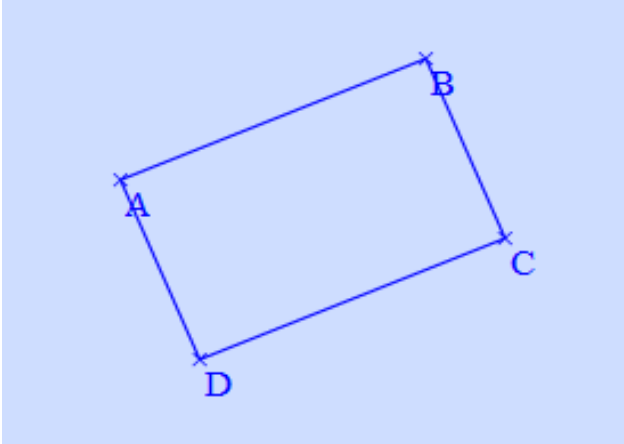
avant déplacement



*Illustration 2*

après déplacement du point B

Nous appellerons figure, la trace qui conserve les propriétés au cours du déplacement, ici le rectangle reste un rectangle (cf illustration 3 et 4).

 <p><i>Illustration 3</i></p>	 <p><i>Illustration 4</i></p>
avant déplacement	après déplacement du point A.

Ainsi le terme « figure » pourra être utilisé dans les deux environnements, il représente un objet géométrique, dans notre exemple le rectangle. Il est le rectangle de l'environnement papier-crayon parce qu'il est le support des propriétés géométriques portées par les instruments de tracé et de mesure, en référence à l'objet géométrique « rectangle » en tant que quadrilatère ayant trois angles droits. Par ailleurs la figure de l'environnement tracenpoche est également un représentant de cet objet géométrique, dans notre exemple le rectangle. Il est possible de voir alors tous les dessins possibles de cet objet géométrique (au moins un certain nombre).

## 2.2 - Grandeur sans mesure

Dans l'environnement papier-crayon, le fait d'utiliser un instrument plutôt qu'un autre peut amener l'élève de cycle 3 à modifier son regard sur les propriétés énoncées. Perrin-Glorian, Mathé et Leclercq (2013, p. 26) font « l'hypothèse que l'approche des figures en utilisant des grandeurs sans mesure (le report de longueur est utilisée mais pas les nombres), outre le fait qu'elle écarte les difficultés liées au calcul sur des nombres décimaux, facilite l'entrée dans une problématique géométrique ». Dans l'environnement tracenpoche, les contraintes instrumentales sont telles qu'il est impossible de tracer un segment d'une longueur donnée dont les deux extrémités sont contraintes par une relation géométrique. Ainsi, la seule possibilité est de placer un point d'intersection entre un cercle et un autre objet (cercle ou droite). Nous l'illustrons par l'exemple suivant : nous voulons construire un carré ABCD. Après avoir tracé un segment [AB], nous traçons la perpendiculaire à (AB) passant par le point B. La seule manière de placer le point C sur cette perpendiculaire est de tracer le cercle de centre B et passant par le point A. Dans l'environnement papier-crayon, il est possible de placer le point C en reportant la longueur AB avec la règle graduée. Nous avons choisi dans nos situations de ne pas prendre la règle graduée, la plupart du temps. Ce choix contraint les élèves à prendre le compas pour reporter une longueur et de préparer ainsi à la construction du cercle dans l'environnement tracenpoche.

Par ailleurs, nous avons proposé des figures géométriques, dont les longueurs ne sont pas fixées (la plupart du temps). En effet, le déplacement des points déplaçables permet de donner à voir des familles de figures qui possèdent les mêmes propriétés. Ainsi, par exemple, le rectangle que les élèves sont amenés à considérer est un quadrilatère qui a (trois) quatre angles droits, quelles que soient les dimensions de ses côtés. L'égalité des côtés opposés est alors conservée quelles que soient les positions du quadrilatère. Il ne s'agit plus de voir un rectangle de dimensions données comme dans l'environnement papier-crayon, mais tous les rectangles obtenus au cours du déplacement des points déplaçables.

## 2.3 - Spécificités du codage de l'angle droit dans l'environnement tracenpoche

Dans l'environnement tracenpoche, le codage de l'angle droit est affiché automatiquement à partir du moment où l'angle a été déclaré comme droit (cf illustration 5).

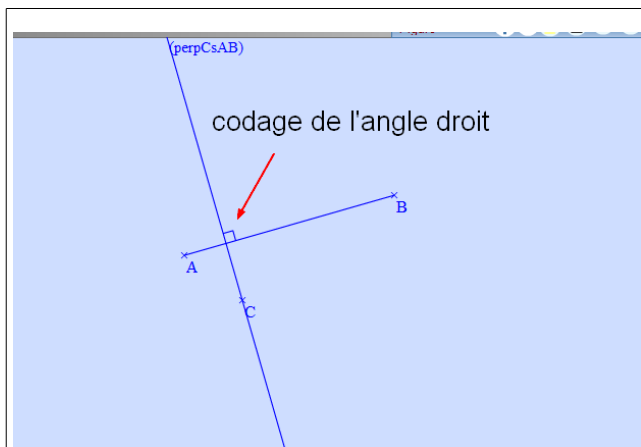


Illustration 5

Étant donné un segment  $[AB]$ , nous avons tracé la droite perpendiculaire à  $(AB)$  passant par le point  $C$ .

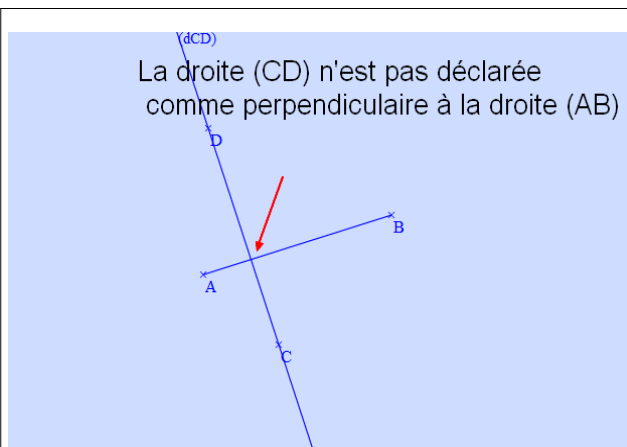


Illustration 6

Étant donné un segment  $[AB]$ , nous avons tracé la droite  $(DC)$  qui semble perpendiculaire à  $(AB)$ .

Ce codage suffirait donc à conclure quant à la perpendicularité des droites. Le déplacement serait donc inutile. Ainsi, si deux droites sont tracées de sorte qu'elles ressemblent à des droites perpendiculaires, l'absence de codage serait suffisante pour reconnaître que ces deux droites ne sont pas perpendiculaires (cf illustration 6). Mais le codage n'apparaît que lorsque les objets ont été *déclarés* perpendiculaires. S'ils le sont en tant que conséquences de la construction, par exemple en tant que quatrième angle droit du rectangle par exemple, le codage de l'angle droit n'apparaît pas. Nous faisons le choix dans notre ingénierie de cette recherche de faire utiliser le déplacement pour valider une construction, que le codage de l'angle droit soit présent ou non.

## 2.4 - Déplacements

Avec le logiciel TracenPoche ou avec d'autres logiciels de géométrie dynamique, deux types d'opérations sont possibles : les boutons pour tracer des objets géométriques (par exemple, tracer un segment) et les boutons permettant de tracer des objets géométriques qui sont en relation avec d'autres (par exemple tracer la parallèle à une droite donnée passant par un point). Le déplacement est mis en avant pour disqualifier les constructions faites sur la base de la seule perception. Bellemain et Capponi (1992) expliquaient que le déplacement n'était pas pris en charge par les élèves. Rolet (1996) a remarqué que les étudiants PE1 (étudiants en formation de professeurs des écoles) restaient dans un espace limité, quand ils déplaçaient des objets, de peur que leurs constructions se modifient. Restrepo (2008) s'est attachée à étudier la genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ème. Elle reprend et affine les déplacements définis par Arzello, Olivero, Paola et Robutti (2002). Elle présente d'abord le déplacement non finalisé mathématiquement. C'est le déplacement qu'utilise l'élève pour obtenir un dessin à l'écran qui ressemble à ce qui est attendu sans tenir compte des connaissances mathématiques. Nous pensons que les élèves de cycle 3 vont proposer des constructions à l'écran de sorte que le dessin ressemble à ce qu'il y a à reproduire, pour faire de « jolis dessins ». Ils utilisent le logiciel de géométrie dynamique comme un logiciel de dessin. Restrepo (2008) présente ensuite différents déplacements dont les finalités sont mathématiques : le *déplacement pour ajuster*, le *déplacement mou*, le *déplacement exploratoire* et le *déplacement pour valider* ou *invalidier*. Les

deux premiers sont utilisés au cours de la construction d'une figure. Les deux suivants sont utilisés lorsqu'une construction est à l'écran, faite par l'élève ou non. Précisons ces différents déplacements. Le *déplacement pour ajuster* est mis en œuvre lorsque les connaissances mathématiques sont insuffisantes pour proposer une construction robuste. Par exemple, dans la situation 1, les élèves ont un segment [CD] à tracer, sachant que le point C est fixé et que le point D est sur le segment [AB] (cf illustration 7). Nous pouvons penser que l'élève voit le segment [CD] et ne remarque pas que le point D a une propriété, à savoir être sur le segment [AB]. Ainsi, le segment [CD] ne résiste pas au déplacement (cf illustration 8).

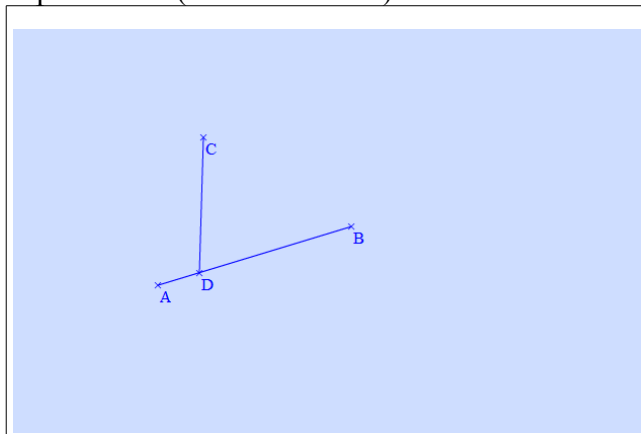


Illustration 7

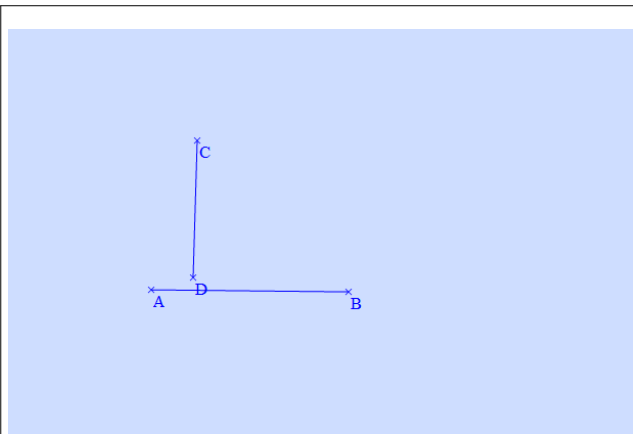
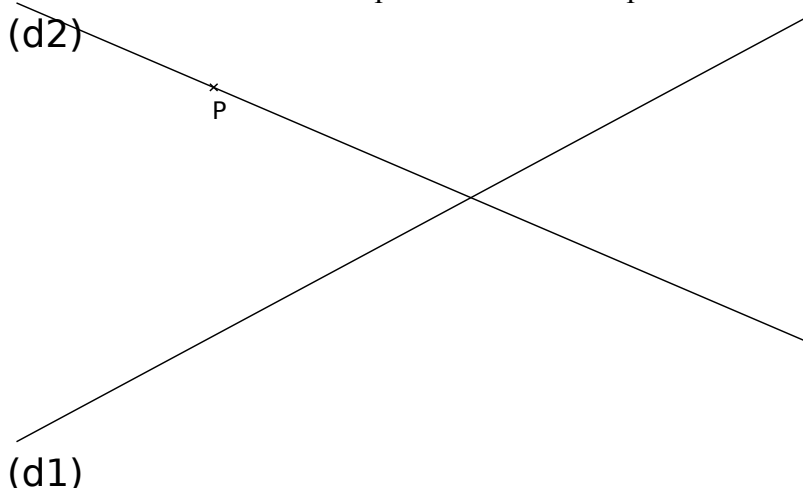


Illustration 8

Le *déplacement mou* consiste à déplacer pour donner une forme particulière, pour voir comment terminer la figure.

Le *déplacement pour ajuster* et le *déplacement mou* se différencient par l'intention de l'élève. Dans le déplacement pour ajuster, l'élève pense que la construction proposée résistera au déplacement. Par contre, dans le cas du déplacement mou, l'élève l'utilise pour chercher comment faire pour déterminer la ou les propriétés manquantes. Comme nous l'avons exposé dans un paragraphe précédent (cf 1.3), l'intuition peut permettre à l'élève de voir ce qui n'est pas directement accessible. Jones (1998), repris par Soury-Lavergne (2011), explore le rôle de l'intuition dans la résolution d'un problème géométrique. Il propose un exemple où l'intuition et le raisonnement vont de pair.

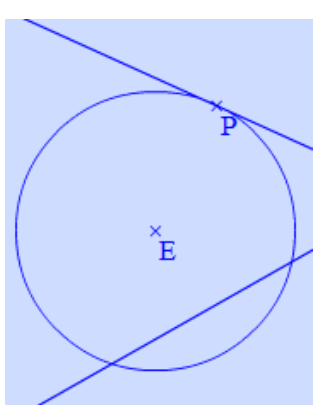
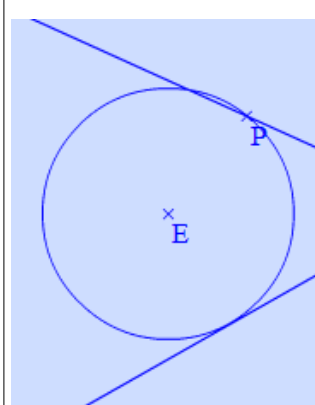
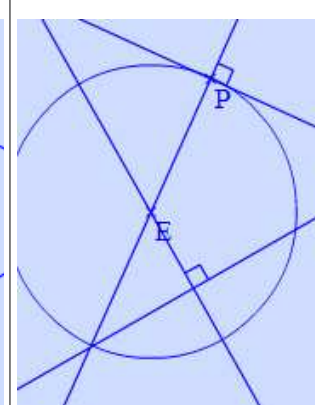
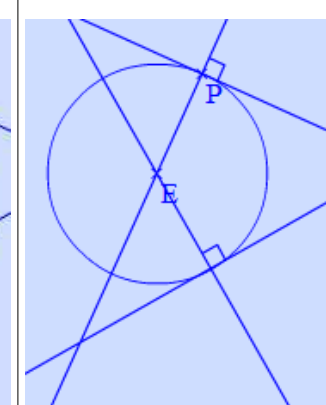
« Problem (Jones, 1998, p.80) : You are given two intersecting straight lines and a point P marked on one of them. Show how to construct, using straightedge and compass, a circle that is tangent to both lines and has the point P as its point of tangency to one of the lines<sup>5</sup> ».



Il explique qu'un binôme d'élèves commence à construire un cercle, dont le centre est placé entre les deux droites (cf illustration 9). Les élèves déplacent le centre du cercle jusqu'à ce que le cercle

<sup>5</sup> Étant donné deux droites sécantes et un point P sur l'une de ces droites, construire à l'aide de l'équerre et du compas, le cercle tangent à ces deux droites de sorte que P soit le point de tangence du cercle et d'une de ces droites.

semble tangent aux deux droites (cf illustration 10). Puis comme ils ne sont pas satisfaits, ils utilisent des connaissances mathématiques, en rappelant que la tangente en P au cercle est perpendiculaire au rayon du cercle passant par P (cf illustration 11). Puis ils tracent une autre perpendiculaire à la seconde droite et la déplacent jusqu'à ce qu'elle convienne (cf illustration 12). À ce moment, un des élèves se demande si le centre du cercle ne serait pas sur la bissectrice de l'angle. Ils peuvent alors terminer leur raisonnement.

			
<i>Illustration 9</i>	<i>Illustration 10</i>	<i>Illustration 11</i>	<i>Illustration 12</i>
<p>Les élèves tracent un cercle, dont le centre est placé entre les deux droites : ils ont une certaine expérience du cercle qui leur permet de placer le centre entre les deux droites.</p>	<p>Les élèves déplacent le centre du cercle jusqu'à ce que le cercle semble tangent aux deux droites.</p>	<p>Puis comme ils ne sont pas satisfaits, ils font référence à des connaissances mathématiques, en rappelant que la tangente en P au cercle est perpendiculaire au rayon du cercle passant par P. Puis ils tracent une autre perpendiculaire à la seconde droite.</p>	<p>Ils la déplacent jusqu'à ce qu'elle convienne. A ce moment, un des élèves se demande si le centre du cercle ne serait pas sur la bissectrice de l'angle. Ils ont alors l'intuition que ces perpendiculaires sont en relation avec la bissectrice de l'angle.</p>
<p>Déroulement de leur recherche, illustré dans l'environnement tracenpoche.</p>			

Dans cette situation, c'est le déplacement mou qui permet aux élèves de « voir » que le centre du cercle est un point de la bissectrice de l'angle. Cette construction leur permet d'établir ensuite une démonstration. Hoyles et Jones (1998) essaient de généraliser cette question de l'expérimentation et du raisonnement qu'ils appellent « proof as explanation » :

« A suitable context for work on 'proof as explanation' is the analysis of static figures and their construction in the dynamic Cabri environment ; in other words, asking the pupils to construct, given a geometrical figure drawn on paper, the corresponding geometric figure in Cabri such that the Cabri figure cannot be 'messed up'<sup>6</sup>» (Hoyles et Jones, 1998, p 124).

Ces recherches s'intéressent essentiellement à la géométrie du collège (ou du lycée), moment du cursus où la géométrie déductive est introduite et prend explicitement appui sur des propriétés. Mais dans notre recherche qui porte sur la fin de l'école primaire, nous avons vu des élèves utiliser également ce type de déplacements.. Il s'agit d'un moment dans la situation 5 : pour construire le cercle tangent intérieurement à un carré, un élève veut tracer le cercle. Il sélectionne et valide le

6 Un contexte adapté pour un travail de la preuve par l'expérimentation est l'analyse de la figure statique et de la construction dans l'environnement Cabri. En d'autres termes, demander aux élèves de construire une figure géométrique tracée sur la feuille et la figure dynamique correspondante de sorte que la figure dans Cabri ne puisse pas se défaire.

centre en tant que point d'intersection des diagonales du carré. Il écarte la souris et il voit le cercle grandir (cf illustration 13). Il va jusqu'aux côtés du carré (cf illustration 14). Puis il efface. Il n'éprouve pas le besoin de déplacer : il sait. Il place le milieu d'un des côtés du carré et recommence la construction (cf illustration 15). Le dessin lui permet de voir où doit passer le cercle.

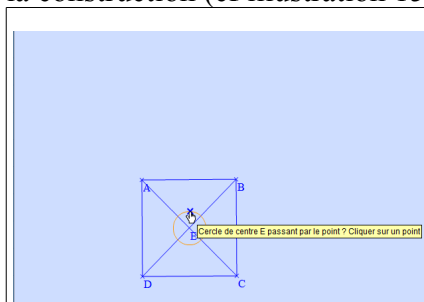


Illustration 13

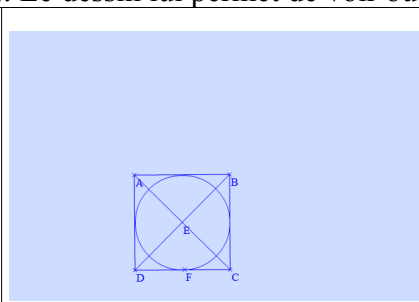


Illustration 14

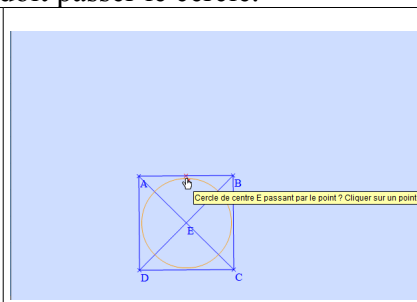


Illustration 15

Il semble ainsi que l'expérience dans l'environnement tracempoche peut conduire les élèves à en déduire des relations géométriques entre les objets, dans des conditions que nous aurons à préciser lors des études empiriques.

Le *déplacement exploratoire* est proposé par Restrepo dans l'analyse d'une figure. En particulier, elle définit « le déplacement pour voir les invariants de la figure » de la manière suivante : « étant donné une construction, on déplace les points afin de trouver les invariants. Ainsi on peut identifier les propriétés géométriques de la figure » (2008, p.43). Il peut s'agir d'invariants « locaux », par exemple deux droites restent perpendiculaires au cours du déplacement ou d'invariants « globaux », par exemple le carré reste un carré. Les situations 3 et 5 de l'ingénierie dans cette recherche sont élaborées pour mettre en œuvre ce type de déplacement.

Enfin, Restrepo (2008) présente le *déplacement pour valider*. L'élève propose une construction. Il pense qu'elle est juste. Il déplace les points déplaçables pour voir si sa construction conserve les propriétés attendues. Quant au déplacement pour invalider, il consiste à chercher à déplacer un point qui permettra de montrer que la construction est fausse.

Restrepo (2008) voit les points comme inducteurs du type de déplacement. Ainsi le point libre peut se déplacer partout. Le point sur un objet ne se déplace que sur l'objet lui-même. Enfin le point défini comme une intersection de deux objets ou le milieu d'un segment, est non « attrapable » et ne peut pas être déplacé directement. Mais il s'agit de déterminer ce que signifie « déplacer ». Restrepo choisit le déplacement de points. Or nous pouvons envisager le déplacement d'autres objets géométriques, tel que le déplacement d'objets géométriques de dimension 1, une droite par exemple, ou de dimension 2, le cercle par exemple. Ce type de déplacement peut permettre d'invalider une construction. Dans l'exemple ci-dessous, ABCD est un carré. La tâche consiste à tracer le cercle tangent intérieurement au carré (il s'agit d'une des situations proposées en classe). Le cercle semble tangent intérieurement au carré (cf illustration 16). Lorsque la souris est placée à proximité du cercle, il peut être sélectionné et devient rouge (cf illustration 17). Le déplacement du cercle est possible et montre qu'il n'a pas été construit en tenant compte des propriétés (cf illustration 18)

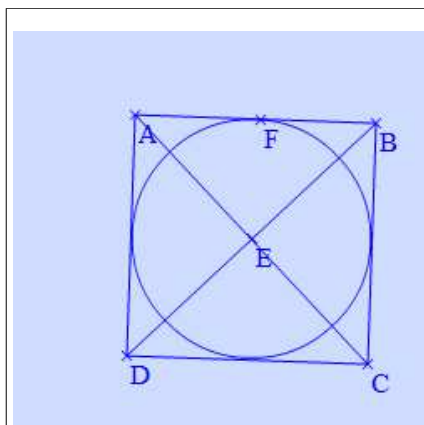


Illustration 16

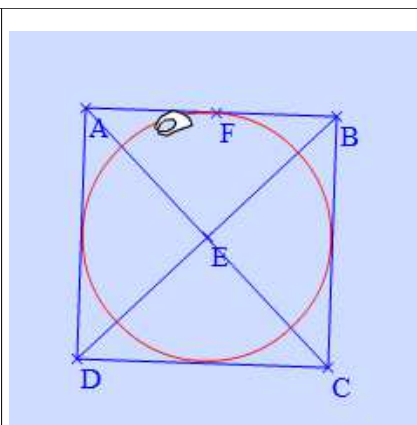


Illustration 17

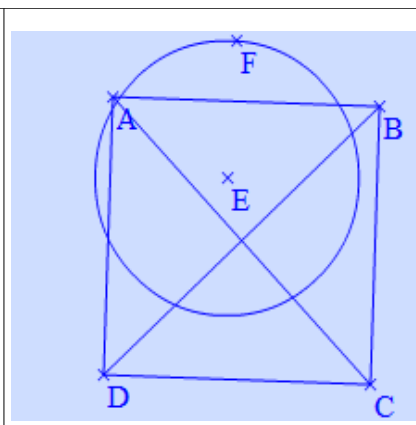


Illustration 18

Le choix de déplacer tous les objets déplaçables tient aussi à une connaissance instrumentale à développer chez les élèves. En effet, par moment, un objet de dimension 1 ou 2 peut être déplacé alors que l'on cherche à déplacer un point. Par exemple, prenons un segment  $[AB]$  et son milieu (cf illustration 19). Aucun codage ne permet de savoir si I est le milieu de  $[AB]$ . Le déplacement des points A et B ne pose pas de problème (cf illustration 20). Par contre, lorsque la souris est déplacée au niveau du point I, ce dernier ne peut pas être sélectionné. Seul le segment  $[AB]$  peut l'être (cf illustration 21).

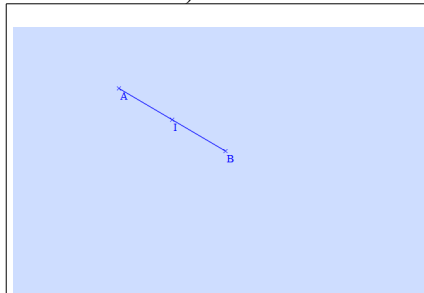


Illustration 19

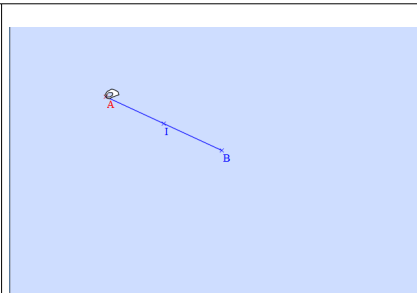


Illustration 20

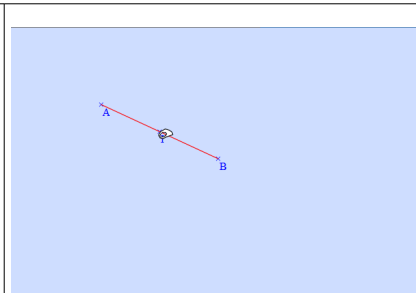


Illustration 21

I est le milieu de  $[AB]$

Lorsque la souris est au niveau du point A, un clic permet de sélectionner le point A qui devient rouge. Puis le point A est déplaçable.

La même démarche au niveau du point I entraîne la sélection du segment  $[AB]$ . Effectivement le point I n'est pas déplaçable.

Dans notre ingénierie, nous admettons que le fait de déplacer tous les objets déplaçables permet de valider une construction.

## 2.5 - Construction fausse

Un usage incomplet des déplacements peut « valider » une construction fausse. Par exemple, nous traçons la droite passant par le point C et qui semble parallèle à la droite donnée (AB) (cf illustration 22). Déplacer cette droite ne permet pas de dire que la construction est fausse (cf illustration 23). Le déplacement du point C permet de le voir (cf illustration 24).

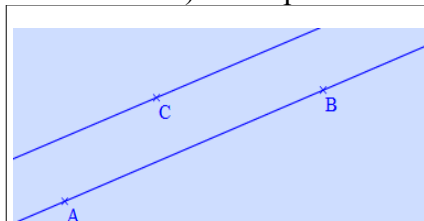


Illustration 22

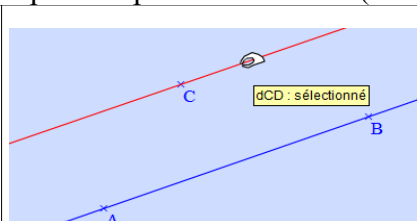


Illustration 23

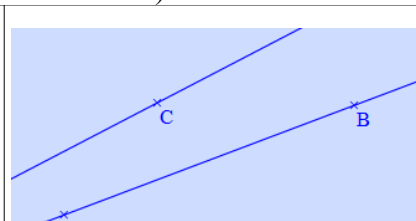


Illustration 24

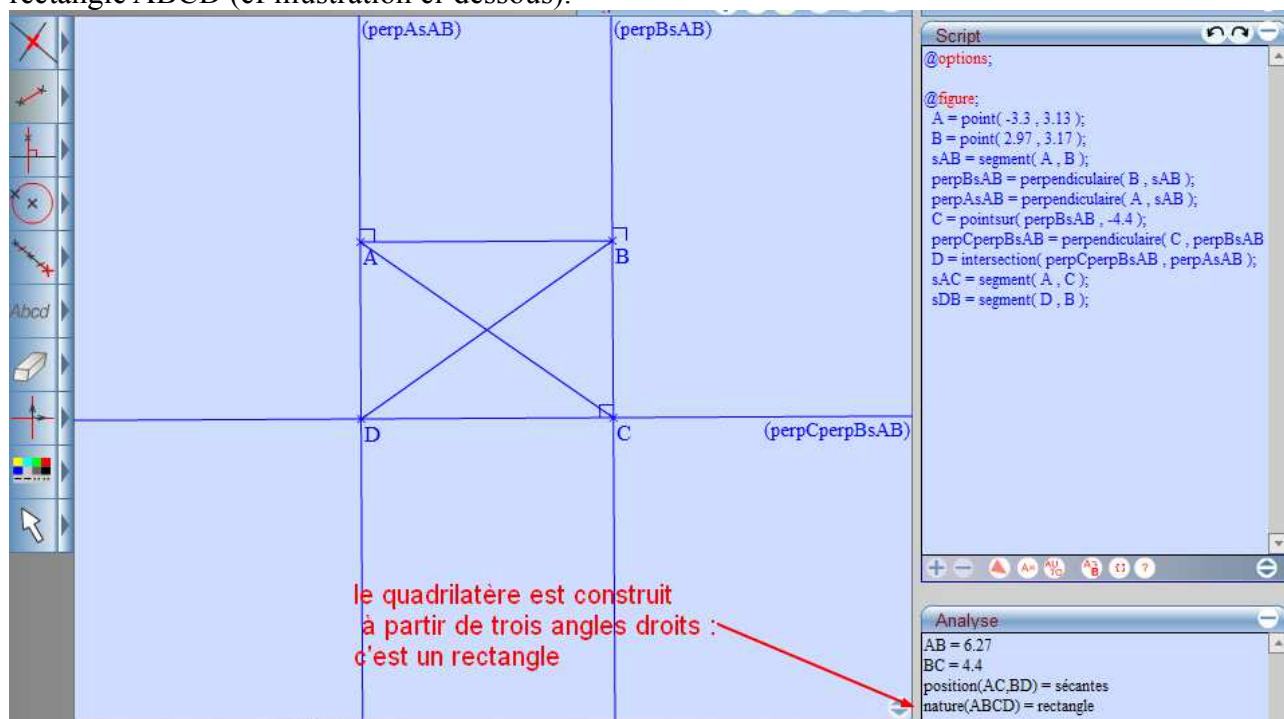


De toutes ces analyses, Restrepo (2008) conclut que le déplacement pour valider une construction est un instrument complexe, et que le déplacement pour invalider une construction permet de travailler la notion de contre-exemple. Tel que nous l'avons admis ci-dessus, le déplacement de tous les objets déplaçables permet de montrer que la construction est juste. Le déplacement d'un seul objet suffit par contre à montrer que la construction est fausse. Enfin, elle explique que la genèse instrumentale est très différente d'un élève à un autre, indépendamment du niveau de compétences en mathématiques.

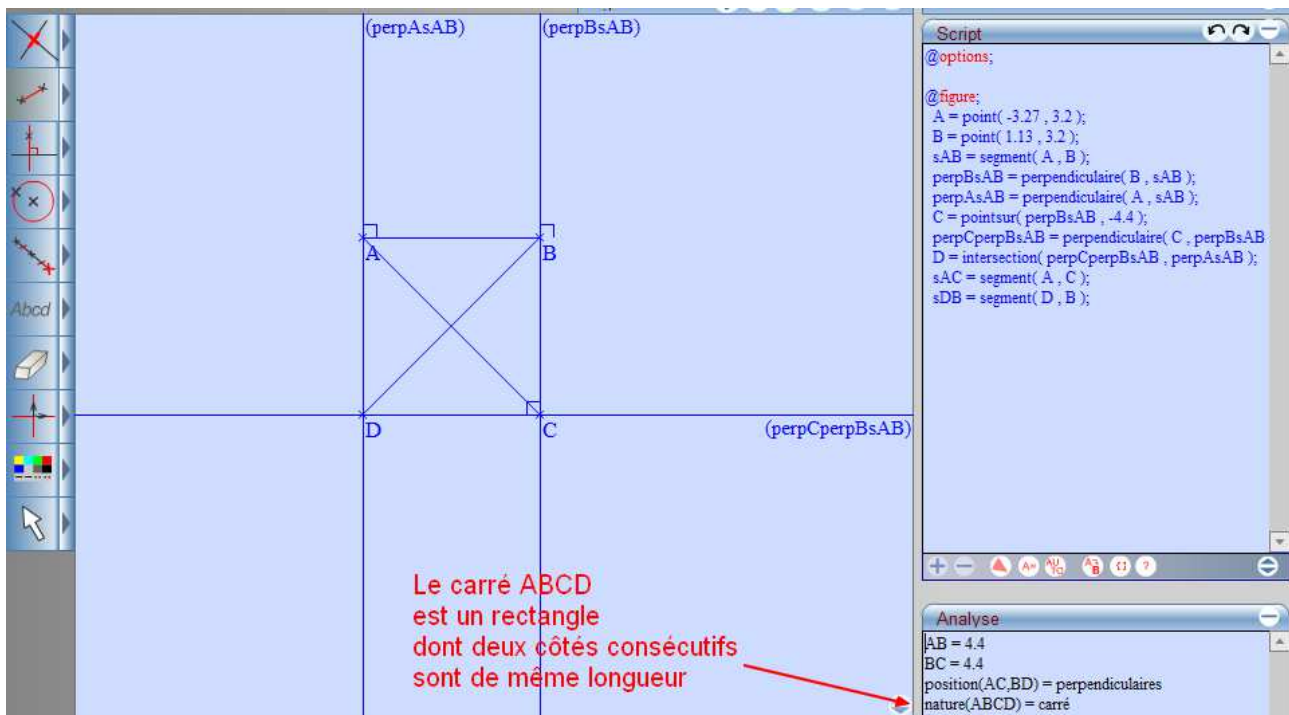
Dans notre ingénierie, nous avons choisi d'utiliser le déplacement de tous les objets déplaçables (de dimension 0, 1 ou 2) pour montrer que la construction proposée est celle attendue. Un contre-exemple permet d'assurer que la construction est fausse.

## 2.6 - Les limites du déplacement mou

Gousseau-Coutat (2006) s'intéresse aux figures dynamiques dans un espace de travail pour l'apprentissage des propriétés pour des élèves de cinquième. Elle propose des situations dans lesquelles les déplacements mous doivent conduire les élèves à différencier les données de l'énoncé (figure initiale) et conclusion (figure obtenue après déplacement). Pour illustrer le déplacement mou, nous proposons l'exemple suivant dans l'environnement tracenpoche. Nous avons construit un rectangle ABCD (cf illustration ci-dessous).

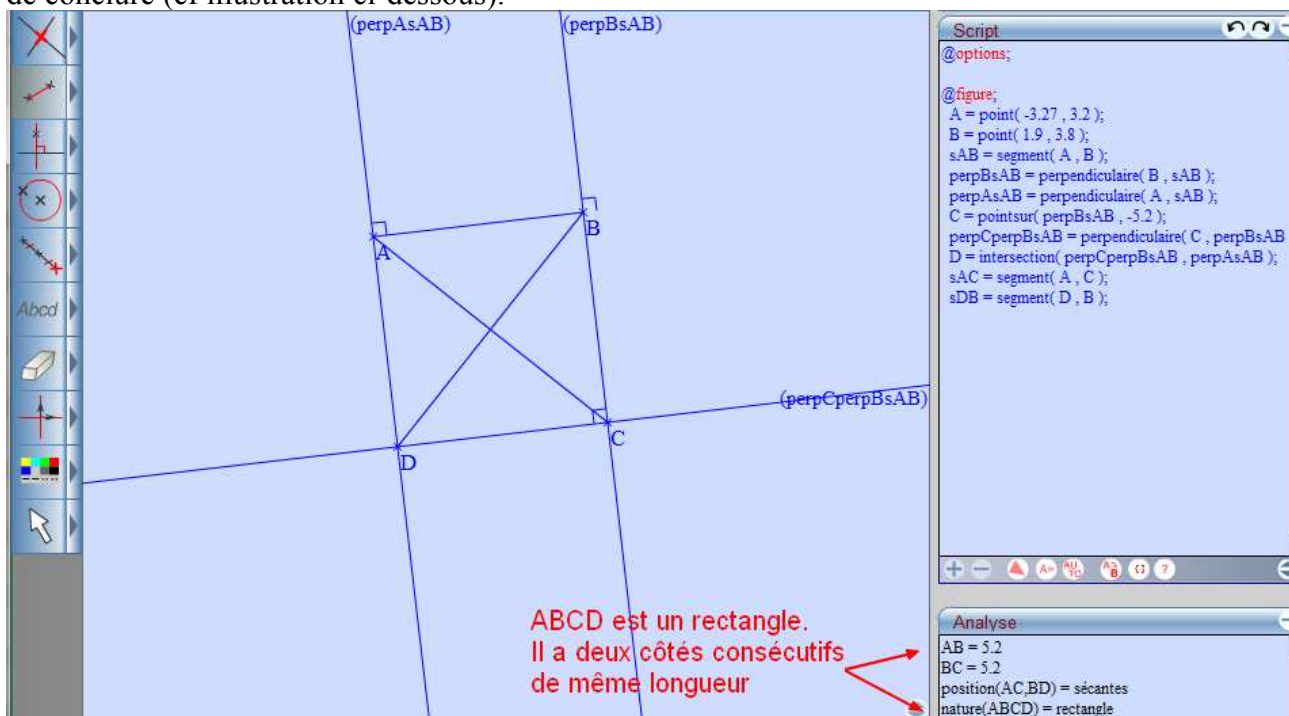


Nous modifions le rectangle ABCD en déplaçant les points de sorte que deux côtés consécutifs soient de même longueur (cf illustration ci-dessous).



Dans ces conditions, les diagonales deviennent perpendiculaires, le rectangle est alors reconnu comme un carré.

Nous notons que le déplacement mou ne permet d'obtenir des quadrilatères particuliers que dans le cas de directions prototypiques, c'est-à-dire lorsque les segments tracés à l'écran suivent les directions horizontale et verticale. Sinon, les longueurs écrites sont arrondies et ne permettent pas de conclure (cf illustration ci-dessous).



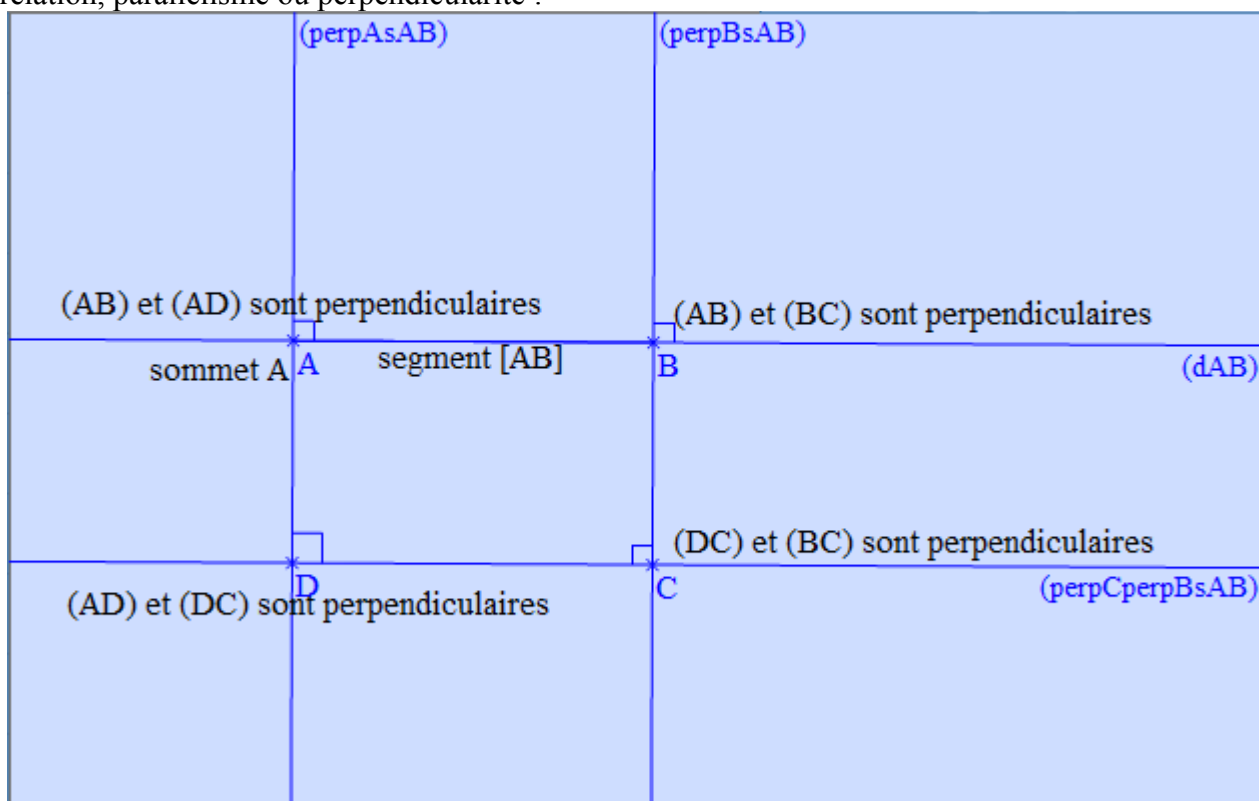
Ici, le rectangle, à l'écran, a deux côtés consécutifs de même longueur, et pourtant il n'est pas reconnu par le logiciel comme un carré. Nous n'utiliserons pas cette notion de déplacement mou : les contraintes dues au logiciel nous paraissent trop importantes à notre niveau d'étude.

## 2.7 - Déconstruction dimensionnelle

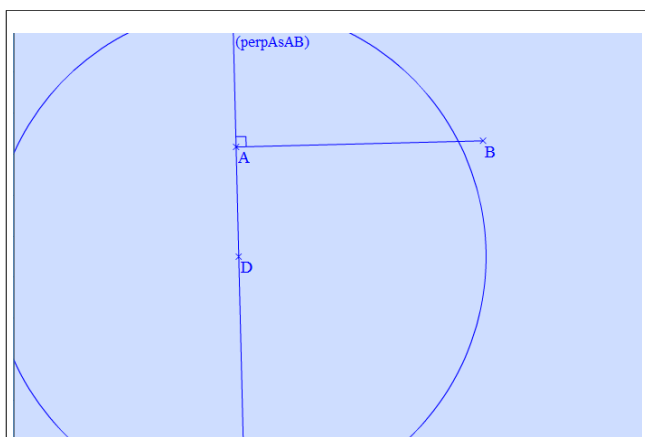
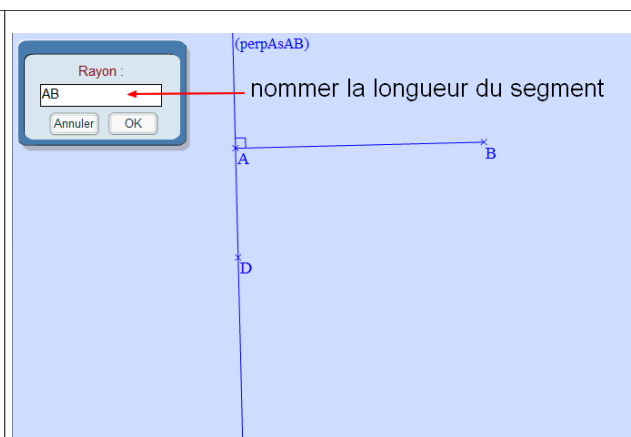
Duval (2005) étudie la manière de voir en géométrie : la déconstruction dimensionnelle des formes. D'un point de vue cognitif, cela signifie que deux types de capacités doivent être développées parallèlement chez les élèves, la déconstruction des formes du plan en une configuration d'autres unités figurales de même dimension ou de dimension inférieure et la reconnaissance de toutes les formes de dimension 2, 1 ou 0. Il définit quatre types de termes dénominatifs mis en œuvre en géométrie (Duval, 2005, p. 31). Les termes analytico-descriptifs donnent un statut d'éléments à un tracé dans l'organisation visuelle de plusieurs tracés : il propose, parmi les éléments D1 (de dimension 1), côté, diagonale, corde, rayon, parmi les éléments D2 (de dimension 2), sommet, point d'intersection. Les termes dénominatifs d'objets d'étude sont associés à une organisation visuelle de plusieurs tracés : il donne, parmi les objets D1 droite, segment, parmi les objets D2 triangle, carré, parallélogramme. Les termes de propriétés caractéristiques permettent de classer les objets d'étude : milieu, centre, isocèle, équilatéral. Enfin, les termes de relations entre tracés ne devront pas être décidables visuellement : parallèle, perpendiculaire, symétrique. Dans l'environnement tracenoche, utilisé en cycle 3, nous allons présenter les éléments tels que nous les utiliserons. Nous prenons appui sur le tableau proposé dans l'article (*Ibid.* , p. 31).

	termes analytico-descriptifs	termes dénominatifs	termes de propriétés caractéristiques	termes de relations entre tracés
	Directement associés à un seul tracé visuel	Associés à une organisation visuelle de plusieurs tracés en une forme typique	Associés à la comparaison de tracés en tant qu'éléments de l'organisation visuelle d'une forme typique	Non décidables visuellement
D0		Point libre		
D1	Côté Diagonale Corde Rayon Diamètre Point sur	Droite Segment		
D2	Sommet Point d'intersection	Triangle Carré Parallélogramme Rectangle Losange Quadrilatère Cercle		
			Milieu Centre Isocèle Triangle équilatéral Égalité de longueurs	Parallèle Perpendiculaire

Ce tableau doit être compris de la façon suivante : un élève reconnaît par exemple un rectangle. Nous sommes ici dans la reconnaissance de formes. Puis pour reproduire le rectangle, l'élève déconstruit le rectangle (D2) en éléments D1, des segments ou des droites qui ont une certaine relation, parallélisme ou perpendicularité :



Autrement dit, le rectangle devient un réseau de quatre droites, deux à deux perpendiculaires (ou parallèles). Mais c'est aussi un système de relations entre des segments (côtés), des points (sommets), droites (le support des côtés). C'est également des propriétés caractéristiques (trois angles droits). L'élève peut être amené à le construire. Dans l'environnement papier-crayon, il peut le construire de différentes manières à l'aide de propriétés caractéristiques : quadrilatère ayant trois angles droits, quadrilatère ayant un angle droit et ses côtés opposés parallèles, quadrilatère ayant un angle droit et ses côtés opposés de même longueur, quadrilatère ayant un angle droit et deux côtés opposés parallèles et de même longueur... Par contre, dans l'environnement tracenpoche, la reproductibilité des côtés opposés de même longueur pose problème pour des élèves de cycle 3, de notre point de vue. En effet, à titre d'exemple, l'élève doit construire le cercle de centre D de rayon AB. Nous envisageons donc deux types de difficultés. La première concerne le report de longueur à l'aide d'un cercle, ce qui correspond à l'usage du compas et non celui de la règle graduée dans l'environnement tracenpoche - difficulté d'ordre mathématique -(cf illustration 25). La deuxième concerne la déclaration de la longueur du cercle en la nommant à l'aide des lettres - difficulté d'ordre instrumental - (cf illustration 26).

	
<p><i>Illustration 25</i></p>	<p><i>Illustration 26</i></p>
<p>Nous avons tracé le cercle de centre D et de rayon la longueur du segment [AB]. Ainsi nous pouvons placer le point C ensuite.</p>	<p>Pour tracer ce cercle, il faut définir la longueur du rayon à partir des lettres de l'énoncé, ici AB.</p>

Nous concluons donc que certaines contraintes instrumentales vont contraindre les constructions dans l'environnement tracenpoche. Nous faisons le choix de ne pas utiliser cette déconstruction dimensionnelle des formes, comme modèle théorique. Cependant, au moment où nous introduisons des connaissances instrumentales (bouton « *point sur* », bouton « *point d'intersection* » par exemple), qui n'ont pas d'équivalent dans l'environnement papier-crayon, nous établissons un lien implicite avec la déconstruction dimensionnelle.

## 2.8 - Langage et géométrie dynamique :

Robotti (2008) étudie le rôle du langage dans la démonstration en géométrie. Elle appuie sa recherche, en particulier, sur la théorie de Vygotski, selon laquelle le langage ne remplit pas seulement une fonction de communication, c'est-à-dire une fonction sociale, mais aussi une fonction de construction et de maîtrise de la pensée. Elle définit ainsi « la fonction de guide du langage et le rôle de la fonction de guide du langage »

« La fonction de guide du langage s'exerce lorsque la verbalisation de l'énoncé d'un théorème, en imposant un statut opératoire aux propositions composant l'énoncé, guide l'action du sujet lors du processus de résolution afin de vérifier toutes les prémisses de l'hypothèse du théorème et seulement celles-là. Le rôle de la fonction de guide du langage consiste principalement à guider l'appréhension opératoire du dessin » (Robotti, 2008, p 202). Son étude s'adresse à des élèves plus avancés dans le curriculum (15-16 ans). Cependant, nous retenons cette idée de verbalisation.

Pour reprendre l'exemple du tracé du rectangle, dans l'environnement papier-crayon, nous pensons à des actions du type « je prends mon équerre » et un discours du type « j'ai placé mon équerre sur [AB] ». Dans l'environnement tracenpoche, nous pensons à des actions du type « sélection du bouton et des éléments caractéristiques » et un discours du type « j'ai sélectionné le bouton perpendiculaire, la droite (AB) puis le point A ».

Par ailleurs, différents types d'appréhension sont décrits par Duval (1994), l'appréhension perceptive, l'appréhension opératoire, l'appréhension discursive et l'appréhension séquentielle. L'appréhension perceptive est l'appréhension immédiate de la figure. « [l'appréhension perceptive est] celle qui permet d'identifier ou de reconnaître, immédiatement, une forme ou un objet » (Duval, 1994, p. 123). C'est à partir de cette appréhension du dessin que les élèves de cycle 3 travaillent. Ils reconnaissent un rectangle au premier regard, du fait de l'habitude de la rencontre avec le rectangle. L'appréhension opératoire est déterminée par les modifications possibles de la figure. « L'appréhension opératoire est l'appréhension d'une figure en ses différentes modifications possibles en d'autres figures » (*Ibid.*, p. 126). La figure peut subir, par exemple, une rotation ou un agrandissement, elle conserve le même type de propriétés et est reconnue comme telle. Dans

l'environnement tracenpoche, nous allons rencontrer ces deux types d'appréhension, le rectangle est reconnu comme un rectangle de manière perceptive, le rectangle déplacé de différentes manières est encore reconnu comme quadrilatère conservant ses angles droits quelque soit le déplacement effectué. L'appréhension discursive d'une figure correspond à une mise en évidence de propriétés qui ne sont pas accessibles directement de par l'énoncé, mais qui peuvent être déduites. Elle « correspond à une explicitation des autres propriétés mathématiques d'une figure que celles indiquées par la légende » (*Ibid.*, p. 124). Cette appréhension n'est guère accessible aux élèves de cycle 3. Lorsqu'ils tracent un rectangle, ils construisent un quadrilatère qui a trois angles droits avec leur équerre. Pour attester qu'ils ont construit un rectangle, ils prennent l'équerre pour vérifier les quatre angles droits : ils ne font pas la distinction entre les angles droits qu'ils ont effectivement tracés (trois) et l'angle droit qu'ils n'ont pas tracé (un). Nous considérons que cette appréhension discursive n'est pas exploitable en cycle 3. L'appréhension séquentielle « concerne l'ordre de construction d'une figure. Cet ordre dépend non seulement des propriétés mathématiques de la figure à construire mais aussi des contraintes techniques utilisées » (*Ibid.*, p. 126). Ce type d'appréhension concernant la chronologie de la construction est travaillé dans les classes. Dans la situation 2, les élèves ont un rectangle et un cercle dont un diamètre est un côté du rectangle. Nous ne choisissons pas de développer les différents types d'appréhensions développées par Duval. Cependant, dans la dialectique dessin-figure, nous sommes sensibilisés à cette manière d'appréhender la trace de l'environnement papier-crayon ou tracenpoche.

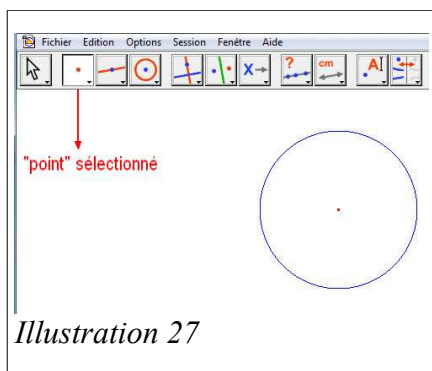
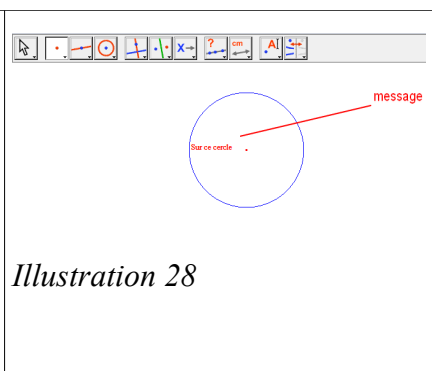
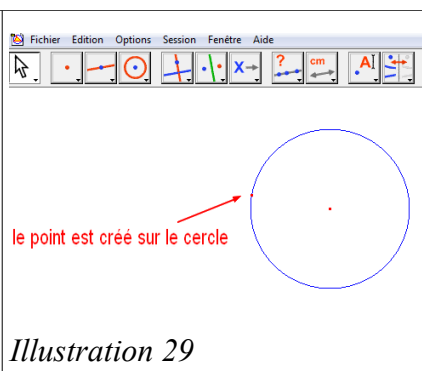
### 3 - Le choix du logiciel

L'introduction d'un logiciel de géométrie dynamique est d'abord l'introduction d'un artefact, au sens défini par Rabardel (1995, p. 49) : « C'est donc le terme d'artefact que nous utiliserons désormais dans une optique de désignation “neutre” ne spécifiant pas un type de rapport particulier à l'objet ». L'usage d'un tel artefact conduit à poser la question de ce que Rabardel appelle la genèse instrumentale, du côté de l'élève dans un premier temps. Cette genèse associe un double processus d'instrumentalisation et d'instrumentation. L'instrumentation est tournée vers le sujet. C'est la manière dont l'utilisateur va développer l'usage de l'artefact pour le transformer en outil. Le sujet construit ou adapte ses connaissances pour utiliser l'artefact. L'instrumentalisation est orientée vers l'artefact. Le sujet attribue des fonctions (prévues ou non) à l'artefact qui lui permettra de s'en servir. Rabardel propose de définir l'instrument comme le composé de l'objet technique-artefact- et des schèmes d'utilisation : « l'instrument n'est pas un en-soi mais le résultat d'une association de l'artefact à l'action du sujet comme moyen de celle-ci », (*Ibid.*, p. 63 ). Ainsi, le choix d'un artefact n'est pas neutre. Du fait des contraintes d'action qu'il impose et des potentialités qu'il offre, il structure l'action et de ce fait, la conceptualisation. Nous ne développons pas davantage ce modèle théorique que nous n'utilisons pas. Nous sommes sensibilisés au fait que le choix du logiciel de géométrie dynamique va déterminer des usages.

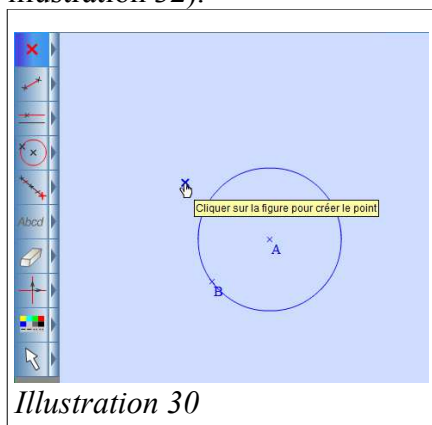
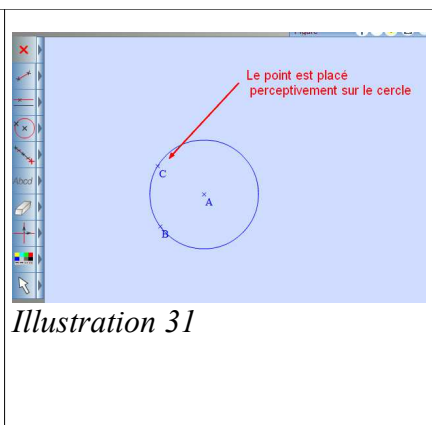
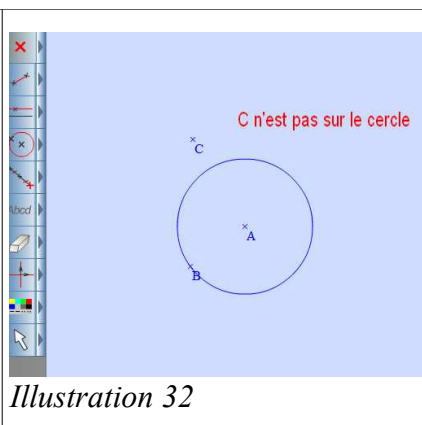
#### 3.1 - Le choix de Tracenpoche

L'environnement Tracenpoche que nous proposons d'utiliser comporte des contraintes, qu'il convient de préciser. Il impose par exemple de définir le type de points, soit c'est un point libre, soit c'est un point sur un objet, soit c'est un point d'intersection. Comparons deux logiciels sur cette question. Un cercle est tracé dans l'environnement dynamique et nous voulons placer un point sur le cercle.

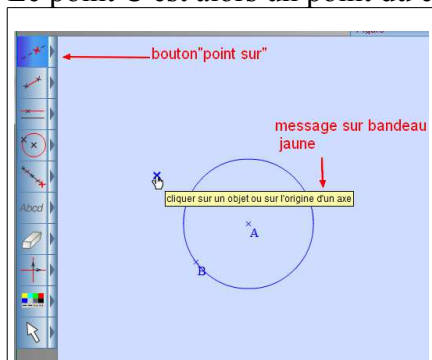
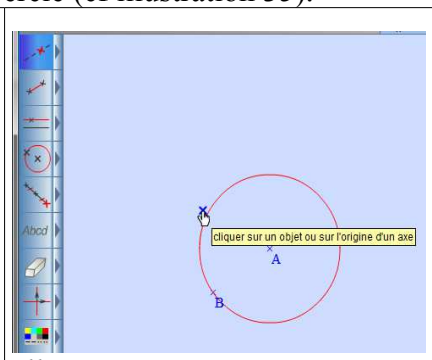
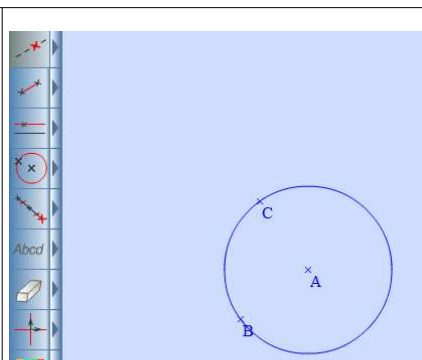
Si le cercle est tracé avec le logiciel Cabri-géomètre, nous sélectionnons « point » (cf illustration 27). Un message s'affiche quand le pointeur s'approche du cercle « sur ce cercle » (cf illustration 28). Valider permet au point d'être placé sur le cercle (cf illustration 29).

 <p>Illustration 27</p>	 <p>Illustration 28</p>	 <p>Illustration 29</p>
<p>Je sélectionne le bouton « point ».</p>	<p>J'approche le pointeur vers le cercle.</p>	<p>Un clique permet de valider le point, en tant que point sur le cercle.</p>

Si le cercle est tracé avec le logiciel tracempoche, il faut préciser que l'on souhaite placer un point sur le cercle avant la construction. Ainsi, choisir le bouton « point libre » ne permet pas une construction qui résiste ensuite au déplacement (cf illustration 30). En effet, le point C est placé perceptivement sur le cercle (cf illustration 31). Mais le point C est libre et peut être déplacé (cf illustration 32).

 <p>Illustration 30</p>	 <p>Illustration 31</p>	 <p>Illustration 32</p>
<p>Je sélectionne le bouton « point ».</p>	<p>J'approche le pointeur vers le cercle et je pense que je place le point C sur le cercle.</p>	<p>Le point C n'est pas sur le cercle.</p>

Pour que le point C soit effectivement un point du cercle, il faut choisir le bouton « point sur » (cf illustration 33). Lorsque le curseur est proche du cercle, ce dernier devient rouge (cf illustration 34). Le point C est alors un point du cercle (cf illustration 35).

 <p>Illustration 33</p>	 <p>Illustration 34</p>	 <p>Illustration 35</p>
<p>Je sélectionne le bouton « point sur ».</p>	<p>J'approche le pointeur vers le cercle.</p>	<p>Le point C est sur le cercle.</p>

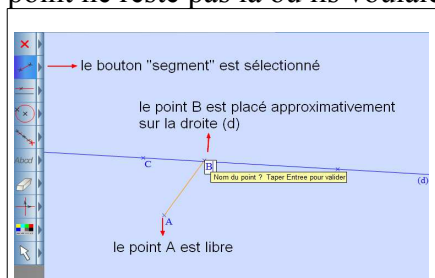
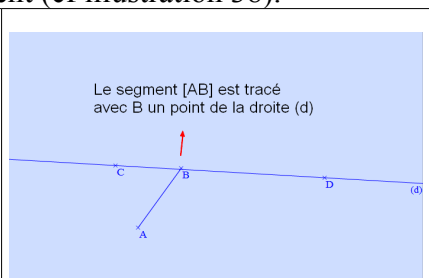
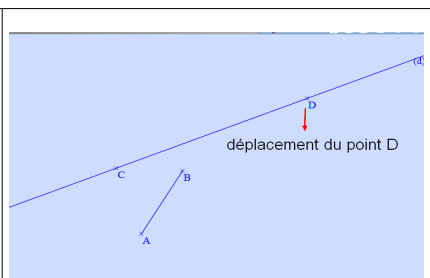


sur ».	cercle qui devient rouge	
--------	--------------------------	--

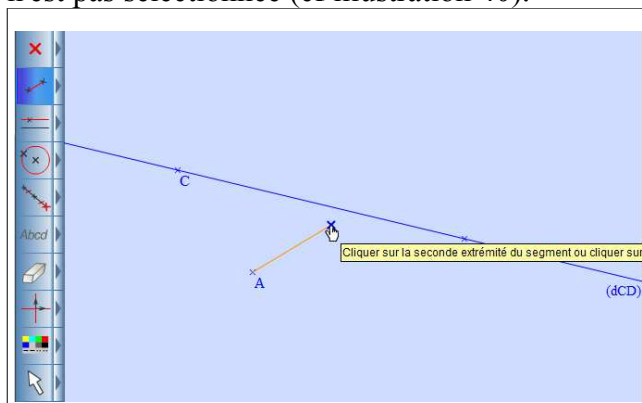
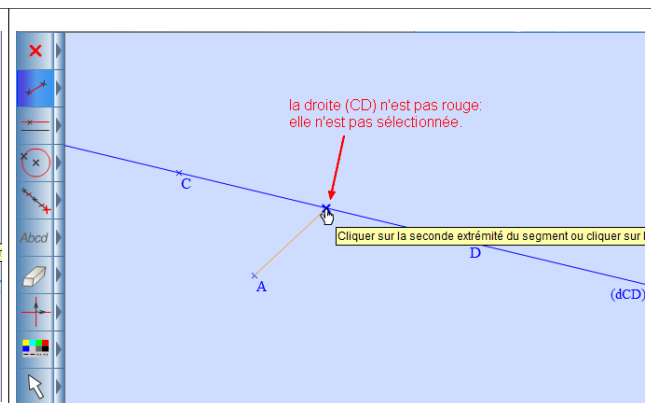
Ainsi dans l'environnement papier-crayon comme dans l'environnement Cabri-Géomètre, cette contrainte de distinguer les points n'existe pas. Par contre, comme elle existe dans l'environnement Tracenpoche, il faut en tenir compte dans cet environnement.

Le choix de Tracenpoche repose en partie sur cette contrainte instrumentale. En effet, nous avons précédemment rappelé la nécessité du vocabulaire en géométrie. En reprenant les propos de Mathé (2006), les situations de géométrie dans l'environnement Tracenpoche doivent permettre de mettre en mots les objets géométriques utilisés, d'en tester et d'en éprouver le sens. Dans l'exemple que nous venons de choisir, placer le point sur le cercle nécessite d'exprimer le fait que le point est sur le cercle, le déplacement des points permettant d'en éprouver le sens.

Cette contrainte instrumentale va être plus délicate lorsqu'une manière de faire va être validée dans un cas mais pas dans un autre. Par exemple, nous avons vu des élèves qui tracent un segment  $[AB]$  sans se poser de question : ils sélectionnent le bouton « segment », sélectionnent et valident un point A (déjà tracé ou non), sélectionnent et valident un point B (déjà tracé ou non). Ils déplacent le point A ou B. La construction est validée, puisque le segment  $[AB]$  reste tracé. Dans ces conditions, les points A et B sont libres et peuvent être déplacés n'importe où. Par contre, si le point B n'est pas tracé mais qu'il est fixé par des contraintes géométriques, par exemple appartenir à la droite (d), les élèves procèdent de même (cf illustration 36 et 37). Mais ils ne comprennent pas alors pourquoi le point ne reste pas là où ils voulaient (cf illustration 38).

		
<p><i>Illustration 36</i></p>	<p><i>Illustration 37</i></p>	<p><i>Illustration 38</i></p>
<p>Ils sélectionnent le bouton « segment », placent le point A. Ils sélectionnent et valident le point B, posé approximativement sur la droite (d).</p>	<p>Le segment <math>[AB]</math> est tracé.</p>	<p>Le déplacement du point D, par exemple, leur montre que ce n'est pas ce qui est « comme le modèle ».</p>

Le code des couleurs peut cependant aider les élèves. Lorsqu'ils ont sélectionné le bouton « segment », puis le point A, le segment orange d'extrémité A suit les mouvements du curseur (cf illustration 39). À proximité de la droite (CD), elle ne change pas de couleur : c'est le signe qu'elle n'est pas sélectionnée (cf illustration 40).

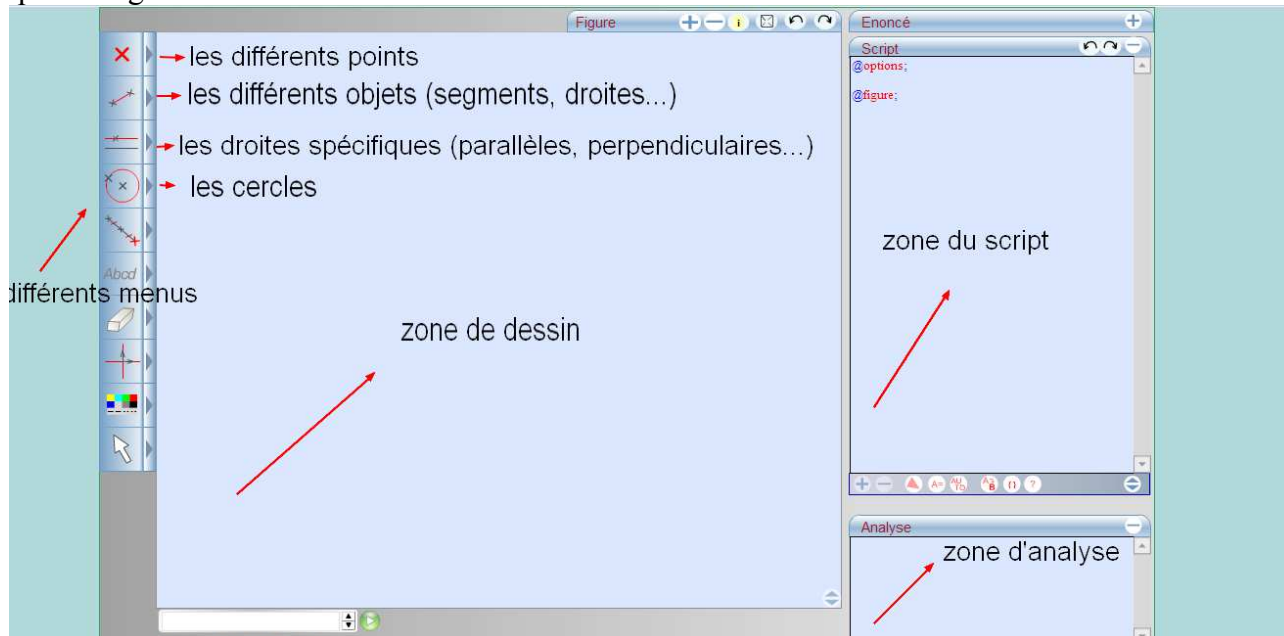
	
<p><i>Illustration 39</i></p>	<p><i>Illustration 40</i></p>



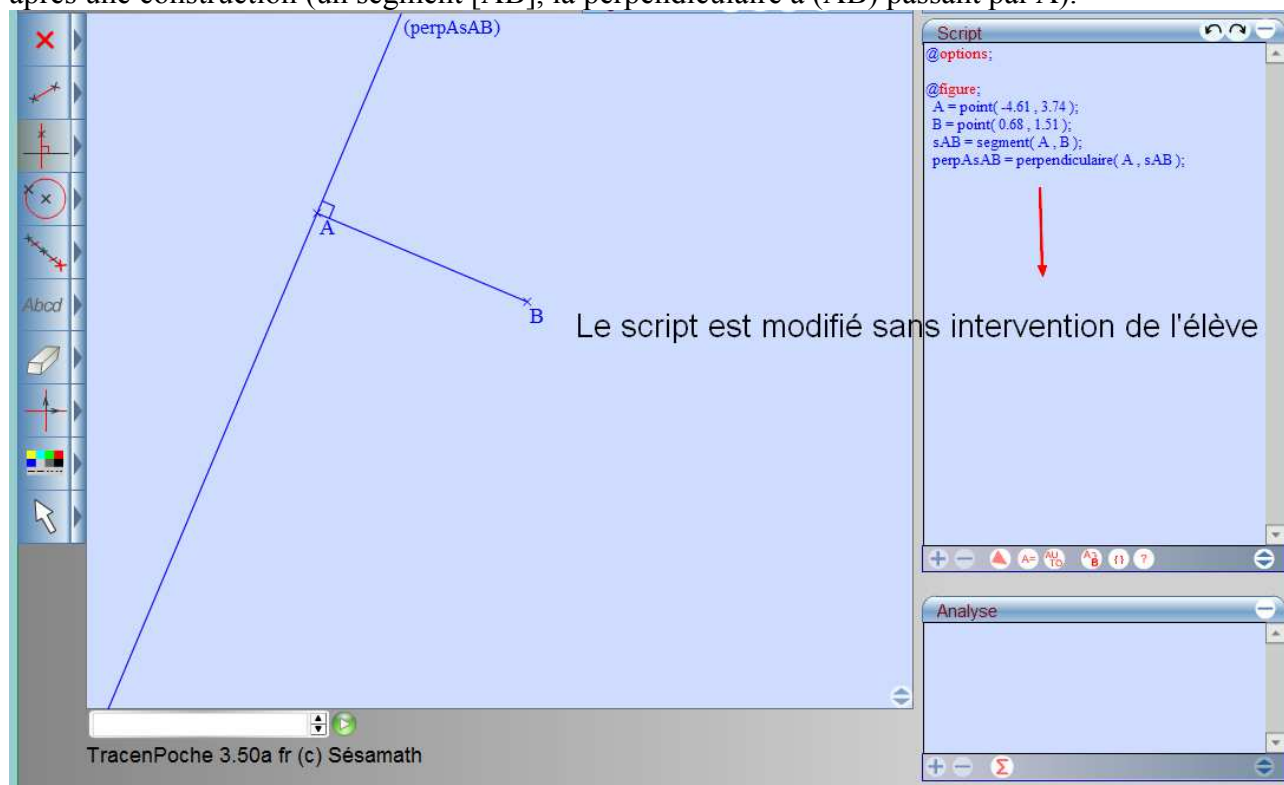
Cette contrainte provient du logiciel utilisé : la construction d'un segment dont les extrémités sont contraintes nécessite de les placer avant de sélectionner le bouton « segment ». Elle doit donc être prise en compte dans les situations proposées.

### 3.2 - Principes et ergonomie de Tracenpoche

Quand l'élève est amené à faire (ou refaire) sa construction, il a devant les yeux une page d'accueil qui est organisée comme suit :



Au fur et à mesure que la construction est faite dans la zone de dessin, le script s'écrit dans la zone correspondante, sans intervention du sujet, donnant ainsi à voir la succession des opérations géométriques effectuées. Ainsi, par exemple, nous pouvons voir comment la page est modifiée après une construction (un segment  $[AB]$ , la perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $A$ ).



Une spécificité de ce logiciel Tracenpoche concerne l'aide proposée. Nous notons d'abord des codes couleurs. Un bouton qui apparaît en bleu clair n'est pas actif (cf illustration 41), un bouton bleu foncé est actif (cf illustration 42).



Illustration 41



Illustration 42

Ce code couleur est une indication visuelle. Remarquons qu'un bouton n'est actif que pour une seule action. Ainsi, si l'on souhaite tracer deux parallèles, il est nécessaire de sélectionner deux fois le bouton « parallèle ».

Les boutons disponibles dans les menus présentent d'abord des formes iconiques. Ce qui est premier, c'est le dessin de ce que l'on veut tracer. Un code couleur est toujours présent : les objets géométriques nécessaires à la construction sont noirs, l'objet géométrique que l'on veut obtenir est rouge. Par exemple, en déroulant le troisième menu, le menu des droites spécifiques, nous pouvons voir d'abord ce que l'on veut représenter.



Les objets sont présentés en position prototypique, la droite parallèle est horizontale, la droite perpendiculaire est verticale. Cette représentation peut renforcer certaines erreurs de conception sur ces notions. Cependant, une des spécificités d'un logiciel de géométrie dynamique est de permettre de déplacer les objets géométriques de sorte qu'ils conservent les mêmes propriétés. Ainsi, deux droites dont les propriétés ont été déclarées conserveront leurs propriétés quelle que soit leur orientation. Nous pouvons donc supposer que cette représentation n'est pas problématique.

Au delà de l'icône s'affiche un bandeau jaune. En effet, lorsque l'on déplace la souris à proximité de l'icône, le bandeau jaune présente la construction. Nous l'illustrons avec le bouton parallèle (cf illustration 43) et perpendiculaire (cf illustration 44).

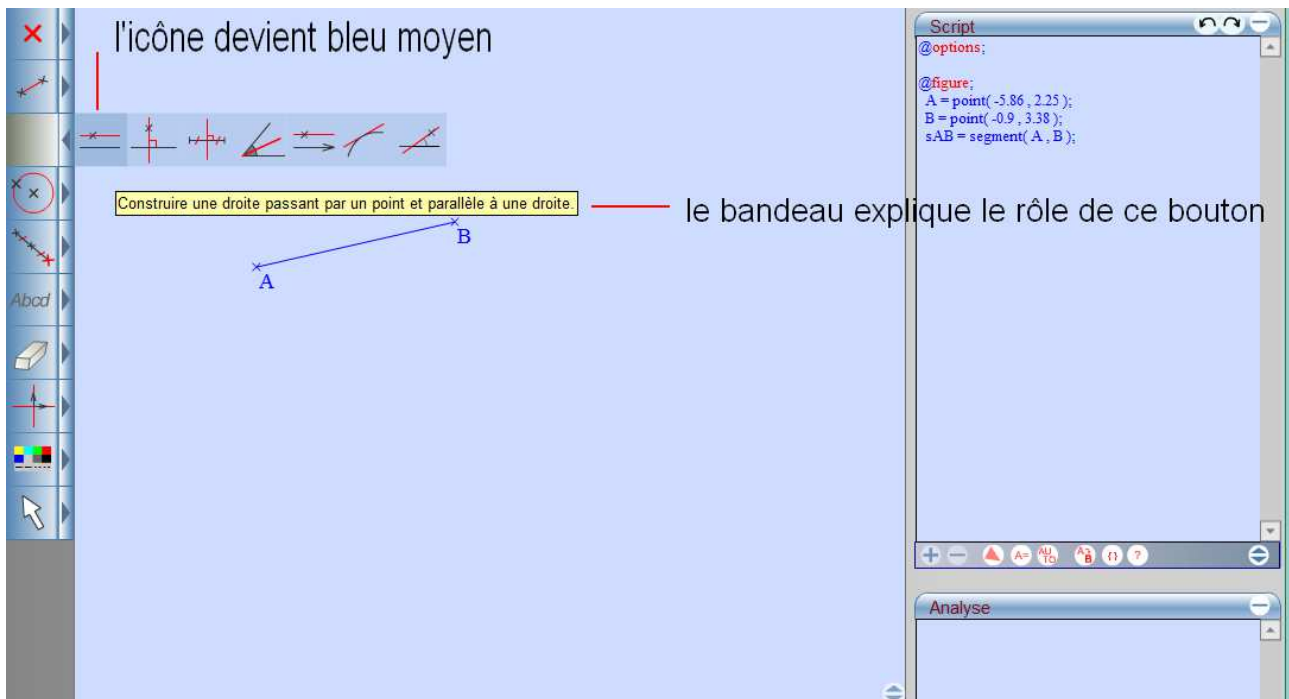


Illustration 43

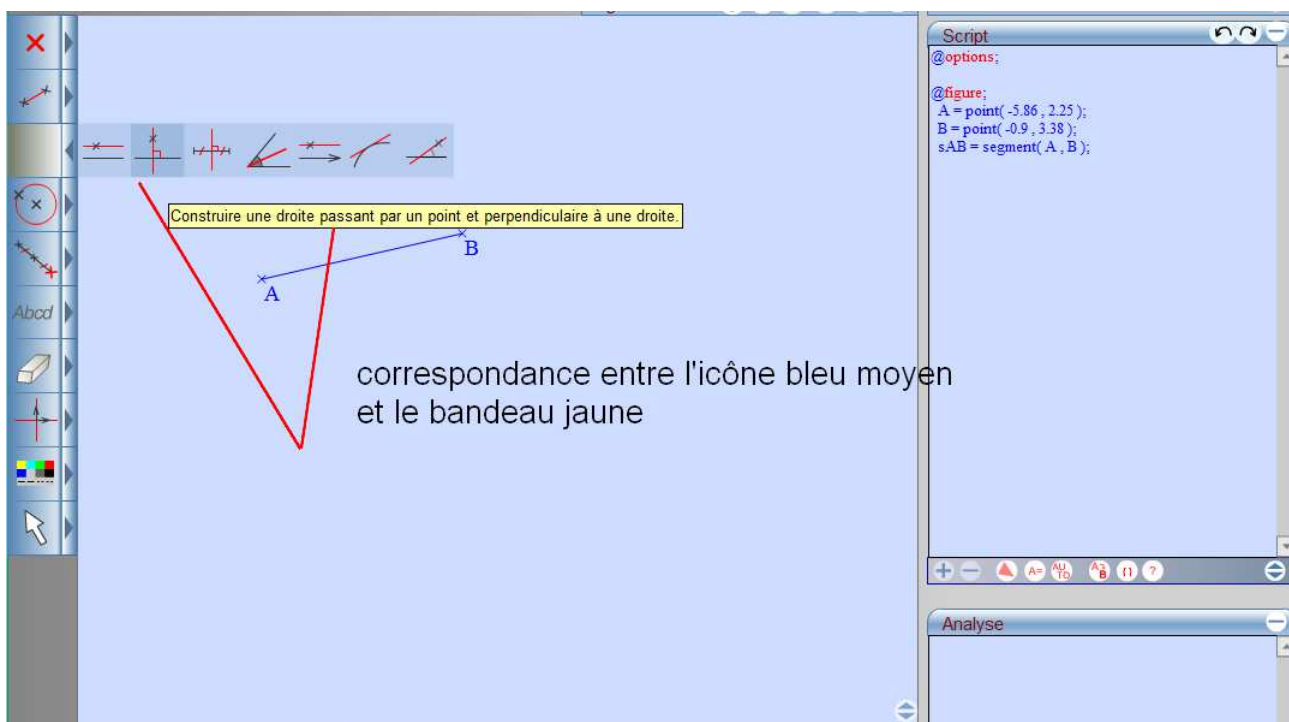
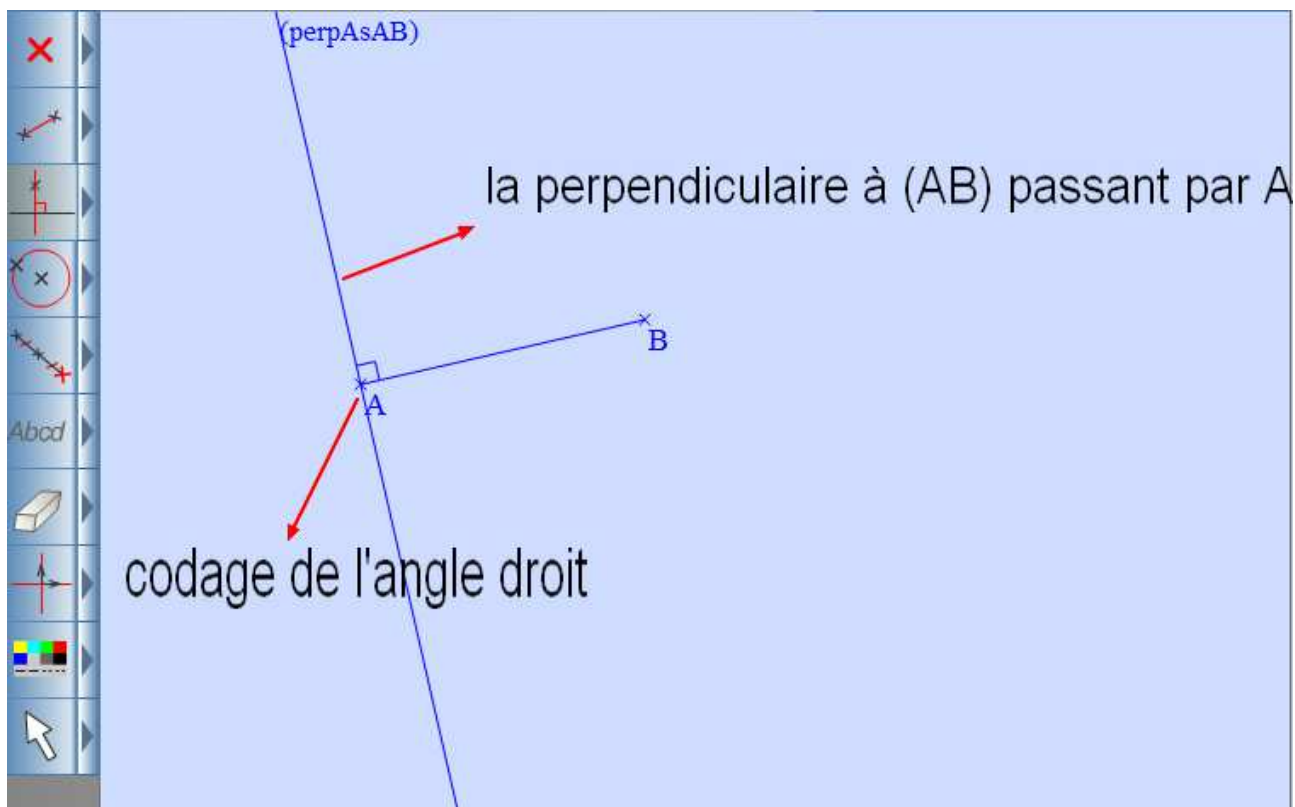


Illustration 44

Puis ces bandeaux évoluent au cours de la construction. Nous allons illustrer dans le cas de la construction de la perpendiculaire à (AB) passant par le point A. Nous cherchons à obtenir ceci, à partir du segment [AB] :



Dans le tableau ci-dessous sont présentées les évolutions à l'écran dans la première ligne, celles du bandeau jaune dans la deuxième. Nous attirons l'attention du lecteur sur les codes couleur dans la troisième ligne.

<p>Indication du bandeau jaune : Droite passant par le point ? Et perpendiculaire à ? Cliquer sur un point ou une direction.</p>	<p>Indication du bandeau jaune : Droite passant par le point A et perpendiculaire à ? Cliquer sur une droite (segment ou demi-droite)</p>	
<p>Le bouton « perpendiculaire » est sélectionné : il est bleu foncé.</p>	<p>En déplaçant la souris vers le point A, il devient rouge et par un clic, il est sélectionné.</p>	<p>En déplaçant la souris vers le segment [AB], il devient rouge et par un clic, il est sélectionné. Et la droite perpendiculaire à (AB) passant par le point A est tracée.</p>

Différentes raisons nous ont conduit au choix de ce logiciel. Une première raison tient à ces

indications visuelles : un objet candidat à être sélectionné devient rouge, un clic permet ensuite de le sélectionner ou un bouton actif change de couleur, il devient bleu foncé. Une deuxième raison tient à l'affectation systématique des lettres aux points. Des élèves de cycle 3 n'ont pas encore l'habitude de nommer les points. Des fonctionnalités avancées permettent de cacher les lettres. Mais nous ne les utiliserons pas.

Une autre raison importante tient à la possibilité de proposer un exercice de tracenpoche sur un autre logiciel, Labomep. Cela permet à l'enseignant de choisir les boutons actifs que l'on souhaite mettre à disposition des élèves et d'enregistrer le travail de l'élève. Ainsi, deux des classes dans lesquelles sont effectuées cette recherche bénéficient de ce logiciel. Nous ne nous intéressons pas à ce logiciel, nous le considérons juste comme un logiciel qui permet d'enregistrer facilement des exercices dans l'environnement tracenpoche. Nous ne travaillons que sur l'utilisation de Tracenpoche dans une classe de cycle 3.

Pour conclure, *nous allons développer des situations dans lesquelles les contraintes de l'environnement tracenpoche vont permettre de préciser ou d'explicitier les objets géométriques, alors que ces précisions ne sont pas nécessaires dans l'environnement papier-crayon.* Les rétroactions en cas d'explicitations insuffisantes de la part de l'élève sont principalement issues d'un dispositif externe à l'élève (le logiciel) et relativement indépendantes de l'enseignant, augmentant ainsi ce que l'on peut appeler le « potentiel adidactique » de la situation. « L'adidacticité désigne ce qui, dans la construction d'une connaissance, réfère à des éléments indépendants des intentions de celui qui enseigne, et présents dans la matière à enseigner, sous la forme d'antagonismes, de résistances qui peuvent produire des rétroactions » (Sensevy, 2011, p. 115). Lorsque l'élève pense avoir construit ce qui lui est demandé dans l'environnement tracenpoche, ce n'est pas le professeur qui valide ou non la construction. C'est le déplacement des points déplaçables, dispositif externe au professeur, qui va valider ou non. De surcroît, si l'élève n'a pas validé sa construction, il peut la recommencer de manière relativement aisée.

### **3.3 - Engagement des élèves**

L'interface d'accueil du logiciel ne semble pas poser de problème à des élèves de cycle 3 : dans notre recherche, tous les élèves commencent à travailler les situations que nous leur proposons, que ce soit dans l'environnement papier-crayon ou dans l'environnement tracenpoche. Lorsque la construction n'est pas validée au cours du déplacement, nous pouvons noter un engagement important de la part des élèves. Dans leurs nombreuses tentatives, ils reproduisent souvent de la même manière et concluent : « C'est pas accroché » ou « On ne l'a pas dit à l'ordinateur ». Mais ils ne savent pas faire autrement. La validation ou l'invalidation par le déplacement est mise en place chez les élèves. Ils reconnaissent que deux droites sont ou ne sont pas perpendiculaires. Ainsi, comme le modélise Ruthven (2009), les potentialités de la technologie permettent aux élèves de s'investir dans les tâches, favorisant ainsi une certaine motivation. Par ailleurs, la facilitation de certaines tâches, par exemple tracer un segment dans l'environnement tracenpoche, allège d'un certain point de vue les contraintes. Évidemment, les difficultés surgissent lorsqu'il faut comprendre ce qui est faux dans la construction. Dans notre recherche, nous essayons de comprendre ces phénomènes.

Pour conclure, nous allons développer des situations dans lesquelles les contraintes de l'environnement Tracenpoche vont permettre de préciser ou d'explicitier les objets géométriques, alors que ces précisions ne sont pas nécessaires dans l'environnement papier-crayon. Les rétroactions en cas d'explicitations insuffisantes de la part des élèves sont principalement issues d'un dispositif externe à l'élève (le logiciel) et relativement indépendantes de l'enseignant, augmentant ainsi ce que l'on peut appeler le « potentiel adidactique » de la situation.

« L'adidacticité désigne ce qui, dans la construction d'une connaissance, réfère à des éléments indépendants des intentions de celui qui enseigne, et présents dans la matière à enseigner, sous la forme d'antagonismes, de résistances qui peuvent produire des rétroactions » (Sensevy, 2011, p.

115).

Lorsque l'élève pense avoir construit ce qui lui est demandé dans l'environnement tracenpoche, ce n'est pas le professeur qui valide ou non la construction. C'est le déplacement des points déplaçables, dispositif externe au professeur, qui va valider ou non. De surcroît, si l'élève n'a pas validé sa construction, il peut la recommencer de manière relativement aisée.

## **4 - Penser l'intégration d'un logiciel dans la classe**

De nombreux travaux ont apporté des éclairages sur la manière de penser l'intégration d'un artefact dans la classe de mathématiques. À défaut de tous les recenser, nous allons en retenir quelques uns pour nous permettre de penser à la manière dont nous pourrions organiser les situations que nous allons soumettre aux professeurs.

### **4.1 - Intégration d'un artefact (logiciel) au système didactique**

L'introduction d'un objet technologique demande un travail d'intégration dans le processus d'enseignement. Pour présenter cela, Chevallard (1992) propose de distinguer trois niveaux qui sont liés en utilisant une métaphore informatique :

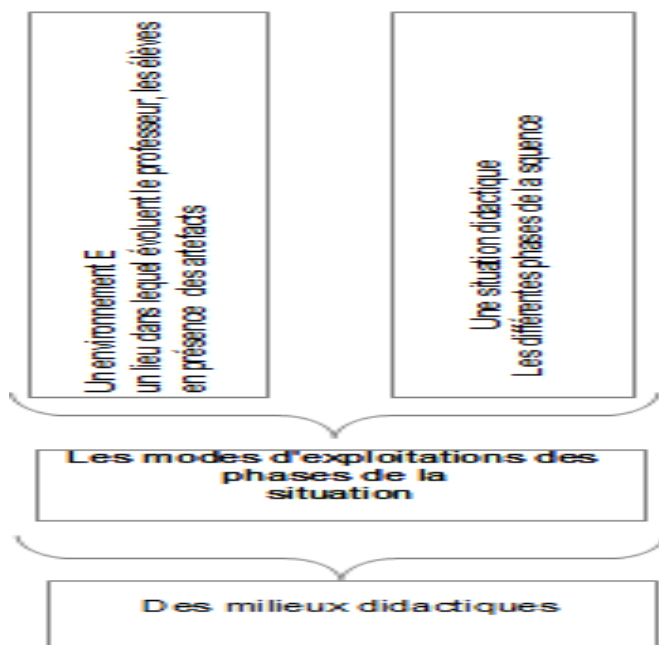
Le premier niveau, « le hardware didactique » est constitué de l'ensemble des supports matériels : logiciel, matériels, vidéoprojecteur, manuels, fiches, l'organisation matérielle (un, cinq ou quinze ordinateurs dans la salle de classe ou à l'extérieur). Comme nous l'avons déjà évoqué (§3.2), le logiciel tracenpoche, du fait de son ergonomie propre, ne s'utilise pas de la même manière qu'un autre logiciel de géométrie dynamique. Par ailleurs, les instruments usuels de tracé tels que la règle, l'équerre ou le compas, sont intégrés habituellement dans la classe de géométrie à ce premier niveau.

Le deuxième niveau, « le software didactique » concerne la ou les séquence(s) d'enseignement. Ainsi, par exemple, dans les situations proposées aux enseignants, nous avons prévu par exemple un travail sur les droites perpendiculaires. Nous passons de la situation 1 où il s'agit de tracer une droite perpendiculaire à un segment  $[AB]$  passant par un point  $C$  quelconque, à la situation 5 dans laquelle il convient de tracer un carré.

Cependant, ces ressources potentielles ne peuvent être utilisées que lorsqu'un « système d'exploitation didactique », troisième niveau, assure la coordination et l'intégration des deux premiers niveaux. Chevallard (1992) insiste sur le fait que « l'introduction réussie d'un objet technique dans le processus d'enseignement suppose tout un travail, complexe et fort subtil, d'implémentation didactique ».

### **4.2 - Scénario d'exploitation didactique**

Nous voyons émerger la nécessité de définir la description du déroulement d'un enseignement prévu intégrant ces différents niveaux. Trouche (2005, p. 125) a défini un « scénario d'exploitation didactique » comme étant la mise en scène d'une situation mathématique, au sens de Brousseau (1998) donnée dans un environnement donné. Il intègre également les modes de gestion des artefacts présents dans l'environnement et la gestion des différentes phases de la situation pour les différents acteurs. L'ensemble permettant de produire des milieux didactiques, au sens de Brousseau. Il résume les éléments d'un scénario d'exploitation didactique sous la forme suivante :



Nous avons adapté cette structure de scénario d'exploitation didactique en fonction de notre objet d'étude. En effet, les situations que nous avons proposées ne sont pas des situations didactiques au sens de Brousseau, c'est-à-dire pour lesquelles la connaissance visée fournit une solution optimale au problème posé dans cette situation. Nous allons cependant parler de situations. Nous avons proposé aux enseignants un dispositif dans lequel les tâches dans l'environnement papier-crayon et tracenpoche sont parfois les mêmes, parfois différentes. Mais lorsque les techniques éprouvées et validées dans l'environnement papier-crayon sont transposées dans l'environnement tracenpoche, elles ne permettent pas toujours de réussir. L'échec met ainsi en évidence la non prise en compte des relations entre les objets géométriques. Par exemple, nous avons demandé à des élèves de CM1 de tracer un rectangle ABCD, puis de décrire les étapes de sa construction. Un des élèves trace le rectangle, qu'il nomme par ailleurs ABDC. La trace que nous en avons semble indiquer qu'il sait utiliser l'équerre pour tracer. Puis il propose : « Je place deux points [A et B]. Je relie avec la règle [A et B]. Puis je place [C et D]  $\perp$  ». Les explications données par l'élève tendent à montrer que l'équerre est utilisée sans avoir à déclarer ce qui est fait. L'environnement tracenpoche contraint l'élève à expliciter les propriétés.

### 4.3 - Orchestrations instrumentales

La prise en compte de ces gestions, gestion des artefacts d'une part et gestion des phases d'enseignement d'autre part, est complétée avec la notion d'orchestration instrumentale par Trouche (2005, p. 126). Il la définit de la manière suivante :

« agencement systématique par un agent intentionnel des éléments (artefacts et humains) d'un environnement en vue de mettre en œuvre une situation donnée et, plus généralement de guider les apprenants dans les genèses instrumentales et dans l'évolution et l'équilibrage de leurs systèmes d'instruments ». Trouche distingue alors trois niveaux de configurations, correspondants aux niveaux d'artefacts.


Les configurations de premier niveau correspondent à l'artefact primaire. Il s'agit ici de la présentation par le professeur d'un élément de l'artefact. Par exemple, le professeur montre comment mettre un segment d'une certaine couleur.

Les configurations de deuxième niveau sont liées aux modes d'action des artefacts. Trouche (2005, p. 127) prend l'exemple de l'élève-sherpa. Ce dernier pilote un artefact qui est rétroprojeté à toute la classe. L'évolution de la production est vue par tous, favorisant ainsi les processus d'instrumentation ou d'instrumentalisation.




Trouche (2005) définit également une configuration de troisième niveau, appelée observation-miroir qui a pour objectif l'auto-analyse. Nous n'en avons pas éprouvé la nécessité dans notre recherche.

Drijvers, Doorman, Boon, Reed et Gravenmeijer (2010) ajoutent à la notion d'orchestration la dimension de la performance didactique. Ils regardent donc les décisions prises par le professeur pendant la séance, quant aux questions posées aux élèves en relation avec les connaissances instrumentales et/ou les connaissances mathématiques. Ils ont identifié six types de d'orchestration, the Technical-demo, the Explain-the screen, the Link-screen-board, the Discuss-the-screen, the Spot-and-show and the Sherpa-at-work orchestration (reprise de Trouche, 2005). Dans les trois premières, la place du professeur est centrale, dans les trois suivantes, c'est plutôt celle de l'élève. La première, the Technical-demo, consiste à ce que le professeur montre des connaissances instrumentales que ce soit en classe ou à des groupes. Par exemple, dans notre cas ce serait le moment où le professeur montre le bouton « rendre invisible ». La deuxième, the Explain-the screen, concerne le cas où le professeur s'adresse à la classe et il prend appui sur ce qui se passe à l'écran pour préciser des connaissances mathématiques. Par exemple, le professeur peut montrer une construction pour laquelle un point P n'est plus aligné avec A et B (connaissance mathématique) et présenter ou rappeler la nécessité de déclarer le point P comme « point sur » (connaissance instrumentale). La troisième, the Link-screen-board, consiste à établir un lien entre le tableau et l'écran, la relation pouvant être dans le sens « tableau vers écran » ou « écran vers tableau ». Dans notre recherche, ce peut être la mise en parallèle des techniques de l'environnement papier-crayon (règle, équerre, compas) avec celles de l'environnement tracenpoche (boutons et sélections successives). La quatrième, the Discuss-the-screen, fait une place importante aux élèves qui doivent réagir à partir d'une production à l'écran, ce qui doit faire émerger différentes techniques. La cinquième, the Spot-and-show, consiste à ce qu'un élève présente sa propre production, en explicitant sa démarche et provoquant ainsi des débats. La sixième, the Sherpa-at-work, rend compte de l'avancée du travail d'un élève-sherpa.


Dans notre proposition aux enseignants, nous avons envisagé différents types d'orchestrations. Nous allons en proposer quelques unes. Par exemple, dès la situation 1, nous avons pensé à une orchestration de type Spot-and-show, en utilisant les fonctionnalités du logiciel. Le professeur peut projeter la construction finale d'un élève de la classe. En utilisant le mode pas à pas  , il

déroule le film des actions enregistrées de l'élève : ce n'est pas tout ce que l'élève a fait, mais tout ce qui lui a permis d'arriver à la construction finale. Dans la situation 1, le document proposé aux enseignants comportait la proposition suivante :



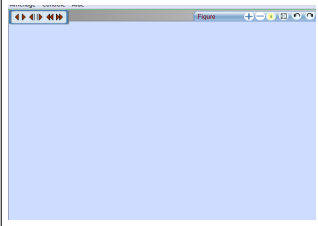
Sélectionner le bouton :

On se met en mode pas à pas : le figure est effacée. Il y a une barre de lecture.

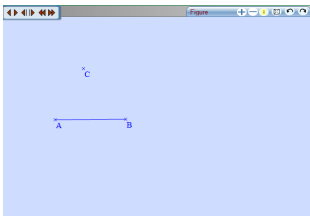
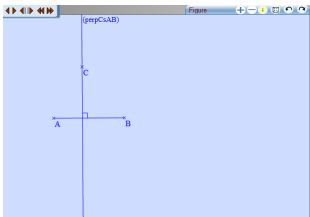
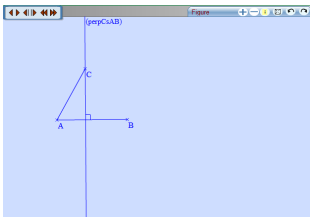
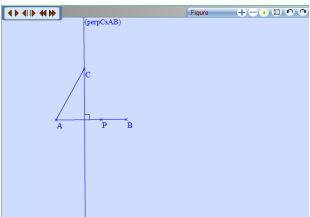


Puis chaque étape est obtenue avec la flèche de lecture.

À titre d'exemple, le « film » que nous pourrions obtenir peut donner ceci :

			
La construction est effacée	Un point A	Un point B	Le segment [AB]



			
Un point C en dehors de la droite (AB)	La droite perpendiculaire à (AB) passant par le point C	Le segment [AB]	Un point P sur [AB]...

Nous avons pensé à une autre orchestration, une adaptation de Sherpa-at-work. L'élève joue le rôle de l'élève-sherpa. Il essaie de faire la construction sous la dictée des autres élèves. Le professeur peut également faire la construction à partir de la dictée d'un ou des élèves. Dans la situation 2, nous avons proposé :

L'enseignant (ou un élève) fait la construction avec le logiciel tep sous la dictée de la classe : cela permet d'expliciter ce qui a été fait.

Dans la situation 4, l'orchestration Sherpa-at-work a été pensée pour travailler sur la chronologie de la construction.

Le travail d'un élève peut être projeté en utilisant le mode pas à pas



On peut ainsi travailler la chronologie du tracé et justifier ce que l'on fait : quel est le cercle tracé en premier ? Quelles sont ses caractéristiques ?

Dans la réalisation effective dans les classes, les professeurs n'ont finalement pas beaucoup utilisé le mode pas-à-pas.

## Chapitre 2 : éléments théoriques pour la construction des situations

Nous allons présenter dans ce chapitre les modes d'intégration des TICE (Assude, 2007), sur lesquels desquels nous allons nous appuyer pour la construction des situations.

### 1 - Introduction

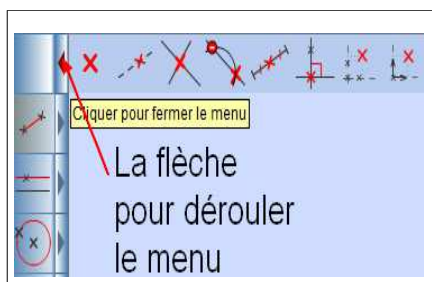
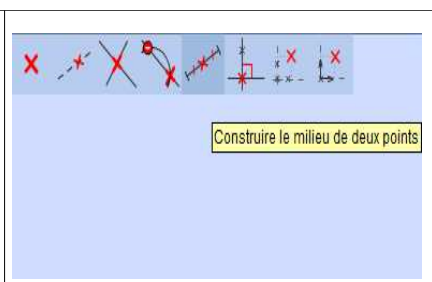

Comme nous l'avons évoqué dans le premier chapitre, des recherches ont permis d'analyser des expérimentations, relatives à l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique en cycle 3. Nous avons également noté que cette intégration dépend de différents facteurs. Les changements provoqués par cette intégration donnent à voir la production de nouvelles techniques. La recherche de Assude (2007) a apporté des résultats en terme d'indicateurs *a posteriori*, qui permettent d'évaluer le degré d'intégration. Pour cela, elle définit les modes d'intégration comme « *les différentes manières dont l'intégration se fait, et qui expriment l'état ou l'action de cette intégration dans les pratiques des professeurs et des élèves* » (Assude, 2007, p. 122). Nous avons choisi ces modes d'intégrations en tant qu'indicateurs *a priori* pour concevoir les situations. À sa suite, nous formulons l'hypothèse « *que ce sont les propriétés mathématiques, leur identification et leur exploitation qui favorisent une convergence particulièrement forte de ces deux contextes* » (Ibid., p. 128). Assude présente quatre modes, le *mode d'emploi*, le *mode d'action*, le *mode de relation* et le *mode d'étude*. Nous allons utiliser ces différents modes, Nous n'utilisons pas le mode d'étude, qui prend en charge l'organisation de l'étude de l'élève. En effet, les moments étudiés correspondent essentiellement à des activités d'étude et de recherche.

#### 1.1 - Mode d'emploi :

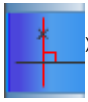
« *Les modes d'emploi sont les manières dont l'intégration exprime la prise en compte des connaissances relatives à l'outil, les façons dont l'outil se transforme en instrument, les façons dont on organise et on accompagne la genèse instrumentale* » (Ibid., p. 124). Lors de la conception d'une situation intégrant un logiciel de géométrie dynamique, il nous semble indispensable de repérer d'une part les connaissances instrumentales et d'autre part, les connaissances mathématiques.

Assude présente trois modes d'emploi, *initiation instrumentale*, *renforcement instrumental* et *symbiose instrumentale*.

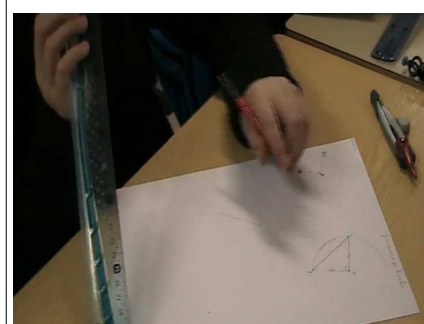
Le mode « *initiation instrumentale* » permet de décrire les premières potentialités du logiciel. Par exemple, l'élève doit comprendre le partage des tâches c'est-à-dire le rôle de l'élève et le rôle de l'ordinateur. Lorsque le professeur demande de réaliser la tâche suivante, à savoir tracer la droite perpendiculaire à (AB) passant par B dans l'environnement tracenpoche, l'élève doit comprendre qu'il doit effectuer une série de manipulations afin que le logiciel trace la droite attendue. Nous avons rencontré des élèves (CM1) qui voulaient tracer la droite eux-mêmes tel que cela était demandé dans la consigne. Ils ne pouvaient pas imaginer qu'ils devaient « programmer » le logiciel pour que la droite apparaisse à l'écran. Par ailleurs, l'élève doit savoir que, dans l'environnement tracenpoche, les boutons sont accessibles par des menus déroulants. Ainsi, pour atteindre le bouton « milieu d'un segment », il faut aller dans les menu des points (première ligne) en allant sur la flèche (cf illustration 1), lire les bandeaux explicatifs si l'on a oublié (cf illustration 2), cliquer le bouton milieu d'un segment (cf illustration 3).

		
<i>Illustration 1</i> Cliquez pour fermer le menu	<i>Illustration 2</i> Construire le milieu de deux points	<i>Illustration 3</i> Cliquez sur le premier point ou le segment

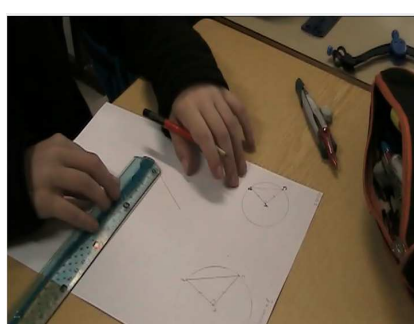
Ce mode « *initiation instrumentale* » n'est pas présent dans notre proposition aux enseignants : ils n'ont pas souhaité la présence du chercheur lorsque les élèves découvraient le logiciel.

Le mode « *renforcement instrumental* » permet de renforcer les connaissances instrumentales, tout en prenant appui sur les connaissances mathématiques. Les tâches sont essentiellement dans l'environnement tracenpoche et elles organisent le travail mathématique. Nous nous intéressons à l'appropriation de connaissances instrumentales nouvelles à partir de connaissances mathématiques déjà connues dans l'environnement papier-crayon. Par exemple, le tracé de perpendiculaires en CM2 avec la géométrie dynamique est l'occasion de réinvestir la notion mathématique en présentant une nouvelle fonction logicielle. Ainsi, « penser perpendiculaire », dans l'environnement papier-crayon c'est « penser équerre » et, dans l'environnement tracenpoche, c'est « penser le bouton perpendiculaire » , nous nommons ce bouton « perpendiculaire ». Par exemple, dans la

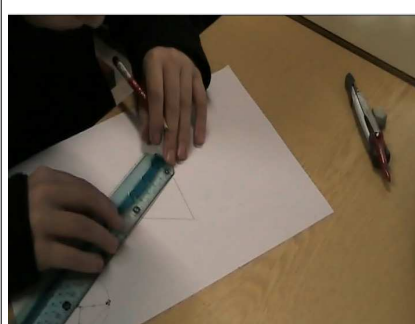
situation 2, un élève cherche « angle droit » avec le logiciel. Il cherche et redécouvre que les expressions « angle droit » et « droites perpendiculaires » sont synonymes et que la construction d'un « angle droit » dans l'environnement tracenpoche se fait à partir du bouton « perpendiculaire ». Un autre mode d'emploi, nommé « *symbiose instrumentale* » permet d'établir des liens entre les deux environnements. Les tâches dans les deux environnements sont liées et visent des connaissances mathématiques. Les connaissances instrumentales viennent renforcer les connaissances mathématiques et inversement. Par exemple, le report de longueur avec les cercles est une technique possible dans l'environnement papier-crayon. Une autre technique consiste à prendre une règle graduée et à mesurer, quitte parfois à effectuer le tracé en tâtonnant (nous présentons un travail d'un élève de CM2 pour le tracé d'un triangle équilatéral, illustration de 4 à 6).



*Illustration 4*



*Illustration 5*



*Illustration 6*

La technique utilisée n'est pas celle qui est attendue. Mais la construction peut être validée comme un triangle équilatéral puisque les trois côtés sont de même longueur (à peu près). Par conséquent, la nécessité du compas n'est pas accessible à ce moment, pour cet élève.

Nous avons fait le choix de ne pas introduire la règle graduée dans notre proposition aux enseignants. Ainsi, le cercle, comme technique de report de longueur dans l'environnement tracenpoche est le seul objet géométrique possible qui permet de garantir l'égalité au cours du

déplacement des points déplaçables. Cependant, la règle non graduée n'est pas d'usage dans les classes. Les élèves sont donc amenés à prendre la règle graduée comme une règle qui ne l'est pas. C'est ainsi qu'un des professeurs essaie d'expliquer « *Je vous ai dit que vous étiez libres des dimensions. Je n'ai pas précisé une chose. [...] Je n'ai pas de règle non graduée. [...] On n'utilise pas les graduations de la règle ou de l'équerre* ». Mais l'absence artificielle de règle graduée peut perturber des élèves. Ainsi, dans la situation 2, un élève Amel a tracé la figure attendue (cf illustration 7).

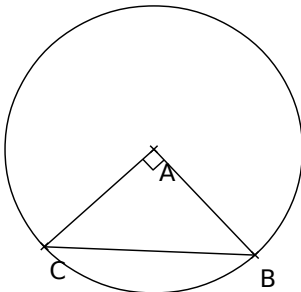


Illustration 7:

Lorsque le chercheur-praticien passe à côté de lui, il explique le souci qu'il rencontre :

A	<i>Vu que je vais faire mon côté ici, je ne pourrai pas savoir si c'est de la même longueur.</i>
P2	<i>Ah pourquoi tu ne pourras pas vérifier ?</i>
A	<i>Ben parce que le maître, il a dit qu'on ne devait pas utiliser les graduations.</i>

Dans toutes les situations proposées, nous allons essayer d'organiser les connaissances instrumentales en lien avec les connaissances mathématiques, en veillant à proposer au fur et à mesure de nouvelles connaissances instrumentales. Par exemple, la connaissance et l'utilisation des différents statuts des points en géométrie dynamique est nécessaire et sera organisée sur l'ensemble des situations. Dans la situation 1, appelée le pont de Millau, les points utilisés sont « *le point libre* » ou « *le point sur* » une droite. Dans la situation 2, les points utilisés sont « *le point libre* », « *le point sur* » une droite ou « *le point d'intersection* » de deux droites. Dans la situation 4, « *le point d'intersection* » sera placé à l'intersection d'une droite et d'un cercle ou à l'intersection de deux cercles. Par conséquent, le logiciel génère deux points, ce qui n'est pas nécessairement attendu par les élèves.

Pour résumer, nous avons veillé à ce que l'intégration passe par une évolution des connaissances instrumentales, qui sont précisées à l'enseignant<sup>7</sup>. À titre d'exemple, nous présentons ici les objectifs visés dans la situation 1 tels que nous leur avons proposés.

Objectifs :

connaissances mathématiques : segments, extrémités d'un segment, droite, perpendiculaire à une droite passant par un point, points alignés.

Connaissances instrumentales : tracé d'un segment, tracé d'une droite perpendiculaire à une droite passant par un point, distinction entre point libre et point sur un objet.

## 1.2 - Mode d'action :

« *Les modes d'action expriment les manières dont l'intégration prend en charge l'organisation mathématique du travail de l'élève* » (Assude, 2007, p. 128). L'organisation mathématique doit tenir compte des usages déterminés par les différents contextes de travail (environnement papier-crayon, environnement tracenpoche) et les différents systèmes d'instruments (instruments usuels de géométrie pour construire et valider, boutons du logiciel pour construire et déplacement des points

<sup>7</sup> Les enseignants ont les situations décrites. Les connaissances instrumentales et mathématiques sont explicitées.

pour valider). Nous nous intéresserons d'une part aux types de tâches et aux tâches dans l'environnement tracenpoche et tâches dans l'environnement papier-crayon ainsi qu'aux rapports entre elles, et d'autre part, aux techniques, techniques dans l'environnement tracenpoche et techniques dans l'environnement papier-crayon ainsi qu'aux rapport entre elles. Enfin, nous établirons un rapport entre technique et technologie au sens de Chevallard (1998).

Dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD, Chevallard, 1998), toute activité humaine peut être décrite par une praxéologie, qui offre une méthode d'analyse des pratiques institutionnelles, ce qui permet une description et l'étude de leurs conditions de réalisation. Une praxéologie est constitué du quadruplet  $(T, \tau, \theta, \Theta)$  avec :

1)  $T$  est un type de tâches, contenant au moins une tâche  $t$ , présente dans une institution donnée. Chevallard précise que « la notion de tâches, ou plutôt de type de tâches, suppose un objet relativement précis » (Chevallard, 1998, p. 92). Par exemple, construire des quadrilatères est un type de tâche, construire est un genre de tâche.

Nous prenons appui sur des types de tâches issus des programmes officiels<sup>8</sup> :

- T1 représenter à main levée une figure
- T2 construire une figure
- T3 reproduire une figure
- T4 reconnaître une figure
- T5 travailler avec un programme de construction

Nous détaillons ensuite des tâches, telles que tracer un rectangle ABCD, tracer un cercle de centre A et passant par B...

2)  $\tau$  est une technique permettant d'accomplir une tâche  $t$  ou un type de tâches  $T$ . Chevallard rapporte qu'« une praxéologie relative au type de tâches  $T$  contient donc, en principe, une technique  $\tau$  relative à  $T$ . Elle contient ainsi un bloc  $[T, \tau]$ , qu'on appelle bloc pratico-technique » (*Ibid.*, p. 92). Ce bloc se nomme couramment savoir-faire. Par exemple, tracer la droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné est une tâche.

Donnons un exemple pour illustrer notre propos, en considérant la tâche qui consiste à tracer la médiatrice de  $[AB]$  dans l'environnement papier-crayon.

Une première technique dans l'environnement papier-crayon pour tracer la médiatrice de  $[AB]$  est de prendre le compas et de tracer les arcs de cercle de centre respectivement A et B, de rayon AB, qui sont sécants en D et D1. La droite  $(DD1)$  est alors la médiatrice de  $[AB]$  (cf illustration 8).

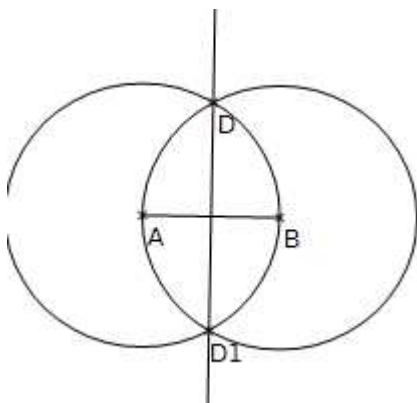
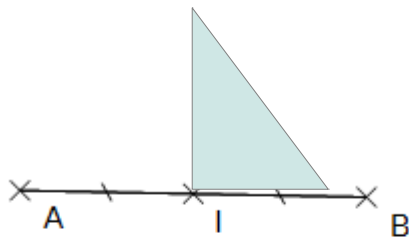


Illustration 8

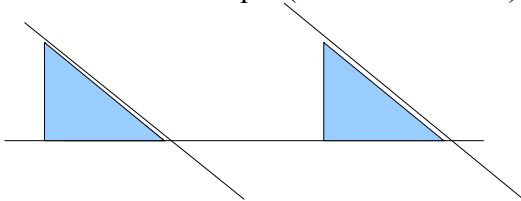
Une deuxième technique dans l'environnement papier-crayon est de déterminer le milieu du segment, de prendre l'équerre et de la placer sur le milieu (cf illustration 9).

8 BO juin 2008 : nous pouvons trouver par exemple, à la page 39, des tâches issues de ce document. On lit « Reconnaître que des droites sont parallèles, construire une hauteur d'un triangle, reproduire un triangle, décrire une figure en vue de l'identifier ».



*Illustration 9:*

Chevallard explique, à propos d'un type de tâches  $T$  donné, « qu'il existe une seule technique, ou du moins un petit nombre de techniques institutionnellement reconnues, à l'exclusion des techniques alternatives possibles- qui peuvent exister mais alors en d'autres institutions » (*Ibid.*, p. 93). Par exemple, construire deux parallèles en utilisant les angles alternes-internes (autres que droits) ne fait pas partie des techniques acceptées à l'école primaire, bien qu'elle soit tout à fait justifiée d'un point de vue mathématique (cf illustration 10).



*Illustration 10:*

3)  $\theta$  est une technologie justifiant la technique  $\tau$ . C'est le discours qui « ayant pour objet premier de justifier rationnellement la technique  $\tau$ , en nous assurant qu'elle permet d'accomplir les tâches de type  $T$ , c'est-à-dire de réaliser ce qui est prétendu » (*Ibid.*, p.93). Évidemment, les éléments du discours mis en jeu varient en fonction de l'espace institutionnel. A l'école primaire, le discours sur la technique repose davantage sur l'utilisation des instruments. Ainsi, par exemple, le quadrilatère que j'ai devant les yeux est un rectangle car, avec mon équerre, j'ai vérifié qu'il a quatre angles droits.

4)  $\Theta$  est une théorie justifiant la technologie. « On passe à un niveau supérieur de justification-explication-production, celui de la la théorie,  $\Theta$ , laquelle reprend, par rapport à la technologie, le rôle que cette dernière tient par rapport à la technique » (*Ibid.*, p.94). Ainsi, le rectangle précédemment cité est reconnu comme un rectangle en tant que quadrilatère ayant trois angles droits.

Le bloc  $[\theta, \Theta]$  est identifié comme un savoir. Il permet d'engendrer une technique  $\tau$  pour un type de tâche  $T$ . Ainsi, le savoir faire  $[T, \tau]$  pourra être présenté comme une simple application du savoir  $(\theta, \Theta)$ . Ainsi, en termes de praxéologie mathématique, nous nous intéressons aux types de tâches dans l'environnement papier-crayon ou dans l'environnement tracenpoche, aux techniques enseignées à l'école primaire, aux discours technologiques justifiant ces techniques. Nous faisons l'hypothèse que les éléments théoriques associés à ces discours sont absents en général à ce niveau d'enseignement.


Nous allons préciser des types de techniques, au sens de manière de faire. Nous reprenons les trois types définis par Assude & Mercier (2007, p. 154).

-les « *techniques invisibles* sont celles qui permettent de produire un résultat mais ne sont pas explicitées car leur usage n'implique ni commentaire, ni contrôle langagier ». L'élève produit une réponse en jouant au jeu défini par le professeur. Ainsi, par exemple, voir un cercle sur la photographie de l'arche (comme dans la situation 2) ne nécessite pas de discours, ni d'explication. La nécessité d'expliquer ses éléments caractéristiques apparaît ensuite, lorsque le cercle sera à

construire.

-les « *techniques faibles* » sont celles qui permettent de produire un résultat et qui sont explicitées : la manière de faire peut être montrée et commentée par un expert ou observée par un apprenti comme un savoir en situation ». L'élève produit une réponse et il décrit sa manière de faire, c'est-à-dire il est capable d'apporter des éléments de discours de la technique. Dans l'environnement papier-crayon, l'élève prend l'équerre pour tracer la perpendiculaire à (AB) passant par A. Il est capable de dire qu'il a pris l'équerre, le discours technologique prend donc appui sur l'objet-équerre, qui supporte la propriété de perpendicularité. Du point de vue de l'élève, il lui suffit de faire avec l'équerre, à savoir aligner un bord de l'équerre sur la droite (AB) et l'autre bord passe par le point A. Pour nous, comme il n'éprouve pas la nécessité d'explicitier la manière d'utiliser l'équerre, nous utilisons le terme « technique faible ».

-les « *techniques fortes* » sont celles qui produisent un résultat attendu, qui sont non seulement explicitées mais aussi justifiées par une technologie ou théorie explicite (...) ». Nous appelons technique forte dans l'environnement tracenpoche ou dans l'environnement papier-crayon le type de technique pour lequel l'élève doit expliciter les éléments géométriques, c'est-à-dire un discours sur la technique. Par exemple, dans l'environnement papier-crayon, lorsque l'action menée avec l'équerre est accompagné d'un discours du type « je place l'équerre de sorte qu'un des côtés de l'angle droit est sur le segment [AB] et le second côté passe par le point A », l'élève explicite les relations géométriques. De même, dans l'environnement tracenpoche, pour tracer la perpendiculaire

à (AB) passant par A, l'élève choisit le bouton « perpendiculaire » , sélectionne et valide la droite (AB) puis sélectionne et valide le point A<sup>9</sup>.

Nous formulons notre deuxième hypothèse de travail :

H2 : *les contraintes instrumentales dans l'environnement tracenpoche favorise l'évolution des techniques faibles vers des techniques fortes.*

Par ailleurs dans les techniques de reconnaissance, nous faisons la même distinction. Les techniques invisibles sont celles qui permettent de donner un résultat. Les techniques faibles sont celles qui produisent un résultat attendu, en utilisant les instruments usuels ou le déplacement exploratoire, mais sans discours mathématique explicatif. Les techniques fortes sont celles qui produisent un résultat justifié par des connaissances mathématiques.

Nous nous sommes appuyés sur les différentes techniques mises en évidence par Assude et Gelis (2002). Ces auteurs présentent quatre types de techniques :

« Technique perceptive (Assude et Gelis, 2002, p. 278) : pour construire une figure, on se place au niveau du dessin, on trace perceptivement les différents éléments du dessin (en utilisant ou non des propriétés de la figure).

Technique perceptivo-théorique (*Ibid.*) : pour construire une figure, on se place au niveau de la figure. Le tracé est fait en utilisant des commandes du logiciel qui matérialisent les propriétés de la figure, propriétés qui sont des outils pour la construction.

Technique programme de construction (*Ibid.*, p. 279) : la construction de la figure est faite en suivant un programme de construction.

Technique analytique (*Ibid.*) : la construction des figures est faite en utilisant une technique intermédiaire qui est une technique où on analyse des figures pour dégager les propriétés qui permettent la construction. »

Nous avons envisagées les trois premières techniques pour les différents types de tâches, d'une part pour les tâches de construction et de reproduction, et d'autre part pour les tâches de reconnaissance. De plus, nous les avons spécifiées en fonction de l'environnement.

---

9 Nous utilisons le terme « technique forte » avec un sens légèrement différent des auteurs. Le discours sur la technique revient à une explicitation des relations géométriques plutôt qu'à une justification théorique à proprement parlé.

Ainsi, pour les tâches de construction et de reproduction, nous pensons que les élèves peuvent mettre en œuvre des techniques perceptives (CP) dans l'environnement papier-crayon (on notera CPpc) ou dans l'environnement tracenpoche (on notera CPtep) et des techniques tenant compte des propriétés mathématiques, qui sont instrumentées dans l'environnement papier-crayon (on notera CIpc) ou qui sont déclarées dans l'environnement tracenpoche (on notera CPTtep, « perceptivo-théorique », *Ibid.*, p. 278). Du fait des contraintes instrumentales propre à l'environnement tracenpoche, nous envisageons également une technique qui reste perceptive dans la mesure où l'on se place au niveau du dessin, mais dont certaines connaissances mathématiques ont été déclarées dans l'environnement tracenpoche (on notera CPMtep). Nous parlons donc de techniques perceptives lorsque la construction est un dessin : dans l'environnement papier-crayon, cela signifie que l'instrument utilisé n'est pas adéquat, dans l'environnement tracenpoche, la construction ne résiste pas au déplacement. Nous parlons de techniques perceptivo-théoriques lorsque le dessin est une figure : dans l'environnement papier-crayon, l'instrument utilisé est adéquat, dans l'environnement tracenpoche, la construction résiste au déplacement de tous les points déplaçables. Par ailleurs, nous envisageons une technique à partir d'un programme de construction dans l'environnement tracenpoche (on notera PCtep, en nous référant à « technique programme de construction », *Ibid.* p.279). La construction est obtenue en suivant un programme de construction. Il s'agit donc d'une figure puisque les propriétés géométriques ont été prises en compte.

Par ailleurs, pour les tâches de reconnaissance, nous envisageons trois types de techniques de reconnaissance, une technique perceptive de reconnaissance (RP), une technique de reconnaissance perceptivo-théorique (RPT) et une technique de reconnaissance perceptivo-théorique où les propriétés mathématiques sont nommées (RPTM). Nous les déclinons en fonction de l'environnement.

D'une part, dans l'environnement tracenpoche, une technique de reconnaissance perceptive (on notera RPtep) consiste à reconnaître à l'écran sans déplacement. Une technique de reconnaissance perceptivo-théorique revient à déplacer les points déplaçables (on notera RPTtep). Il s'agit donc d'une technique propre à l'environnement tracenpoche. La construction est donc appréhendée comme une « figure » dont les différents « dessins » à l'écran sont des représentants. Enfin, une technique de reconnaissance perceptivo-théorique où les propriétés mathématiques sont nommées (on notera RPTMtep) consiste à déplacer les points déplaçables et à nommer les propriétés mathématiques qui résistent au déplacement. Les invariants géométriques sont vus et nommés.

D'autre part, dans l'environnement papier-crayon, une technique de reconnaissance perceptive (on notera RPpc) revient à reconnaître perceptivement. On se place donc au niveau du dessin. Une technique de reconnaissance perceptivo-théorique (on notera RPTpc) consiste à utiliser les instruments usuels pour vérifier les propriétés géométriques. On se place au niveau de la figure. Enfin, une technique de reconnaissance perceptivo-théorique où les propriétés mathématiques sont nommées (RPTMpc) met en évidence des propriétés géométriques à partir de celles qui sont déjà présentes. On se place également au niveau de la figure.

À partir de ces indicateurs relativement aux types de tâches et aux différentes techniques, que ce soit dans l'environnement papier-crayon ou tracenpoche, Assude (2007, p. 129) décrit trois modes d'intégration de l'environnement informatique : un mode d'action indépendant, un mode d'action dépendant et un mode d'entrelacement. Dans le premier mode, les tâches et les types de techniques sont totalement indépendantes et dans le second mode, ils sont totalement dépendants. Le troisième mode, le mode d'entrelacement consiste à une imbrication entre les tâches et les techniques dans les deux environnements. Par exemple, dans la situation 5, la tâche demandée aux élèves est de construire un cercle tangent intérieurement au carré dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche. La technique perceptive qui sera probablement mise en œuvre dans l'environnement papier-crayon à travers l'usage du compas devra être mise en défaut dans l'environnement tracenpoche. La technique perceptivo-théorique qui consiste à déclarer les éléments caractéristiques dans l'environnement tracenpoche éclaire la nécessité de le faire également dans



l'environnement papier-crayon. Dans les situations proposées aux enseignants, nous utilisons ce mode d'entrelacement en nous appuyant sur une des conclusions de Assude (*Ibid.*, p. 131) : « le mode d'entrelacement nous paraît être le plus adapté pour intégrer réellement le logiciel dans l'ensemble du travail géométrique des élèves ».

Nous illustrons cet entrelacement sur un exemple, pour la notion de perpendicularité, d'une part entre l'environnement papier-crayon et l'environnement tracenpoche, d'autre part en proposant différentes tâches au fur et à mesure des situations.

Dans la situation 1

t2,1,pc<sup>10</sup> : construire la droite perpendiculaire au segment [AB] passant par C, avec C un point extérieur à la droite [AB] dans l'environnement papier-crayon.

Un schéma à main levée avait permis de préciser cette relation.

t3,1,tep<sup>11</sup> : reproduire la droite perpendiculaire à [AB] passant par C, avec C un point extérieur au segment [AB] dans l'environnement tracenpoche.

Cette tâche de reproduction dans l'environnement tracenpoche vient après ce qui a été fait dans l'environnement papier-crayon.

Dans la situation 2

t2,4,pc : compléter le rectangle en plaçant le point D sachant que deux angles sont droits, dans l'environnement papier-crayon. Cela revient à construire la droite perpendiculaire à (BC) passant par C dans l'environnement papier-crayon. Cette droite est une étape qui permet de compléter une figure commencée pour obtenir un rectangle.

t3,4,tep : reproduire le rectangle en plaçant le point D sur le début du rectangle où deux angles sont droits. Cela revient à construire la droite perpendiculaire à (BC) passant par C dans l'environnement tracenpoche. Cette droite est une étape qui permet de compléter une figure commencée pour obtenir un rectangle.

Dans la situation 4

t3,11,pc : reproduire un triangle rectangle et isocèle en A dans l'environnement papier-crayon.

Dans la situation 5

t5,5,tep : construire une figure à partir d'un programme de construction dans l'environnement tracenpoche.

Nous illustrons maintenant l'entrelacement entre les tâches entre les deux environnements pour faire évoluer les techniques, par exemple dans la situation 5.

t3,15,pc : reproduire un cercle tangent intérieurement à un carré dans l'environnement papier-crayon.

t3,15,tep : reproduire un cercle tangent intérieurement à un carré dans l'environnement tracenpoche. Dans les techniques envisagées, nous pouvons penser que l'élève peut tracer le cercle avec le compas. Il met la pointe sèche du compas au centre du carré, qu'il a repéré à partir des diagonales et il écarte délicatement le crayon du compas pour effleurer le côté du carré. L'écartement du compas représente la mesure du rayon du cercle. Cette manière de faire aboutit effectivement à la réalisation de la tâche. Mais cette technique ne permet pas de mettre en évidence les éléments caractéristiques du cercle. En ce sens, nous nommons cette technique faible. Cette même technique peut être alors transposée dans l'environnement tracenpoche : l'élève place le point d'intersection des diagonales du carré (cf illustration 11). Il sélectionne le bouton cercle, le centre du cercle et il écarte délicatement la souris pour que le cercle orange frôle le côté du carré (cf illustration 12).

---

10 t2,1,pc : nous allons coder les tâches t de la manière suivante. 2 renvoie au type de tâches, ici T2 construire une figure. 1 renvoie à la première tâche dans nos situations. pc signifie que la tâche est à faire dans l'environnement papier-crayon.

11 t3,1,tep : 3 renvoie au type de tâches, ici T3 reproduire une figure. 1 renvoie à la première tâche dans nos situations. tep signifie que la tâche est à faire dans l'environnement tracenpoche.

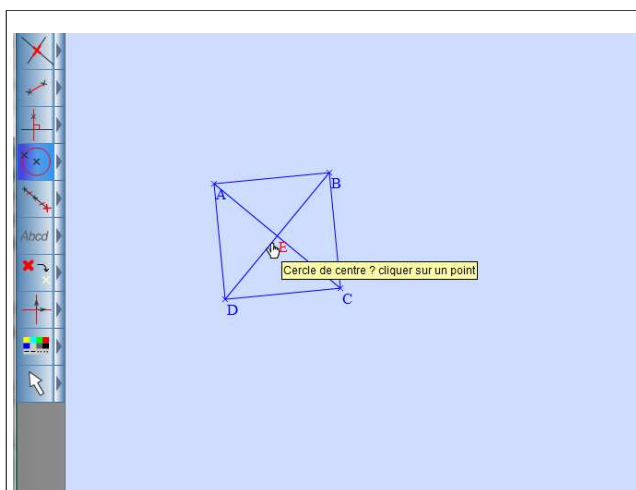


Illustration 11

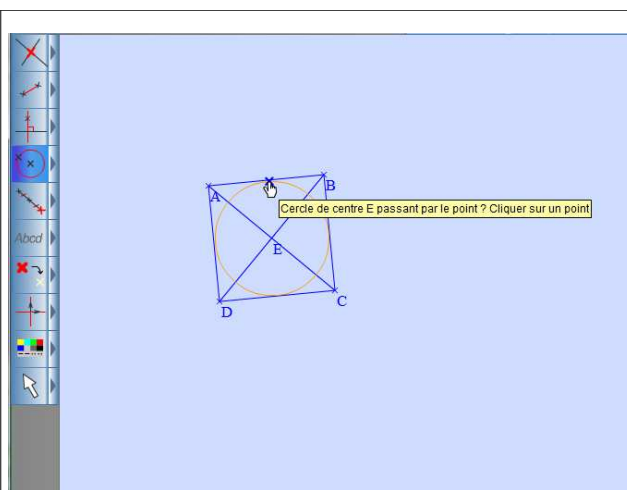


Illustration 12

Le cercle ainsi tracé ne résiste pas au déplacement. L'élève doit donc remettre en cause la technique. Nous avons rencontré des élèves qui recommencent de nombreuses fois la même technique : dans la mesure où « d'habitude », la technique convient, ils ne comprennent pas pourquoi elle ne convient plus. La technique qui consiste à mettre en évidence les éléments caractéristiques du cercle est une technique forte, telle que nous l'avons définie.

### 1.3 - Mode de relation :

« Les modes de relation sont les manières dont l'intégration prend en charge certaines relations de ce qu'on fait avec Cabri et ce qu'on faisait sans Cabri et correspondent donc à la dialectique ancien/nouveau » (*Ibid.*, p. 131). Assude présente trois modes de relation, le mode ancien, le mode nouveau et le mode juste distance. Le mode ancien consiste à transposer les tâches de l'environnement papier-crayon dans l'environnement tracenpoche, sans tenir compte de la spécificité d'un logiciel de géométrie dynamique, autrement dit sans déplacer les points. Le mode nouveau consiste à proposer des tâches de l'environnement tracenpoche qui ne sont jamais effectuées dans l'environnement papier-crayon. Le mode juste distance consiste à une imbrication dans les tâches et les techniques dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche. Dans les situations proposées aux enseignants, nous nous utilisons ce mode de juste distance en nous appuyant sur une des conclusions de Assude (*Ibid.*, p. 132) : « le mode juste distance nous apparaît comme plus intéressant pour penser le lien entre les activités quotidiennes de la classe et les activités innovantes. De ce point de vue, nous faisons l'hypothèse que l'intégration de Cabri pourra être pensée plus facilement en tant que faisant partie du travail ordinaire de la classe ». Nous illustrons cette notion de juste distance à propos de tâches et de techniques.

Nous allons regarder d'abord la tâche de la construction d'une perpendiculaire. La tâche t2,1,pc, qui consiste à tracer la droite perpendiculaire à (AB) passant par C, avec C un point extérieur à la droite (AB) dans l'environnement papier-crayon (cf illustration 13), les propriétés ayant été mises en évidence sur un schéma fait à main levée (cf illustration 14) est ancienne pour un élève de CM2.

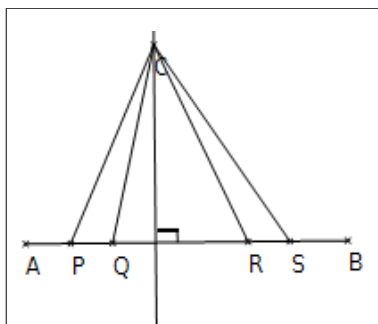


Illustration 13

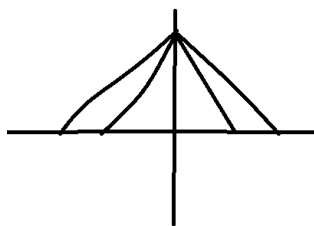


Illustration 14

Par contre, cette même tâche t3,1,tep (il s'agit de reproduction, dans la mesure où les élèves ont déjà construite une telle figure dans l'environnement papier-crayon) dans l'environnement tracenpoche est problématique dans la première situation. En effet, il s'agit de la mise en place des connaissances instrumentales. Ces dernières permettent l'explicitation des propriétés géométriques, (souvent) implicites avec l'équerre dans l'environnement papier-crayon. Dans le cas présent, nous entendons les élèves dire qu'ils prennent l'équerre sans éprouver la nécessité d'en dire davantage.

Par ailleurs des techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peuvent être l'occasion de travailler des connaissances mathématiques, sans avoir d'équivalent dans l'environnement papier-crayon. Dans la situation 3, le déplacement des points, technique caractéristique de l'environnement tracenpoche peut permettre de reconnaître des quadrilatères particuliers. Les élèves ont à l'écran quatre quadrilatères qui ressemblent à des carrés. Ils doivent voir les propriétés qui sont conservées au cours du déplacement et en déduire la nature des quadrilatères (cf illustration 15).

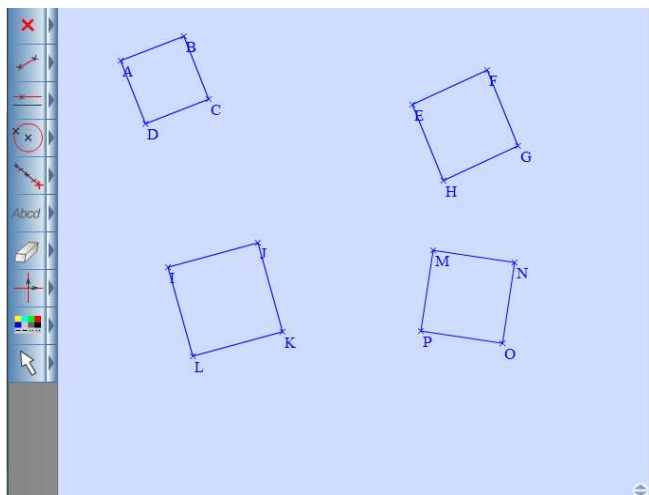
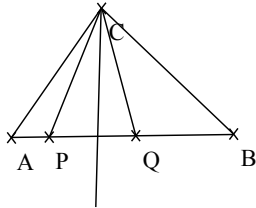
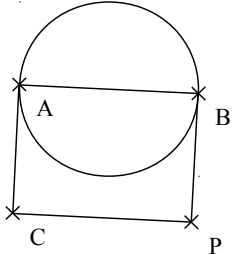
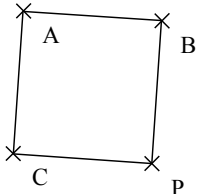
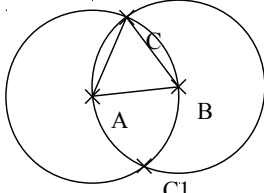
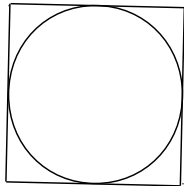


Illustration 15

À l'aide de ces différents modes, nous avons proposé cinq situations aux enseignants. Ainsi par exemple, nous avons choisi d'établir un mode d'action juste distance et un mode de relation entrelacement pour toutes les situations. Nous envisageons une progression quant aux modes d'emploi, en précisant lorsqu'il s'agit d'initiation instrumentale, de renforcement instrumental ou de symbiose instrumentale.

Nous pouvons résumer de la manière suivante.

Situations	Mode d'emploi	Mode d'action	Mode de relation	
Pont de Millau	Initiation instrumentale	Juste distance	Entrelacement	
Pont du Gard	Renforcement instrumental	Juste distance	Entrelacement	
Reconnaître la figure	Initiation instrumentale	Nouveau	Entrelacement	
Triangle équilatéral	Symbiose instrumentale	Juste distance	Entrelacement	
Carré et cercle	Symbiose instrumentale	Juste distance	Entrelacement	

Ces modes nous permettent de tenir compte de l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique. Cependant, cette intégration n'a de sens que si elle offre des perspectives dans les connaissances géométriques des élèves. Dans les éléments méthodologiques, nous présenterons l'analyse *a priori* comme un moyen de ce contrôle.

#### 1.4 - Conclusion

En cycle 3, les habitudes de classe tournent autour de l'utilisation des instruments usuels de tracé, tels que la règle graduée ou non, l'équerre ou le gabarit de l'angle droit, le compas. Le bloc savoir-faire  $[T, \tau]$  prend appui sur les instruments. Ainsi, par exemple, à une tâche  $t$ , tracer un angle droit, correspond une technique, par exemple prendre l'équerre. Ainsi, le discours qui accompagne, a une double fonction, à la fois technique, en cela qu'il permet d'accomplir la tâche attendue, et à la fois une fonction technologique, en cela qu'il permet de justifier que c'est effectivement le résultat attendu. Les tâches proposées dans l'environnement tracenpoche sont problématiques, en cela que le sujet ne dispose pas de techniques appropriées, mais il a des habitudes de l'environnement papier-crayon sur lesquelles il peut éventuellement s'appuyer. Nous sommes ainsi amenés à formuler notre première question de recherche.

QR1 : En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans

l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

## Chapitre 3 : éléments théoriques pour l'analyse des situations

L'analyse des situations effectivement menées dans les classes représente l'essentiel de la thèse. Nous présentons ici les outils théoriques qui vont nous permettre de mener cette analyse en décrivant l'action didactique, c'est-à-dire « ce que les individus font dans des lieux (des institutions) où l'on enseigne et où l'on apprend » (Sensevy et Mercier, 2007, p. 14). L'action se déploie ici en classe avec un professeur et des élèves de cycle 3, autour d'un savoir géométrique organisé dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche.

### 1 - La théorie de l'action conjointe en didactique et le modèle du jeu

#### 1.1 - L'action didactique conjointe

L'action didactique conjointe fait référence à deux expressions liées tout en étant distinctes. Dans une action conjointe, il doit y avoir au minimum deux acteurs, A et B, qui coopèrent et se coordonnent. Par exemple, porter une charge trop lourde pour un individu devient possible pour deux individus, à condition qu'ils répartissent la masse et que leurs gestes soient ajustés au portage des lourdes charges. Dans une action didactique, il doit y avoir au minimum deux acteurs, A et B, dans une situation où A est en position d'apprendre à B et B est en position d'être enseigné.

#### 1.2 - L'action didactique conjointe dans la classe de géométrie

L'action didactique s'inscrit dans une relation à trois instances, le Professeur P, l'Elève E et le Savoir S (Chevallard, 1991, p. 23). La notation utilisée ici est reprise par Sensevy (2011, p. 65), dans le sens où P et E représentent des instances génériques, pouvant être seul ou plusieurs. Le Savoir générique pour la classe de géométrie concerne le passage du dessin à la figure. Le Professeur sait ce que doit faire l'Elève, l'Elève doit faire un certain nombre de tâches, l'Elève connaît la façon d'agir du Professeur, le Professeur donne des tâches à faire qui sont accessibles à l'Elève dans le sens où ce dernier peut rencontrer des tâches certes problématiques, mais dont la réalisation permet de progresser dans la connaissance. Ce déchiffrement de l'un par l'autre, n'est possible que parce que le Professeur comme l'Elève s'attend à ce que l'autre agisse d'une certaine manière dans un certain contexte. Par exemple, pour la situation 4, dans la classe de M, le professeur a demandé aux élèves de prendre les instruments de géométrie (min. 0:43) puis il leur demande de décrire ce qu'il y a sur la feuille (min. 2:50, P : « *On a posé les crayons. Qui pourrait me décrire ce que l'on a sur notre feuille ?* » ). Un élève répond alors qu'il y a un cercle de rayon 2cm et 6mm (min. 03:21). Les signes produits par le professeur sont interprétés par les élèves, les signes produits par les élèves sont également reconnus par le professeur, chacun ayant une certaine compréhension de ce qui se passe en rapport avec son expérience antérieure.

#### 1.3 - Le modèle du jeu

L'idée maîtresse de la théorie de l'action conjointe (TACD) est de proposer une théorie de la pratique (Sensevy, 2012, p. 106). Sensevy choisit pour cela le modèle du jeu. Cette modélisation va nous permettre de décrire les transactions didactiques *in situ*, en prenant en compte à la fois leurs dimensions épistémiques (notions de règles et de stratégies), mais aussi leurs dimensions affectives (notion d'enjeu, d'investissement dans le jeu, etc...). Sensevy (2011) définit l'action didactique comme une transaction, pour donner à voir la solidarité des transactants et d'un « fond commun » qu'ils ont bâti. « Voir l'action didactique comme une transaction, plutôt que comme une interaction, c'est proposer un modèle, qui aide à mieux la faire percevoir comme action conjointe, qui aide à mieux faire percevoir la solidarité foncière des transactants et du milieu qu'ils ont conjointement

découpé dans le réel en transagissant » (Sensevy, 2011, p. 83). Nous partons ainsi d'un type de tâches donné, et nous modélisons l'action didactique conjointe effective à l'aide du modèle du jeu pour aider à faire comprendre la manière dont se déroulent les transactions. La notion de jeu constitue ainsi un modèle qui donne à voir, d'une certaine manière, ce qui se passe. Nous allons utiliser le modèle du jeu en distinguant les deux niveaux de jeu didactique (Sensevy, 2011, p. 62) et de jeu d'apprentissage (*Ibid.*, p. 123)<sup>12</sup>.


### 1.3.1 - Jeu didactique

Le jeu didactique correspond à ce que Sensevy, à la suite de Wittgenstein, appelle la grammaire de l'action. Ainsi le jeu didactique pour une institution didactique donnée, pour nous, la classe de cycle 3 en géométrie, consiste à amener les élèves à voir un dessin comme une figure. Dans cette institution didactique se produit à cette fin un certain nombre d'événements dans lesquels les usages évoluent plus ou moins, provoquant des ruptures, plus ou moins importantes. Par exemple, le dessin représenté sur une feuille par le professeur est d'abord une trace laissée par le crayon, puis il devient un objet géométrique, un triangle rectangle, reconnu perceptivement, et enfin la conjecture est vérifiée à l'aide de l'équerre. Le dessin change de statut, contrôlé par les instruments usuels de mesure et de tracé. C'est la rencontre avec ces différents moments, organisée par le professeur, qui permet à l'élève d'apprendre. Nous allons décrire des caractéristiques du jeu didactique.

C'est un Jeu coopératif :

Un jeu didactique est un jeu qui se joue à deux instances, d'une part l'instance Professeur et d'autre part l'instance Élève. Il n'a de sens que si les deux instances coopèrent, chacun jouant un rôle spécifique.

C'est un jeu conditionnel et dissymétrique :

L'élève E ne peut pas gagner sans le professeur P, mais le professeur P ne peut pas gagner sans l'élève E (Sensevy et Mercier, 2007). Par contre, les rôles sont distincts, puisque P sait tandis que E ne sait pas. Par exemple, dans le jeu de la géométrie dynamique avec le logiciel *tracenpoche*, le professeur montre l'utilisation de certains boutons, par exemple « point sur » . Les élèves

découvrent ce bouton, mais seule, les utilisations de ce bouton dans des situations mathématiques mettront en évidence l'avancée de l'élève du point de vue des connaissances instrumentales et mathématiques.

La clause *proprio-motu* :

Une des caractéristiques grammaticales du jeu didactique est que l'élève doit effectuer par lui-même un chemin de sorte à aller vers le savoir de son propre mouvement. Le jeu didactique est un jeu de savoir (Gruson, Forest et Loquet, 2012) dans lequel l'élève E est censé acquérir une puissance d'agir propre.

« La clause *proprio-motu* est au fondement de la relation didactique, cette relation ternaire entre le Professeur, l'Elève et le Savoir [...]. Elle repose sur ce fait grammatical : si je prends la responsabilité d'enseigner quelque chose à quelqu'un, je ne peux prétendre avoir réussi que, si mon élève, sans mon aide, témoigne d'une puissance d'agir fondée sur ce que je lui ai enseigné, et adéquate à ce que je lui ai enseignée » (Sensevy, 2011, p. 67).

Nous verrons par exemple que dès la situation 1, lorsque le professeur de M a tracé un segment [CD] qui ne résiste pas au déplacement, un élève parvient à dire de lui-même que le point D n'est pas accroché et que le professeur aurait dû utiliser « point sur » pour que le segment [CD] ait l'extrémité D sur la droite (AB).

Dialectique réticence-expression :

<sup>12</sup> Sensevy propose un troisième niveau, jeu épistémique (Sensevy, 2011, p.123) pour référer la pratique de classe à une pratique experte « le processus désigné par la signification « le savoir (que le professeur) » fait apprendre est modélisé en terme de jeu épistémique ». Nous ne l'avons pas utilisé dans notre thèse, dans la mesure où nous avons utilisé la notion de praxéologie.

Le professeur P doit faire apprendre quelque chose à l'élève E, l'enjeu du jeu didactique est un enjeu de savoir identifié. Mais le Professeur est soumis à un paradoxe : il ne peut pas dire ce qu'il y a à apprendre, il sait mais ne peut pas le dire. Le professeur doit donc faire preuve de *réticence* (Sensevy et Quilio, 2002, p. 50). Cependant, si le professeur ne dit rien, à aucun moment, il n'y a aucune raison que l'élève découvre ou redécouvre le monde. Le professeur est amené à « dire, sans dire, tout en disant ». La question est alors de voir à quels moments le professeur fait preuve de réticence, dans ce cas, le curseur dans la dialectique réticence-expression est plutôt du côté de la réticence, et à quels moments le professeur pointe certains éléments dans la situation, le curseur est alors plutôt du côté de l'expression. D'une façon générale, le Professeur doit taire les stratégies gagnantes pour permettre à l'élève de produire lui-même ses propres stratégies, gagnantes ou non, tout en orientant l'attention de l'élève pour qu'il regarde au bon endroit. Le Professeur est là pour dévoiler juste ce qu'il faut au moment où il le faut.

### **1.3.2 - Jeu d'apprentissage**

Le deuxième niveau du jeu qui nous servira pour modéliser l'action conjointe est le jeu d'apprentissage, c'est le jeu du Professeur sur celui de l'élève, au sens où le Professeur fait faire à l'élève. « Au sein de la théorie de l'action conjointe en didactique, le processus désigné par la signification « le professeur fait apprendre (un savoir) » est modélisé en termes de jeu d'apprentissage » (Sensevy, 2011, p 123). Mais si le Professeur joue sur le jeu de l'Elève, il est clair que l'Elève joue également sur le jeu du Professeur. Pour caractériser un jeu d'apprentissage, nous utilisons les notions de contrat et de milieu didactiques (Brousseau, 1998, Sensevy, 2011).

#### **L'institution du jeu : le système stratégique du contrat**

Introduit par Brousseau (1988), la notion de contrat est reprise par Sensevy (2011). Brousseau définit le contrat didactique sur les habitudes spécifiques du maître attendues par l'élève, relativement à un objet de savoir.

« Alors, se noue une relation qui détermine – explicitement pour une petite part mais surtout implicitement – ce que chaque partenaire, l'enseignant et l'enseigné, a la responsabilité de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre, responsable devant l'autre. Ce qui nous intéresse ici est le contrat didactique, c'est-à-dire la part de ce contrat qui est spécifique du contenu : la connaissance mathématique visée » (Brousseau, 1998, p. 61).

Sensevy définit alors « le contrat didactique propre à un savoir donné, dans un jeu didactique spécifique à ce savoir, constitue le système stratégique disponible au moyen duquel le professeur et les élèves vont jouer ce jeu », (Sensevy, 2011, p.103). Le contrat didactique va orienter l'action conjointe dans le jeu d'apprentissage. « Le jeu [d'apprentissage] prend son sens par rapport à un certain contrat didactique » (*Ibid.*, p. 194).

Dans le jeu didactique, l'élève a une tâche à faire, par exemple, dans la situation 4, les élèves ont à effectuer la tâche, qui consiste à tracer un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. Pour aborder ce problème, le système stratégique disponible est le système de significations communes aux élèves et au professeur qui est issu de l'action conjointe passée et actuelle. Jouer le jeu signifie par exemple, obtenir le dessin d'une forme géométrique à l'écran dont le nom est un triangle équilatéral, l'élève est alors dans le contrat du dessin, comme il l'est dans l'environnement papier-crayon. L'élève sait ce qu'il a à faire d'un certain point de vue. Il reste alors à savoir si c'est suffisant.

#### **Le jeu en situation : le système stratégique du milieu**

Brousseau propose la définition suivante de milieu : « On appelle milieu tout ce qui agit sur l'élève ou sur ce quoi l'élève agit. Elle peut ne comporter ni professeur, ni autre élève » (Brousseau, 1998, p. 32). Pour décrire le milieu d'un jeu d'apprentissage spécifique, nous avons différentes centrations

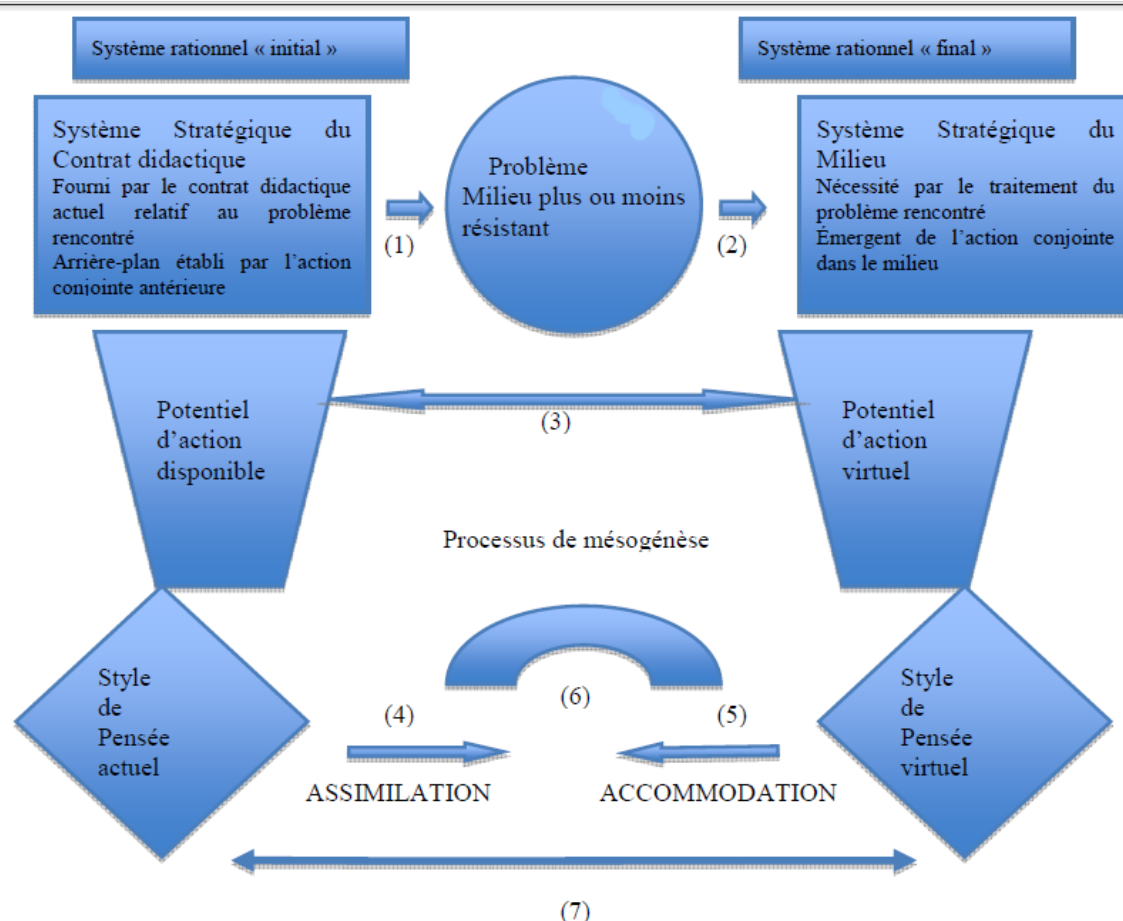


possibles. Ainsi, Sensevy (2011, p. 109) précise que l'on peut se centrer « sur la matérialité sémiotique qu'il [le milieu] constitue, en tant que situation (...), sur les stratégies qu'il permet de distancier, sur le contrat didactique, en tant que système stratégique disponible, qui rend ou non possible la production de stratégies liées au milieu ». Dans l'exemple qui précède, les élèves sont à deux, dans l'environnement tracenpoche. Ils sont dans une situation d'action, ils ont à construire un triangle équilatéral à l'écran. Le professeur leur a présenté le déplacement pour valider, ce qui de notre point de vue constitue une règle définitoire dans l'environnement tracenpoche. Lorsque l'élève déplace un point déplaçable, il est dans le contrat de l'institution « géométrie dynamique ». L'élève doit alors interpréter l'effet du déplacement. Le triangle obtenu après le déplacement correspond-il encore au triangle attendu ? Cette question renvoie à déterminer si le triangle conserve toujours les mêmes propriétés. Ce sont les rétroactions du milieu qui vont le conduire à analyser ce qu'il a fait. La question qui se pose alors est de voir comment le système stratégique du contrat existant s'actualise dans le milieu et en confrontation avec lui.

La dynamique d'un jeu d'apprentissage s'entend dans une dialectique contrat/milieu. Nous utilisons différents descripteurs tout en respectant la logique de l'action, autrement dit la grammaire du jeu didactique, à savoir la réticence didactique et le mouvement propre de l'Élève. Dans un moment modélisé sous forme de jeu d'apprentissage, un enjeu est présent, mais il peut être ou non accessible à l'Élève. La modélisation donne à voir et à comprendre comment l'élève peut s'orienter dans la production de stratégies, gagnantes ou non, grâce à ce qu'il perçoit des attentes du Professeur, c'est-à-dire du contrat, en prenant appui sur les rétroactions fournies par le milieu. Par exemple, dans la situation 4, nous allons décrire un premier jeu d'apprentissage dont l'enjeu est de faire analyser le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs alors que les élèves sont dans une tâche de description. Des règles du jeu seront établies par le professeur (règles définitoires). L'Élève mettra en œuvre des stratégies pour jouer en espérant gagner. Certaines de ces stratégies peuvent devenir des règles stratégiques dans les phases d'institutionnalisation (nous définirons ce terme un peu plus loin). Par exemple, le déplacement de tous les points déplaçables pour valider une construction est une règle définitoire dans l'environnement tracenpoche. Déplacer au fur et à mesure de la construction est une stratégie qui permet de se rendre compte de l'étape, pour laquelle le déplacement ne conserve plus les propriétés de la construction. Dans la classe de M, deux élèves Guillaume et Yann déterminent l'étape fautive dans leur construction : ils avaient validé toutes les étapes précédentes. Lorsqu'ils modifient la construction à l'étape suivante, elle ne résiste plus au déplacement.

## **Équilibration didactique**

Un jeu d'apprentissage suppose un enjeu de savoir, ce dernier peut être atteint ou non. Lorsqu'il est atteint, nous pouvons dire que le jeu d'apprentissage est gagnant : dans ce cas, il permet de faire avancer le temps didactique. L'équilibration didactique rend compte de l'évolution des relations que l'action conjointe permet d'actualiser entre le milieu et le contrat. Sensevy représente la notion d'équilibration didactique, et l'évolution de la relation entre contrat et milieu par un schéma (2011, p. 195) que nous reproduisons ci-dessous. Nous avons choisi d'illustrer schéma et commentaires de notre point de vue (la géométrie dynamique) en prenant l'exemple de la réalisation par un élève du triangle équilatéral dans la situation 4 de notre ingénierie.



flèche (1) : « C'est sur l'arrière-plan du contrat, à la fois épistémique et transactionnel, que les élèves agissent avec et sur le problème, dans le milieu que celui-ci actualise pour eux ».

Quand un élève aborde la tâche « construire un triangle équilatéral » dans l'environnement tracenpoche, il sait ce qu'est un triangle équilatéral. Il a déjà construit un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon, dans un moment plus ou moins éloigné dans le temps. Il sait qu'il est en binôme et que cela consiste à prendre des décisions communes (plus ou moins). Le professeur peut intervenir de lui-même ou être appelé. Par ailleurs, il dispose d'un certain nombre de connaissances instrumentales. C'est à partir de cela qu'il peut s'engager dans le problème.

flèche (2) : « Ce problème, pour être résolu suppose l'activation d'un système stratégique lié à la conformation au milieu, système qui n'est encore que virtuel, système stratégique qui va se trouver élaboré dans l'apprentissage, au sein de l'action conjointe ».

L'élève sait qu'il veut obtenir un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. Il peut construire différents objets géométriques, en pensant qu'à chaque fois, il obtient un triangle équilatéral. Il déplace des points déplaçables (règle définitoire dans l'environnement tracenpoche), puis il peut en tirer les conséquences. Autrement dit, si la construction n'est pas validée, c'est que la connaissance visée n'est pas encore accessible. Et seule, la déclaration des propriétés géométriques va permettre de satisfaire à l'exigence du déplacement.

flèche (3) : « La comparaison des deux systèmes (système du contrat et système du milieu) fait apparaître une forme de distance, variable, entre le potentiel d'action disponible et le potentiel d'action virtuel des élèves. Une manière de caractériser cette distance consiste à identifier les résistances que le milieu offre à l'assimilation par le contrat ».

L'élève ne sait pas construire un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche, il ne l'a jamais fait. Or il l'a déjà fait dans l'environnement papier-crayon. L'arc de cercle tracé avec le compas dans l'environnement papier-crayon doit être transformé dans l'environnement tracenpoche par un cercle où le l'objet-cercle devient un outil géométrique pour assurer l'équidistance des points. Il

ne s'agit plus d'une la trace que l'on obtient avec le compas.

Cette transformation « arc de l'environnement papier-crayon » en « cercle de tracenpoche » marque le passage entre « les habitudes dans l'environnement papier-crayon » et « les justifications mathématiques de ces habitudes de classe ».

flèches (4) et (5) : « Le processus de mésogenèse, qui suppose ici, l'élaboration d'un milieu sur lequel et grâce auquel l'élève agit peu à peu adéquatement est caractérisé par un processus d'assimilation du milieu par le contrat, et d'accommodation du contrat par le milieu ».

L'élève a déjà tracé un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon, construction pour laquelle le professeur demande de ne pas faire d'essais successifs (P : « *triangle équilatéral, sans avoir à utiliser la gomme, nos trois côtés sont de même longueur* »). Le professeur demande à l'élève de tracer à nouveau un triangle équilatéral, mais cette fois, dans le nouvel environnement (P : « *On doit construire un triangle équilatéral. Vous avez sous les yeux, votre feuille. Ça peut éventuellement vous aider* »). Nous voyons ici que les habitudes anciennes issues de l'environnement papier-crayon sont indiquées par le professeur comme permettant d'assimiler le nouveau milieu.

Mais la règle définitoire du déplacement qui permet de vérifier la déclaration des propriétés va produire une résistance : des techniques qui fonctionnent dans l'environnement ancien ne pourront pas produire des résultats. L'élève va devoir accommoder l'ancien contrat en déclarant le cercle. Autrement dit, l'accommodation est rendue nécessaire par les résistances du milieu.

flèche (6) : « Le processus d'assimilation-accommodation, processus d'équilibration didactique dépend de la distance contrat-milieu. On peut alors voir la mésogenèse, dans ses liens nécessaires avec le contrat, comme une description de ce processus d'équilibration didactique ».

Dans la réalisation de la tâche de construction du triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche, la distance contrat-milieu peut être différente selon la manière dont le professeur organise le milieu. Ainsi, dans la classe de T, les élèves ont analysé une figure<sup>13</sup>, le professeur donne à voir l'égalité des longueurs à partir d'un écartement identique du compas. Puis les élèves ont à construire le triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. Autrement dit, dans cette classe, la distance contrat-milieu est grande : l'égalité des longueurs est donnée à voir à travers l'écartement du compas. Il reste à la charge de l'élève de traduire l'usage du compas à la propriété d'équidistance des points du cercle au centre, ce qui doit lui permettre de tracer les cercles attendus. Dans la classe de PB, les élèves ont analysé cette même figure dans l'environnement tracenpoche, à partir de construction supplémentaire. Puis ils ont à construire un deuxième cercle de sorte à obtenir un triangle équilatéral. La distance contrat-milieu est réduite au prix d'un affaiblissement des enjeux : les élèves savent que la réponse au problème passe par le cercle. Il reste à leur charge de déterminer ses éléments caractéristiques. Dans la classe de M, les élèves ont d'abord analysé cette même figure sur laquelle le professeur donne à voir le cercle garantissant une égalité de longueur puis ils ont à construit un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon. C'est seulement à ce moment-là que les élèves ont à construire un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. La distance contrat-milieu est réduite dans la mesure où les élèves ont rencontré toutes les propriétés susceptibles de les aider. Il reste à leur charge d'établir un lien entre le cercle qui assure l'égalité des longueurs dans la figure analyse et le cercle qu'ils ont à construire pour garantir l'égalité des longueurs dans le triangle équilatéral.

flèche (7) : « Le processus d'équilibration didactique repose toujours sur un certain contrat, qu'on peut voir comme le système d'un style de pensée actuel, pour le savoir en jeu, de l'institution-classe. Il suppose une certaine modification de ce style de pensée vers un style de pensée virtuel, qui, dans certains cas où la distance contrat-milieu est très grande peut être nouveau ».

Au style de pensée actuel correspond les habitudes dans l'environnement papier-crayon. La « figure » est le résultat d'une action matérielle sur un support matériel (par exemple la feuille de papier) avec un outil matériel (dans l'exemple qui nous intéresse, le compas). Le cercle (ou arc de

---

13 La figure est constituée d'un triangle ABC rectangle en A et d'un cercle de centre A et passant par A et B.

cercle) est alors le résultat de cette action avec l'outil.

Au style de pensée virtuel correspond la déclaration des relations géométriques. Dans notre exemple, le cercle devient l'ensemble des points garantissant l'égalité de longueurs, mais cette garantie ne peut advenir que sous le contrôle de connaissances mathématiques adéquates.

## **Caractérisation des jeux d'apprentissage**

### **Techniques du professeur**

Pour décrire certains éléments du jeu du professeur sur celui de l'élève, nous allons utiliser les catégories utilisées par Sensevy pour les caractériser, à savoir définir, dévoluer, réguler, institutionnaliser (Sensevy, 2011, p.143). Ces catégories permettront de rendre compte de certains éléments dans l'action conjointe.

**Définir :** que ce soit pour initier ou changer de jeu, le Professeur doit transmettre les conditions du nouveau jeu. Il donne les règles définitoires propres au nouveau jeu. Dans la définition du jeu, le professeur choisit de raviver les connaissances ou non, de préciser ou non les instruments nécessaires. Par exemple, nous avons vu un professeur qui donne à voir le déplacement comme règle définitoire en laissant les élèves construire « un beau pont ». Le déplacement d'un point suffit à montrer à l'élève que son « pont » n'est pas bien construit. Puis à partir de sa propre construction, le professeur explique ce que peut être un « pont bien construit ».

**Dévoluer :** à partir de la définition du jeu, il revient à l'élève de s'engager dans le jeu. Pour cela, il doit avoir compris à quoi il joue. Si le professeur P doit taire ce qu'il sait, l'élève doit prendre le risque d'agir, pour développer un savoir de son mouvement propre. Le rôle du professeur est d'organiser les conditions pour que l'élève prenne en charge la responsabilité de jouer le jeu, quel qu'en soit le prix.

« La dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (adidactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert » (Brousseau, 1998, p. 303).

Un nouveau jeu ne peut être joué que si les élèves prennent une part active au jeu « un nouveau jeu ne pourra toutefois se développer qu'à partir du moment où les élèves assumeront de le jouer. Le professeur devra donc veiller à la dévolution d'un rapport adéquat des élèves au milieu et à ses objets dans un certain contrat » (Sensevy, 2011, p. 144). Dans l'environnement tracenpoche, les élèves construisent facilement des objets géométriques. Est-ce qu'ils conviennent ? C'est précisément l'enjeu.

**Réguler :** il reste au professeur de s'assurer que l'élève est dans le bon jeu. Le professeur peut influencer sur la production des stratégies des élèves sans pour cela produire lui-même les stratégies, il doit tenir compte des contraintes du jeu didactique, le jeu d'expression/réticence – que peut-il dire, comment, quand et quoi ? – et la « contrainte de première main » (Sensevy, 2007, p. 28). Dans la situation 4, le professeur choisit de disposer de la construction faite dans l'environnement papier-crayon au moment où l'élève doit le faire dans l'environnement tracenpoche. Il choisit alors d'y faire référence explicitement quand un élève ne sait pas comment faire à l'écran.

**Institutionnaliser :** Le jeu didactique comporte un enjeu de savoir, qui à un moment peut/doit être reconnu comme tel par les élèves. « La prise en compte officielle par l'élève de l'objet de la connaissance et par le maître, de l'apprentissage de l'élève est un phénomène social important et une phase essentielle du processus didactique : cette double reconnaissance est l'objet de l'institutionnalisation » (Brousseau, 1998, p. 311). Cette prise en compte se déroule de manière continue, qui permet de produire ainsi des significations communes. Le professeur assure la reconnaissance du gain au jeu, que ce soit par des petits moments d'institutionnalisation provisoires au cours du jeu ou par des moments plus longs. Les stratégies utilisées par les élèves, lorsqu'elles sont gagnantes peuvent devenir des règles stratégiques. Dans ces conditions, elles sont alors « intégrées » à un back-ground commun. « [L'institutionnalisation] réfère à ce processus par lequel

ces significations passent du statut d'objets abstraits qui ne pèsent en rien sur la manière dont les comportements s'organisent à celui d'un ensemble de transactions concrètes qui lui doivent leur nature, leur existence, leur forme même » (Sensevy, 2011, p. 76).

Dans l'introduction d'un logiciel de géométrie dynamique, dont l'environnement est favorable aux rétroactions -il est construit comme cela-, les différentes étapes d'institutionnalisation sont parfois indépendantes du professeur, puisque la construction est validée au cours du déplacement. Mais une telle validation est-elle suffisante du point de vue du savoir en jeu ? Par exemple, dans la situation 2, nous avons deux élèves qui ont construit dans l'environnement tracempoche un rectangle, dont un côté est diamètre d'un cercle. La construction est validée, puisque, au cours du déplacement des points déplaçables, elle conserve ses propriétés. Les élèves l'expliquent au professeur P tout en précisant également qu'« *ils ont un point C en trop* ». Dans le cas présent se pose la question de la nécessité de repérer ce qui est porteur de significations propres, et qui engage vers une puissance d'agir du fait d'un savoir en devenir.

### **Un triplet fondamental : mésogenèse, chronogenèse, topogenèse**

Le suffixe commun genèse signifie que nous allons regarder l'évolution – la genèse de ces catégories.

La mésogenèse (Chevallard, 1992, Sensevy, 2007, Sensevy, 2011) prend en charge l'évolution du milieu pour apprendre. Nous nous intéressons à la manière dont le professeur organise dans le milieu les différents moments, en introduisant un objet particulier, en focalisant l'attention des élèves sur un point particulier. Le professeur agit à partir des signes que les élèves produisent. Il s'appuie sur des éléments du milieu (symbolique ou matériel, non intentionnel). Par exemple, dans la situation 4, le désaccord entre les élèves – la plupart pensent que c'est un triangle isocèle et un élève n'est pas d'accord – amène le professeur à prendre la décision de modifier le milieu : les élèves doivent observer la « figure » et poser les instruments usuels de tracé et de mesure. Le professeur donne à déchiffrer la figure que les élèves ont sous les yeux, pour les conduire à voir le cercle. Ce dernier est dessiné (depuis toujours), mais les élèves sont dans le contrat de la mesure -ils utilisent la règle-. Ils ne peuvent pas voir le cercle, bien qu'il soit présent. Le fait de poser la règle -il s'agit d'instaurer un nouveau contrat sans instrument- doit amener les élèves à se confronter aux seuls éléments qu'ils possèdent, la figure.

Le professeur peut également donner à déchiffrer le milieu à travers le contrat. Il oriente l'action de l'élève vers le milieu, en relayant la connaissance visée. C'est le déchiffrement des signes intentionnels que le professeur propose pour orienter l'élève dans le milieu. Par exemple, l'élève parle de « trait ». Le professeur répète le mot d'un air interrogatif « trait ? ». Aussitôt, l'élève corrige « segment ». Par son interrogation, le professeur signale à l'élève qu'ils sont dans la classe de géométrie et que le vocabulaire attendu est spécifique.

Nous voyons que la description des transactions à l'aide de la catégorie de la mésogenèse nous permet de décrire d'un certain point de vue, l'évolution du milieu à travers le travail conjoint du professeur et des élèves.

Parler de genèse du savoir revient aussi à porter son attention sur la dimension temporelle des échanges entre maître et élèves, cette catégorie est la chronogenèse. C'est l'étude de cette catégorie qui permet de rendre compte du rythme que le professeur donne au temps didactique. Ainsi, par exemple, dans la situation 4, le professeur choisit de donner la parole à l'élève qui trouve que le triangle n'est pas isocèle, alors que tous les autres insistent pour dire que le triangle est isocèle. Il leur demande de se taire et aide l'élève à reformuler, provoquant un ralentissement didactique.

Quant à la topogenèse (Chevallard, 1991, Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni, 2000, Sensevy, 2011), le partage des responsabilités de chacun dans la classe n'a pas été décrit dans les deux autres catégories. Ce qui nous intéresse dans la description avec cette catégorie est de voir comment la place de l'un permet à l'un ou à l'autre de faire avancer ou non le temps didactique.

Il est bien entendu que ces catégories ne sont pas des données, mais des construits. Elles constituent

une partie de la modélisation, qui donne à voir dans la description des phénomènes dans la classe qui ne seraient pas visibles sinon.

Dans la classe, le choix de l'introduction du logiciel de géométrie dynamique conduit le professeur à s'appuyer sur ce nouvel outil pour expliciter les propriétés géométriques. Le jeu du Professeur sur celui de l'Élève consiste donc à prendre appui sur l'ancien (les tâches anciennes, les techniques anciennes) pour faire évoluer vers le nouveau (les tâches nouvelles, les techniques nouvelles), et expliciter des relations non nécessairement explicites dans l'ancien. Les rétroactions dans l'environnement tracenpoche doivent donc être interprétées par l'Élève pour produire des stratégies, qui s'appuient sur le déplacement propre à l'environnement tracenpoche afin de mettre au point de nouvelles techniques. La production de ces stratégies par rapport à un contrat et un milieu décrits, gagnantes ou non, va advenir au sein de transactions, entre pairs ou avec le Professeur, que ce soit le professeur de la classe ou le chercheur.

Ces catégories, sans être nommées dans l'analyse, constituent un back-ground qui nous permet de décrire et d'expliquer le déroulement de l'action.

Nous sommes ainsi amenés à formuler notre deuxième question de recherche :

QR2 : Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

# Chapitre 4 : problématique et éléments méthodologiques

## 1 - Problématique

Nous avons annoncé dès le début que nous allions étudier l'introduction de la géométrie dynamique en cycle3. L'explicitation du cadre théorique dans les trois précédents chapitres nous a permis de reformuler notre projet et de préciser nos deux questions de recherche, que nous rappelons ici :

QR1 :

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

QR2 :

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

Ces questions sous-entendent des hypothèses de travail que nous rassemblons ici :

H1 : la géométrie dynamique offre un milieu potentiellement riche en rétroactions qui peut conduire l'élève de cycle 3 à se rendre compte de la nécessité de donner les éléments caractéristiques des objets géométriques, passant ainsi du perçu au conçu.

H2 : les contraintes instrumentales dans l'environnement tracenpoche favorise l'évolution des techniques faibles vers des techniques fortes.

À travers notre travail de recherche, nous souhaitons apporter des éléments de réponse à ces questions.

## 2 - Éléments méthodologiques

### 2.1 - Ingénierie didactique

Perrin-Glorian (2009) présente les cas où l'on peut parler d'ingénierie didactique de la manière suivante : « Nous parlerons d'ingénierie didactique si, dans le cadre d'une recherche, il y a construction et mise en œuvre dans une (ou plusieurs) classe (s), dans le temps scolaire d'une suite de séances et s'il y a contrôle théorique de la construction et de la réalisation de ces séances. Le cadre théorique est mis à l'épreuve en même temps que les situations élaborées ainsi que leur réalisation » (p. 70). Nous avons conçu une série de cinq situations afin de pouvoir observer le professeur les mettre en œuvre dans sa classe. Le cadre théorique présenté précédemment nous permet d'assurer un certain contrôle. En cela, nous pouvons parler d'ingénierie didactique.

Toujours selon Perrin-Glorian, la mise en œuvre d'une ingénierie didactique vise une première fonction, faire émerger des phénomènes didactiques et les étudier (Perrin-Glorian, 2009). Dans notre cas, le déroulement des situations est proposé mais il revient au seul professeur de prendre les décisions de l'organisation finale dans la classe. L'introduction de l'environnement tracenpoche conduit le professeur à aménager des temps de travail des élèves en binômes sur l'ordinateur. À ce moment-là, le professeur intervient ou non au niveau des élèves. L'objectif étant de voir comment les élèves réagissent aux rétroactions du logiciel et quels besoins émergent à ce moment, nous avons

fait le choix d'intervenir en tant que chercheur-praticien (Sensevy, 1998, p. 74), à la fois comme chercheur dans le cadre de la thèse et comme professeur des ces deux élèves à ce moment-là.

La deuxième fonction d'une ingénierie consiste en une production de ressources utilisables par les enseignants (Perrin-Glorian, 2009). Celle que nous avons conçue est en adéquation avec les programmes scolaires : les thèmes retenus sont en lien avec des apprentissages mathématiques. Mais la transformation d'une telle ingénierie suppose d'étudier les différentes options de mise en œuvre par les différents professeurs, de les documenter de manière à ce que, devant ces choix, les professeurs puissent s'orienter en connaissance de cause. L'analyse des situations in situ nous a rendu attentive aux enjeux de l'action réelle des professeurs dans l'ingénierie. Rendre cette ressource utilisable nécessiterait de notre point de vue une étude complémentaire.

La troisième fonction d'une ingénierie vise la formation des enseignants (*Ibid.*). Dans notre cas, elle ne concerne que les trois enseignants qui ont mis en œuvre ces situations, même si les résultats de ce travail ont vocation à être réinvestis ultérieurement dans des actions de formation à visée plus large.

Concernant l'effet de l'ingénierie sur le élèves, il n'est pas prévu un contrôle sur les connaissances des élèves à proprement parler. Nous analysons les transactions dans la classe entre le professeur et les élèves, ou les transactions entre deux élèves face à l'ordinateur, ou encore les transactions entre les deux élèves et le professeur (que ce soit le professeur de la classe ou le chercheur). C'est dans la forme de ces transactions que nous identifions une proximité plus ou moins grande aux enjeux géométriques visés.

Quant aux niveaux d'ingénierie didactique envisagés par Perrin-Glorian, nous nous situons au premier niveau. Celui-ci se situe dans la mise en place de situations dans des conditions expérimentales particulières : « premier niveau dans des conditions expérimentales spécifiques protégées pour tester la validité théorique des situations et dégager les choix fondamentaux de l'ingénierie : qu'est-ce qui est essentiel, incontournable en référence au savoir visé, qu'est-ce qui relève et pourrait être changé, adapté, ce qui révèle du détail en somme ? » (p. 68). Perrin-Glorian envisage un deuxième niveau qui correspond à l'étude de la possibilité d'adapter ces situations en classe ordinaire : « deuxième niveau pour étudier l'adaptabilité des situations à l'enseignement ordinaire, la négociation de la première mise en œuvre » (*Ibid.*). Un peu plus loin, Perrin-Glorian insiste sur le fait que les deux niveaux peuvent correspondre à des moments différents ou non. En effet, penser qu'un deuxième niveau existe conduit à modifier le premier. En ce qui nous concerne, nous pouvons avancer que notre ingénierie se situe à ce premier niveau, modulé par la prise en compte d'un éventuel deuxième niveau. Certains éléments essentiels ont été imposés aux enseignants (l'utilisation de l'environnement tracenpoche). D'autres ont été proposés en fonction des connaissances que nous avons à ce moment-là mais ils n'ont pas fait l'objet de débat entre le chercheur et les professeurs (est-ce qu'il y a des passages obligés dans les situations, par exemple ?). En cela, nous nous démarquons par rapport aux ingénieries de Perrin-Glorian.

## **2.2 - Analyse *a priori* :**

L'analyse *a priori* est une analyse des effets possibles de notre ingénierie, qui consiste à introduire un logiciel de géométrie dynamique pour faire évoluer les connaissances géométriques. Dans la mesure où nous nous intéressons aux transactions, nous proposons une analyse *a priori* en trois temps (Assude et Mercier, 2007, p. 156). Dans un premier temps, une analyse *a priori* descendante du point de vue des connaissances mathématiques nous permet d'analyser le savoir en jeu. Par exemple, dans chacune des cinq situations, nous décrivons les enjeux potentiels de la situation, tant au niveau des connaissances mathématiques qu'au niveau institutionnel. Dans un deuxième temps, une analyse *a priori* ascendante du point de vue des actions possibles des élèves nous conduit à envisager les techniques possibles utilisées par les élèves. Pour chaque situation, nous décrivons des



techniques, en essayant des les classer par types de techniques, techniques de construction ou de reproduction et techniques de description ou de reconnaissance. Dans un troisième temps, une analyse *a priori* du point de vue de l'enseignant nous amène à nous intéresser aux difficultés auxquelles le professeur peut être confronté, tant du point de vue de l'utilisation du logiciel que de l'organisation de la situation en alternance entre les deux environnements ou de l'élaboration des connaissances mathématiques.

Ces analyses *a priori*, même si elles ont été complétées au fur et à mesure de la recherche, ont permis d'attirer l'attention des professeurs sur les connaissances mathématiques et instrumentales, ainsi que sur des difficultés de gestion dans l'environnement tracenpoche. C'est ainsi que dans les situations proposées aux enseignants nous avons explicité des éléments issus de l'analyse *a priori*. Par exemple, dans la situation 1, nous portons une attention particulière au déplacement pour valider une construction. Nous illustrons alors le document pour le professeur par des erreurs prévisibles des élèves dont voici un extrait (cf illustrations 1 et 2)

Exemple d'erreur prévisible (1) : la droite ne reste pas perpendiculaire avec une photographie d'un écran.

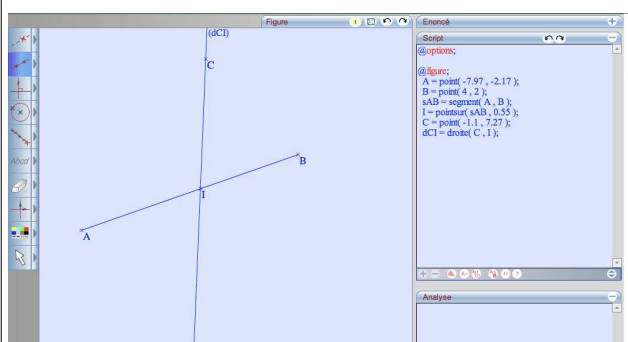


Illustration 1

Exemple d'erreur prévisible (2) : les points ne sont pas "accrochés".

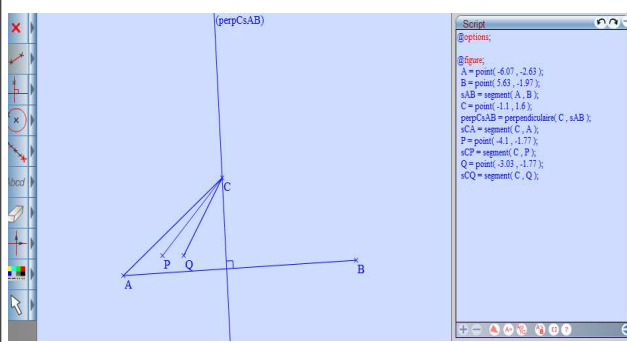


Illustration 2

Ou, dans la situation 3, nous avons précisé des connaissances mathématiques dont voici un extrait dans le document pour le professeur (cf illustration 3).

Étape 1 (collectif) : il s'agit de s'assurer que les élèves connaissent les différents quadrilatères particuliers et les leurs propriétés caractéristiques.

Si un quadrilatère a 4 angles droits, alors c'est un rectangle.

Si un quadrilatère a 4 côtés de même longueur, alors c'est un losange.

Si un quadrilatère a 4 angles droits et 4 côtés de même longueur, alors c'est un carré.

Si un quadrilatère a ses côtés opposés, alors c'est un parallélogramme.

Illustration 3

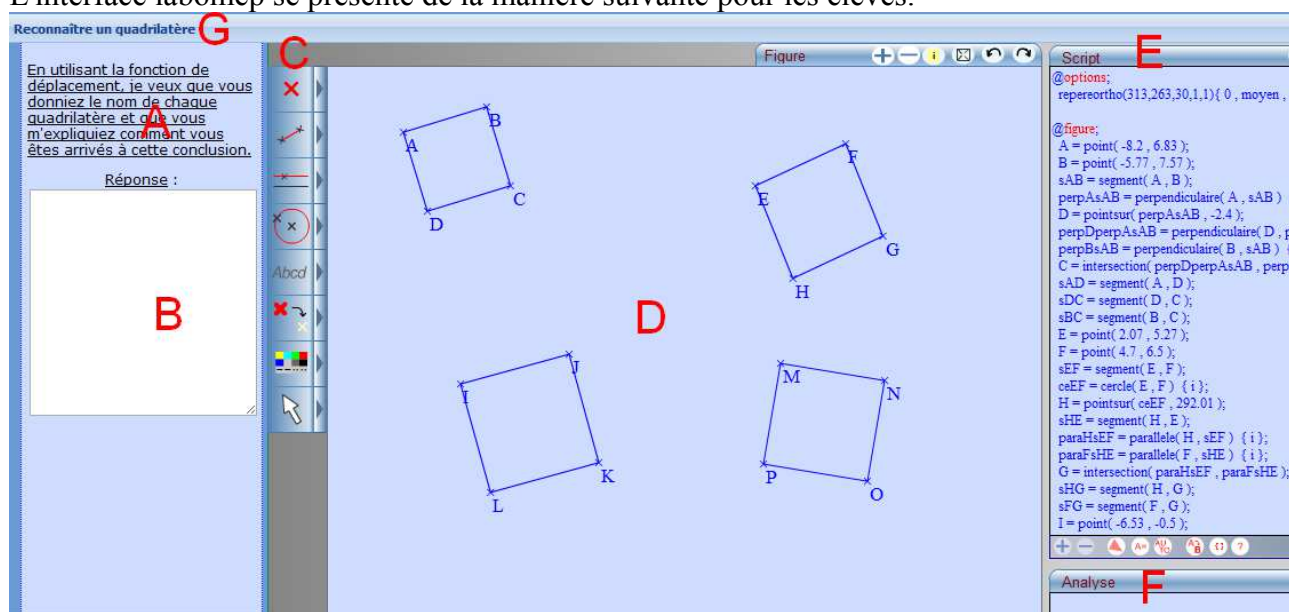
Dans nos analyses *a priori*, nous allons décrire le savoir mathématique en jeu. Tous savoir est avant tout une réponse à une question posée, à savoir une tâche problématique.

## 2.3 - Recueil des données

Notre terrain de recherche se compose de trois classes, la classe de M, la classe de PB et la classe de T.

La classe de T compte 25 élèves de CM1/CM2 (6 CM1, 19 CM2). Le professeur de la classe dispose d'une salle de 8 ordinateurs à côté de sa salle de classe. Il scinde la classe pour les séances de travail avec tracenpoche : une moitié de classe travaille sur les éléments de la situation qui demande l'utilisation de tracenpoche, l'autre moitié travaille sur une figure à construire sur une

feuille (indépendante des situations). Puis, dans la deuxième partie du temps, les rôles sont inversés. Ainsi tous les élèves ont réalisé le travail de la situation. Le professeur utilise le logiciel labomep. La classe de PB comporte 24 élèves de CM1. Le professeur de la classe dispose d'une salle informatique à côté de sa salle de classe. Elle est dotée de 15 ordinateurs et d'un vidéoprojecteur. Le professeur n'a pas de matériel dans sa salle de classe. Le professeur utilise le logiciel labomep. L'interface labomep se présente de la manière suivante pour les élèves.



A : c'est une zone pour la consigne de l'enseignant. Ce peut être du texte ou de l'image.

B : c'est une zone, éventuellement disponible pour les réponses des élèves.

C : les boutons sont paramétrables. L'enseignant choisit de mettre les boutons.

D : c'est la zone de travail avec le logiciel tracenpoche.

E : c'est la zone du script. Nous avons choisi ici de ne pas l'utiliser.

F : c'est la zone analyse. Nous avons choisi ici de ne pas l'utiliser.

G : c'est le titre de la séance programmée dans labomep.

Nous n'étudions pas l'interface labomep elle-même, nous ne regardons que l'environnement tracenpoche. L'interface labomep permet à l'enseignant de programmer une figure pour les élèves, à partir de laquelle ils peuvent répondre aux questions. Par ailleurs, elle permet également d'enregistrer le travail des élèves.

La classe de M est composée de 27 élèves de CM2. Elle dispose d'un TNI mobile dans sa classe. La salle informatique qui compte 15 ordinateurs est éloignée de la salle de classe. Le professeur de cette classe ne connaît pas le logiciel labomep.

Le chercheur participe au dispositif de recherche dans une posture de chercheur-praticien (Sensevy, 1998, p. 75). Ainsi dans la classe, quelle qu'elle soit, nous avons donc l'instance professeur (P) et l'instance chercheur-praticien (PR).

Le recueil des données s'est fait à partir de films d'étude. Le chercheur a filmé les séances relativement à ces cinq situations : une caméra est placée au fond de la classe, une autre est mobile. Deux ou trois ordinateurs d'élèves ont été dotés du logiciel Camstudio : il permet d'enregistrer leurs essais successifs.

Les données filmiques ont été transcrites à l'aide d'un logiciel d'aide à la transcription Transana. Nous utilisons également les repères temporels de Transana.

Les transcriptions sont en annexe : les repères temporels de la séance sont dans les films de classe notés par exemple S1\_T\_Classe pour la situation 1, dans la classe de T. Les tours de parole sont organisés. Nous y avons ajouté des commentaires, qui nous servent de repères, d'informations... Par contre, les repères temporels et les tours de parole des films des élèves sont la plupart du temps indépendants du film de la classe. Nous les nommons sur le même modèle en ajoutant les initiales

des prénoms par exemple S1\_T\_L\_S pour la situation 1, dans la classe de T avec les élèves L (Léa) et S (Sirine).

#### **2.4 - Analyse des données :**

Notre analyse va se structurer en deux types, une analyse structurale et une analyse intrinsèque (Sensevy, 2011, chapitre 6 en ligne, p. 228). L'analyse structurale va nous permettre de présenter notre corpus, pour chaque situation, dans les trois classes, de manière à mettre en évidence les tâches effectivement proposées aux élèves et le temps passé à ces différentes tâches. Nous prenons comme référence l'analyse *a priori* ascendante du point de vue des actions possibles des élèves. Un tableau synoptique nous permet de rapprocher les trois classes autour de la situation « adaptée » par l'enseignant. D'autre part, à partir de cette approche structurale, nous enchaînons avec une analyse intrinsèque, centrée sur le contenu des transactions dans le sens où nous cherchons à identifier le jeu auxquels les individus jouent, le professeur (noté P dans les analyses), les élèves (noté Es ou initiale du prénom ou E) ou le chercheur-praticien qui est alors, à ce moment dans la classe, dans un rôle de professeur (PR). Dans un premier temps, nous proposons une mise en intrigue dans la classe. Il s'agit de produire une chronologie qui donne à voir le sens de l'action. Dans un deuxième temps, nous mettons en parallèle les tâches et les jeux d'apprentissage. Dans un troisième temps, nous modélisons les transactions sous forme de jeux d'apprentissage. Ces éléments nous permettent d'établir des conclusions concernant l'introduction d'un logiciel de géométrie dynamique par rapport à nos questions de recherche.

#### **2.5 - Présentation des analyses :**

Pour chaque situation, nous présentons la mise en œuvre dans chacune des classes en prenant appui sur les tâches issues de l'analyse *a priori*. Nous poursuivons alors l'analyse des transactions effectives avec la modélisation sous forme de jeu d'apprentissage. Nous établissons un lien chronologique entre ces deux types de modélisation (représentation synoptique). Pour chaque jeu d'apprentissage, nous situons le moment dans le déroulement de la situation. Nous décrivons le déroulement de l'action sous forme d'intrigue didactique (Sensevy, chapitre 6 en ligne, p. 262), dans un langage familier des acteurs (*Ibid.*, p. 265), en prenant appui sur les dialogues (proposés en annexe), des photogrammes pour illustrer, extraits des films de la classe ou des écrans des élèves. Enfin, à partir d'éléments théoriques, nous tentons de donner à voir une analyse, qui doit éclairer nos questions de recherche.

## **Deuxième partie : analyse des situations**

# Situation 1

## 1 - Description de la situation



Illustration 1

Dans un premier temps, à partir d'une photographie (cf illustration 1) représentant un pont à haubans, il s'agit de schématiser la situation (cf illustration 2), à savoir mettre en évidence les notions de segments, droites, points alignés et droites perpendiculaires.

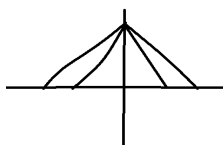


Illustration 2

Dans un deuxième temps, la construction d'une figure géométrique est à faire dans l'environnement papier-crayon à partir du schéma, en utilisant les instruments usuels de tracé et de mesure.

Enfin, dans un troisième temps, il convient de reproduire la même figure (cf illustration 3) dans l'environnement tracenpoche.

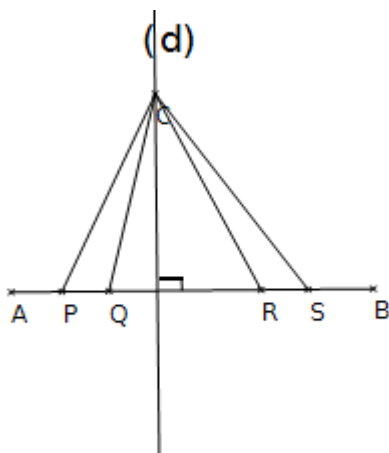





Illustration 3

## 2 - Les choix de conception

Il s'agit chronologiquement de la première situation parmi cinq. L'intégration du logiciel tracenpoche est récente : les élèves ont découvert celui-ci avec le professeur au cours des séances

d'initiation. Il n'était pas prévu que le chercheur soit présent. Dans cette situation 1, la tâche de reproduction proposée aux élèves est d'abord une tâche dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche. Les techniques visées sont des techniques perceptivo-théoriques. Le mode d'action recherché est donc un « mode d'entrelacement ». Les connaissances visées sont d'abord des connaissances instrumentales en prenant appui sur des connaissances mathématiques issues de l'environnement papier-crayon. Par exemple, lorsque le pont est représenté par un segment, sur le schéma à main levée ou sur la figure dans l'environnement papier-crayon, l'élève doit tracer un segment avec le bouton « segment » . Autrement dit, la représentation du

« pont » permet d'utiliser les boutons de dessin, c'est-à-dire un mode d'intégration d'« initiation instrumentale ». Par ailleurs, la connaissance instrumentale du déplacement est présentée : le déplacement de tous les points déplaçables permet de valider une construction. Il est présenté comme le vent contre lequel le pont doit résister. Cette image est provisoire et permet d'introduire ce nouveau mode de validation, propre à l'environnement tracenpoche. Les connaissances mathématiques sont également en lien étroite avec les connaissances instrumentales. Le « point sur »  est lié à l'alignement des points. Le bouton « perpendiculaire »  permet

d'expliciter la relation ternaire « perpendiculaire + à? + passant par ? ». En cycle 3, cette notion est connue des élèves, mais elle est souvent implicite et l'équerre permet de tracer la perpendiculaire sans avoir à expliquer ce qui est fait. De ce point de vue, la situation du pont permet d'établir des conditions favorables pour un renforcement des compétences instrumentales, c'est-à-dire un mode de « renforcement instrumental » du logiciel. La notion de perpendiculaire est connue dans l'environnement papier-crayon, nous proposons une tâche de construction/reproduction dans l'environnement tracenpoche qui soit problématique, établissant une imbrication des tâches anciennes et nouvelles de sorte à établir une relation de « juste distance ». Nous avons également choisi de faire tracer plusieurs segments pour familiariser les élèves sur des connaissances instrumentales, de type « sélectionner puis valider ».

### 3 - Analyse *a priori*

#### 3.1 - Analyse *a priori* du point de vue des savoirs mathématiques

Dans cette première situation, différentes notions mathématiques seront étudiées. D'une part, la notion de perpendicularité est réinvestie. Cette notion est introduite dès le CE2. Autrement dit, elle n'est pas nouvelle, lorsque nous nous adressons à des élèves de CM1 ou CM2. La reconnaissance de deux droites perpendiculaires est d'abord perceptive puis instrumentée. Nous reprenons ici le texte des programmes du cycle 3<sup>14</sup>, appliqué à cette notion : « L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure ». Nous allons nous intéresser à deux types de tâches, représenter et construire, et dans un premier temps, représenter deux droites perpendiculaires, construire deux droites perpendiculaires. À partir d'une photographie, il s'agit de produire un dessin épuré, qui servira de base pour la construction de la figure. Cette représentation s'appuie sur des directions prototypiques d'horizontale et de verticale. La construction, quant à elle, ne doit pas être réduite à ces directions. Le tracé de deux droites perpendiculaires dans l'environnement papier-crayon s'effectue à l'aide de l'équerre ou d'un gabarit de l'angle droit. Ainsi, les côtés de l'angle droit sont matérialisés par les côtés de l'équerre. Il est donc possible de tracer deux droites perpendiculaires en les prenant comme repères, sans avoir au préalable construit une droite ou des points. L'outil-équerre porte avec lui la propriété de perpendicularité. Il sert essentiellement à tracer des perpendiculaires ou à les vérifier.

14 BO n°3, juin 2008, p23.

Par contre, le tracé de deux droites perpendiculaires dans l'environnement tracenpoche nécessite d'explicitier ces relations. En effet, les contraintes instrumentales sont telles qu'elles imposent de rendre explicites les relations mathématiques. Par exemple, il n'est pas possible de sélectionner le bouton « perpendiculaire » si une direction (droite ou segment) n'est pas définie. Ainsi, pour tracer la droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné, il faut successivement sélectionner et valider le bouton « perpendiculaire », une droite (ou un segment) puis un point ou un point puis une droite (ou un segment).

Dans l'environnement papier-crayon, la validation de la construction passe par l'usage de l'équerre. La validation de la construction dans l'environnement tracenpoche se fait par la conservation de la propriété de perpendicularité au cours du déplacement des points déplaçables. Voir que les droites restent perpendiculaires au cours du déplacement des points déplaçables permet de montrer que les droites sont perpendiculaires. Un seul cas pour lequel les droites ne sont pas reconnues perpendiculaires est le contre-exemple qu'il suffit d'exhiber pour démontrer que les droites ne sont pas perpendiculaires.

D'autre part, les notions de segments, droites sont travaillées dans les deux environnements. Nous reprenons le texte des programmes officiels du cycle 3<sup>15</sup> : « Dans le plan, utiliser en situation le vocabulaire géométrique : droite, (...), segment ». Dans l'environnement papier-crayon, la règle est l'instrument qui porte cette notion. Les extrémités d'un segment peuvent être repérées par une croix et une lettre, avant ou après le tracé. Dans l'environnement tracenpoche, les extrémités du segment sont d'abord représentées par une croix et une lettre, qui est proposée par le logiciel. Pour ce qui concerne la droite, dans l'environnement papier-crayon, la droite est tracée avec la règle ou l'équerre dans le cas de droites perpendiculaires. Dans l'environnement tracenpoche, la droite est définie par deux points ou par un point et une direction.

Enfin, l'alignement des points est travaillé dans les deux environnements. Nous reprenons le texte des programmes officiels du cycle 3<sup>16</sup> : « Dans le plan, utiliser en situation le vocabulaire géométrique : points alignés, (...) ». Dans l'environnement papier-crayon, l'alignement des points est souvent implicite. Dans la situation qui nous intéresse, les segments, qui représentent les câbles, ont une extrémité commune, le point C, et l'autre extrémité est sur la droite (AB)- qui représente le tablier. Ainsi, les points P, Q, R et S appartiennent à la droite (AB) ou en l'exprimant autrement, les points A, P, Q, R, S et B sont alignés.

### **3.2 - Analyse *a priori* ascendante du point de vue des actions possibles des élèves**

Pour faciliter la lecture, nous présentons d'abord les différents types de tâches et de techniques sous forme de tableau puis nous expliciterons<sup>17</sup>.

---

15 BO n°3, juin 2008, p39.

16 BO n°3, juin 2008, p39.

17 Nous présentons également un répertoire de tous les types de tâches et de techniques dans le volume des annexes.

Type de tâches	Tâches	Type de techniques	Techniques
T1 : représenter un schéma à main levée	t1,1 représenter sur un schéma à main levée les éléments du pont par des traits qui seront des segments ou des droites.	invisible	
	t1,2 représenter sur un schéma à main levée l'angle droit perçu sur la photographie.	invisible	
T2 : construire une figure	t2,1,pc construire une droite perpendiculaire à un segment [AB] passant par un point C extérieur à la droite (AB)	CIpc faible	$\tau$ 2,1,pc,1 prendre l'équerre pour tracer les deux droites perpendiculaires
		CPpc	$\tau$ 2,1,pc prendre la règle pour tracer les deux droites perpendiculaires
	t2,2,pc construire un segment, dont une extrémité est le point C (en dehors du segment [AB]) et la seconde est sur le segment [AB]	CIpc faible	$\tau$ 2,2,pc,1 prendre la règle pour tracer le segment [CP].
T3 : reproduire une figure	t3,1,tep le segment [AB] étant tracé, construire une droite perpendiculaire à un segment [AB] passant par un point C extérieur à la droite (AB)	CPTtep forte	$\tau$ 3,1,tep,1 consiste à sélectionner le bouton « perpendiculaire », à cliquer sur un endroit à l'écran pour obtenir un point C quelconque et à valider, puis à sélectionner et valider le segment [AB].
		CPtep	$\tau$ 3,1,tep,2 tracer successivement deux droites, ou un segment et une droite qui semblent perpendiculaires à l'écran.
	t2,2,pc construire un segment, dont une extrémité est le point C (en dehors du segment [AB]) et la seconde est sur le segment [AB]	CPT forte	$\tau$ 3,2,tep,1 placer d'abord le point E sur le segment [AB] puis à tracer le segment [CE]
		CPtep	$\tau$ 3,2,tep,2 tracer le segment [CE], E étant placé de manière perceptive sur le segment [AB]

Dans un premier temps, un type de tâches, noté T1, est attendu ici : représenter à main levée une figure. Plus précisément, l'élève doit effectuer les tâches suivantes. La première tâche, notée t1,1 est de représenter sur un schéma à main levée des éléments du pont par des traits, qui seront, lors de la construction effective, des segments ou des droites. Une deuxième tâche, notée t1,2, est de représenter sur le schéma à main levée l'angle droit perçu sur la photographie. Une technique pour modéliser la situation s'appuie sur une familiarisation avec le problème. Ainsi l'alignement des points est représenté par une droite et les directions horizontale et verticale sont représentées par deux droites perpendiculaires. Cette technique n'est pas explicitée, nous reprenons le terme de



technique « invisible<sup>18</sup> ».

Dans un deuxième temps, un autre type de tâches, noté T2, est attendu : construire une figure. Plus précisément, l'élève doit construire une figure dans l'environnement papier-crayon à partir du schéma, élaboré collectivement en classe, ce que nous présentons sous forme de deux tâches notées, t2,1,pc et t2,2,pc. Étant donné un segment [AB], la tâche t2,1,pc consiste à tracer deux droites perpendiculaires, la tâche t2,2,pc à tracer un segment, dont une extrémité est le point C (en dehors du segment [AB]) et la seconde est sur le segment [AB]. Cette tâche sera renouvelée plusieurs fois.

Nous pouvons envisager différentes techniques de construction.

Une première technique de construction, notée  $\tau_{2,1,pc,1}$ , de type C<sub>I</sub>pc<sup>19</sup>, consiste pour l'élève à prendre l'équerre pour tracer les deux droites, chaque côté de l'équerre servant de support pour les droites. La technique est justifiée par la manière de faire, à savoir le recours à l'équerre, mais elle n'est pas explicitée. En cela, nous qualifions cette technique de technique faible.

Une deuxième technique de construction, notée  $\tau_{2,1,pc,2}$ , de type C<sub>P</sub>pc<sup>20</sup> que l'élève peut utiliser, consiste à prendre une règle pour tracer les deux droites, l'une est placée horizontalement et la seconde verticalement. Cette technique est certes instrumentée dans la mesure où l'élève a recours à la règle, mais nous retenons qu'elle reste perceptive, puisque l'angle droit est tracé de manière perceptive. Cette technique peut être induite par la situation elle-même, puisque le pont est horizontal et le pilier est vertical.

Concernant la tâche t2,2,pc qui consiste à tracer des segments, dont une extrémité est commune (le point C) et la seconde est sur l'autre droite (P, Q, R, S), nous pouvons envisager une technique pour les segments [CP], [CQ], [CR], [CS], à savoir prendre la règle pour tracer, les points C, P, Q, R et S étant placés. Cette technique, notée  $\tau_{2,2,pc,1}$ , de type C<sub>I</sub>pc, correspond à l'usage de la règle, sans expliciter que la règle est placée sur les extrémités des segments. Cette technique est justifiée par la manière de faire, à savoir le recours à la règle, mais elle n'est pas explicitée. Ici encore, nous qualifions cette technique de technique faible.

Dans un troisième temps, un autre type de tâche, noté T3, est attendu : reproduire une figure. Plus précisément, l'élève doit effectuer la tâche, notée t3,1,tep, qui consiste à reproduire deux droites perpendiculaires, puis la tâche, notée t3,2,tep, qui revient à tracer des segments dont une extrémité, située sur une des perpendiculaires, est commune et l'autre extrémité est sur l'autre perpendiculaire (cf illustration 4). Nous pouvons envisager différentes techniques de construction concernant le tracé des perpendiculaires. Une connaissance instrumentale est à installer. Le bouton

perpendiculaire  ne peut être sélectionné que si une direction est donnée.

Nous prenons comme point de départ à l'écran le tracé du segment [AB], qui représente le tablier (cf illustration 4).

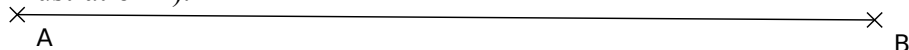


Illustration 4:

Une première technique que l'élève peut mettre en œuvre consiste à sélectionner le bouton « perpendiculaire », à cliquer sur un endroit à l'écran pour obtenir un point C quelconque et à valider, puis à sélectionner et valider le segment [AB]. Il s'agit d'une technique perceptivo-théorique de construction (de type C<sub>P</sub>Ttep<sup>21</sup>), notée  $\tau_{3,1,tep,1}$ . Cette technique repose sur une explicitation des propriétés géométriques dans l'environnement tracenpoche, c'est-à-dire la nécessité de cliquer

18 Techniques invisibles (Assude & Mercier, 2007, p 154) : « les techniques invisibles sont celles qui permettent de produire un résultat mais ne sont pas explicitées car leur usage n'implique ni commentaire, ni contrôle langagier ».

19 Technique C<sub>I</sub>pc : technique de construction instrumentée lors de la construction dans l'environnement papier-crayon. On se place au niveau de la figure. L'instrument utilisé est adéquat.

20 Technique C<sub>P</sub>pc : technique perceptive, lors de la construction dans l'environnement papier-crayon. On se place au niveau du dessin. L'instrument utilisé n'est pas adéquat.

21 Technique C<sub>P</sub>Ttep : technique perceptivo-théorique (Assude & Gelis, 2002) on se place au niveau de la figure. La construction est faite en tenant compte des propriétés mathématiques.

sur les objets géométriques de la relation « perpendiculaire ». Ainsi, l'élève est placé dans la position où il doit « nommer » la relation en choisissant le bouton « perpendiculaire », « nommer » la direction en sélectionnant le segment [AB] et « nommer » le point par lequel va passer la perpendiculaire en créant ou en sélectionnant le point C. Cette technique est appelée forte<sup>22</sup> puisque, aux différentes étapes dans l'environnement tracenpoche correspondent les éléments de la relation ternaire « perpendiculaire + à ? + passant par ? ».

Une deuxième technique que l'élève peut utiliser est de tracer successivement deux droites, ou un segment et une droite qui semblent perpendiculaires à l'écran. Il s'agit d'une technique perceptive de construction (de type CPtep<sup>23</sup>), notée  $\tau_{3,1,tep,2}$ . Cette construction ne résiste pas au déplacement.

Pour analyser la tâche suivante, notée  $t_{3,2,tep}$ , qui revient à tracer des segments dans l'environnement tracenpoche, nous considérons que l'élève a déjà construit le segment [AB] et la droite perpendiculaire à (AB) passant par le point C (cf illustration 5).

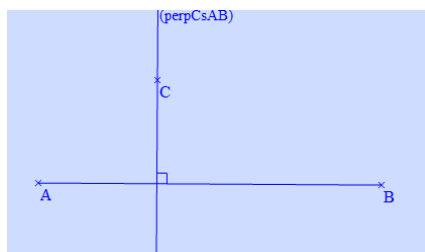


Illustration 5

Une première technique, notée  $\tau_{3,2,tep,1}$  consiste à placer d'abord le point E sur le segment [AB] puis à tracer le segment [CE]. Il s'agit d'une technique perceptivo-théorique de construction (de type CPTtep). En effet, le point E doit être défini comme point du segment [AB] avant d'être défini comme extrémité du segment. La technique faible, notée  $\tau_{2,2,pc,1}$  dans l'environnement papier-crayon devient une technique forte dans l'environnement tracenpoche, puisqu'il convient d'explicitier la relation d'alignement des points A, E et B avant de tracer le segment. Le fait d'avoir à définir le point E avant le tracé du segment [CE] est une contrainte instrumentale propre à l'environnement tracenpoche.

Une deuxième technique concernant le tracé des segments, notée  $\tau_{3,2,tep,2}$ , consiste à tracer le segment [CE], E étant placé de manière perceptive sur le segment [AB]. Il s'agit d'une technique perceptive de construction (de type PCtep). Cette construction ne résiste pas au déplacement.

### 3.3 - Analyse *a priori* du point de vue de l'enseignant

Il s'agit de la première situation où l'environnement tracenpoche est utilisé dans un contexte de travail géométrique. En effet, les séances d'initiation du logiciel ont permis aux élèves de découvrir les boutons du logiciel sans lien prévu avec les connaissances mathématiques. Dans cette première situation, le professeur doit prendre en compte d'une part les connaissances mathématiques et d'autre part les connaissances instrumentales. Le professeur présente le déplacement de tous les objets du plan comme moyen de validation d'une construction. Plus précisément, au cours du déplacement de tout objet géométrique, la propriété mathématique est toujours vérifiée. Ainsi, l'élève est amené à déplacer tous les points déplaçables A, B, C ..., le segment [AB], la droite qui est censée être perpendiculaire à (AB) (notée d) pour vérifier perceptivement que (AB) et d sont perpendiculaires. Ce mode de validation est nouveau et n'a pas d'équivalent dans l'environnement papier-crayon. Le professeur est donc amené à le préciser pour que les élèves acquièrent cette

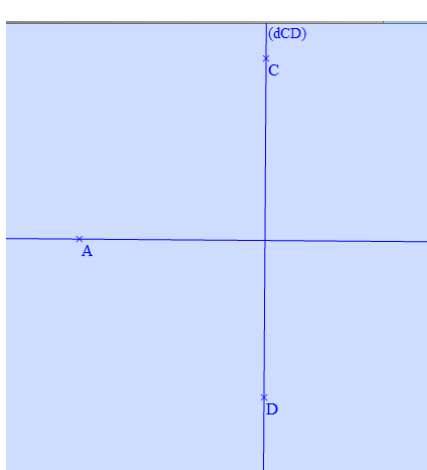
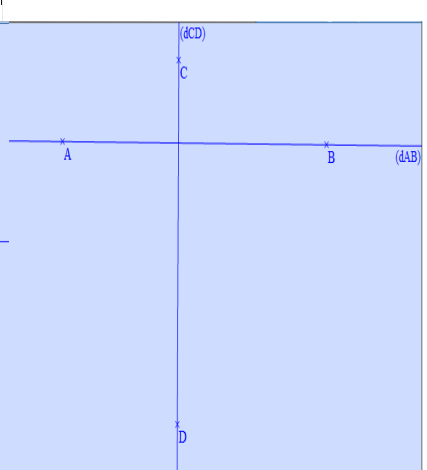
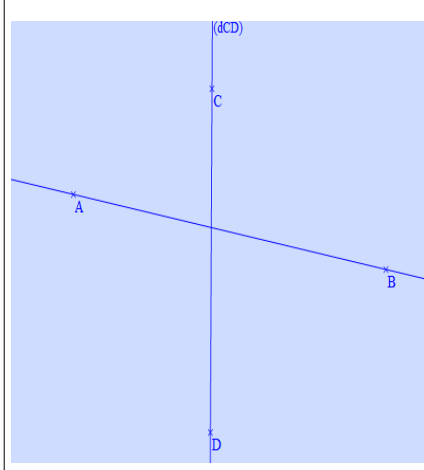
22 Techniques fortes (Assude & Mercier, 2007, p 154) : « les techniques fortes sont celles qui produisent un résultat attendu, qui sont non seulement explicitées mais aussi par une technologie ou théorie explicites ». Mais nous allons utiliser la notion de technique forte lorsque la nécessité d'explicitier les relations entre les objets géométriques est présente.

23 Technique CPtep : technique perceptive lors de la construction dans l'environnement tracenpoche. On se place au niveau du dessin. Les propriétés géométriques ne sont pas prises en compte.

connaissance instrumentale.

Le professeur présente également le déplacement d'un seul objet comme moyen de non-validation de la construction. Ainsi, le déplacement du point D permet de voir que la droite (CD) n'est pas perpendiculaire à (AB). Le professeur doit permettre à l'élève d'expliciter que les deux droites ne sont pas perpendiculaires, puisqu'elles n'ont pas été tracées en tenant compte de la propriété « perpendiculaires ».

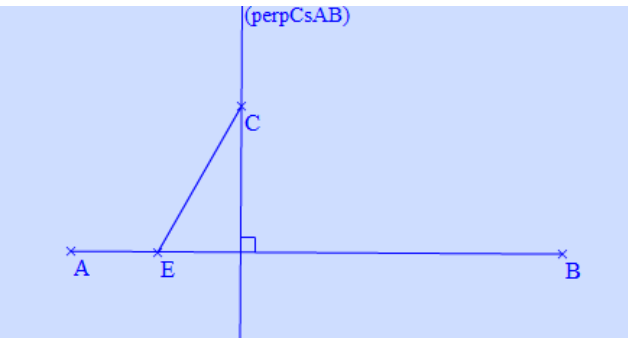
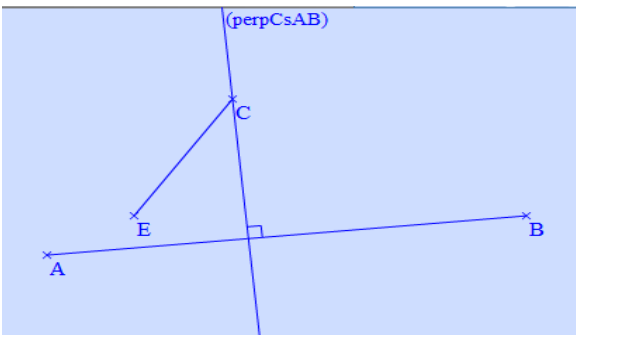
Le professeur doit alors être attentif aux modifications du contrat que l'élève peut adapter, comme par exemple le déplacement d'un seul objet suffit à valider la construction. Ainsi un élève peut proposer la construction de deux droites (AB) et (CD) qui semblent perpendiculaires (cf illustration 6). Il sélectionne et déplace la droite (AB). Les droites semblent encore perpendiculaires (cf illustration 7). L'élève pourrait conclure de manière erronée que sa construction convient puisque les droites semblent perpendiculaires après le déplacement. Pourtant, le déplacement du point A met en évidence le fait que les deux droites ne sont pas perpendiculaires (cf illustration 8).

		
Illustration 6	Illustration 7	Illustration 8
construction initiale à l'écran	construction après le déplacement de la droite (AB).	construction après le déplacement du point A
La droite (AB) semble perpendiculaire à la droite (CD).	La droite (AB) est sélectionnée et déplacée. La droite (AB) semble toujours perpendiculaire à (CD).	Le point A est sélectionné et déplacé. La droite (AB) n'est pas perpendiculaire à (CD).

Le professeur peut faire expliciter les connaissances mathématiques en prenant appui sur les connaissances instrumentales lors du tracé des droites perpendiculaires. En effet, la technique  $\tau_{3,1,tep,1}$  dont le discours repose sur les actions à mener dans l'environnement tracenpoche peut s'enrichir d'un discours sur les relations relativement à la propriété « perpendiculaire » et évoluer ainsi vers une technique forte. Il ne s'agit plus de poser son équerre « là », mais d'explicitier le triplet « perpendiculaire, à ?, passant par ? ».

De la même manière, lors de la construction du segment [CE], la technique  $\tau_{3,2,tep,1}$  dont le discours repose sur le choix de la nature du point E, peut s'enrichir d'un discours relativement à la propriété « points alignés » et évoluer ainsi vers une technique forte. Ainsi, les points E, F, G... sont des points du segment [AB]. La connaissance instrumentale qui consiste à choisir la nature du point avant de le placer devient le support de connaissances mathématiques tel que l'alignement des points. Cette contrainte instrumentale n'existe pas dans l'environnement papier-crayon.

Ainsi, lorsque l'élève reproduit la figure dans l'environnement tracenpoche (cf illustration 9), le professeur doit comprendre ce que l'élève a construit, être attentif à la validation (ou la non-validation) produite par l'élève (cf illustration 10), aider éventuellement l'élève dans la prise en compte des rétroactions du logiciel.

	
Illustration 9	Illustration 10
Le segment [CE] semble correspondre à ce qui est attendu	Le segment a pour extrémité C et E, où E est un point libre et non pas un point de la droite (AB).

### 3.4 - Conclusion sur l'analyse *a priori*

Cette première situation est l'occasion de mettre en œuvre des connaissances instrumentales dans un contexte mathématique. Ainsi, le concept de perpendicularité est une connaissance ancienne, la travailler dans l'environnement tracenpoche est nouveau et peut permettre de renforcer cette notion. Les contraintes instrumentales pourraient permettre d'expliciter des relations géométriques non verbalisées dans l'environnement papier-crayon, dans les notions de perpendicularité ou d'alignement.

## 4 - Mise en œuvre dans les classes

Les professeurs ont adapté la situation en fonction de leurs contraintes propres. Nous présentons les mises en œuvre dans les trois classes.

### 4.1 - Présentation du déroulement dans la classe de M

La situation s'est déroulée en deux séances, une première en l'absence du chercheur-praticien (temps estimé à 30 min.), une deuxième en sa présence (57 min.).

Lors de la première séance (temps estimé à 30 min.), une photographie du pont de Millau est vidéoprojetée. Collectivement, le professeur et les élèves tentent de modéliser le pont, tâche que nous avons notée t1,1 dans notre analyse *a priori*. Puis le professeur résume les éléments mis en évidence en proposant au tableau un schéma à main levée. Puis il donne les consignes pour la construction de la figure. Il propose un schéma à main levée sur lequel figure deux points, un point C à l'extérieur de la droite et un point I sur la droite. Il demande aux élèves de tracer deux poteaux, l'un passant par le point C, l'autre passant par le point I, perpendiculaires au tablier (horizontal). Nous avons modélisé la construction avec le point C sous la forme d'une tâche notée t2,1,pc dans notre analyse *a priori*. Par contre, nous n'avions pas envisagé la construction avec le point I, nous allons noter cette t2,1,pc\*<sup>24</sup> la tâche de construction des perpendiculaires avec le point I. Puis le professeur demande de construire les segments qui représentent les câbles, dont une extrémité est le point C dans le premier cas, un autre point dans l'autre cas. Cette tâche est notée t2,2,pc.

Lors de la deuxième séance (57 min.), en présence du chercheur-praticien, les élèves sont en salle informatique, ils sont groupés par deux. Le professeur s'appuie sur l'absence d'un des élèves pour résumer la première séance. Il sollicite l'aide des élèves pour présenter à l'élève absent, d'une part le pont de Millau (5 min.), et d'autre part les éléments géométriques qu'il a choisi de mettre en évidence (4 min.). Puis il demande aux élèves de réaliser les tâches, notées t3,1,tep et t3,2,tep, qui consistent à reproduire la figure dans l'environnement tracenpoche. Il prend quelques instants pour

<sup>24</sup> Nous noterons par \* les tâches que nous n'avions pas envisagées.

rappeler les conditions de validation dans l'environnement tracenpoche, à savoir le déplacement des points déplaçables.

#### **4.2 - Présentation du déroulement dans la classe de PB**

La situation s'est déroulée en trois séances, une première en l'absence du chercheur-praticien (temps estimé à 15 min.), une deuxième dans l'environnement tracenpoche (60 min.) et une troisième dans la salle de classe (15 min.), en présence du chercheur-praticien.

Nous n'avons pas d'élément concernant la première séance.

Lors de la deuxième séance (60 min.), les élèves sont en salle informatique. Sur les ordinateurs, ils sont groupés par deux. Le professeur envoie un élève au tableau pour qu'il rappelle ce qu'est un pont à haubans. Pour l'aider, il lui propose de faire le schéma du pont avant de donner les explications, ce que nous avons modélisé par la tâche notée  $t1,1$  (3 min.). C'est ainsi que le pilier est représenté perpendiculaire au tablier, comme condition de résistance aux tremblements de terre. Le professeur évoque la vidéo visionnée lors de la séance précédente. Puis il explique que les élèves doivent construire une figure dans l'environnement tracenpoche, tâches que nous notons maintenant  $t2,1,tep^*$  et  $t2,2,tep^*$ , car nous ne les avons pas prévues (nous avions prévu une tâche de construction dans l'environnement papier-crayon puis une tâche de reproduction dans l'environnement tracenpoche). Le professeur se déplace de binôme en binôme pour valider les constructions. Puis il envoie un élève faire la construction à l'ordinateur dont l'écran est vidéoprojeté et demande aux élèves de reproduire la même figure en même temps.

La troisième séance se déroule en classe (15 min.). Le professeur demande aux élèves de tracer une droite (AB) sur leur feuille et de reproduire la figure, ce que nous modélisons maintenant sous la forme de deux tâches  $t3,1,pc^*$  et  $t3,2,pc^*$ , reproduire une figure dans l'environnement papier-crayon. Les données filmiques de cette troisième séance ne sont pas exploitables.

#### **4.3 - Présentation du déroulement dans la classe de T**

La situation s'est déroulée en une seule séance (81 min.). Le professeur présente d'abord l'organisation générale des séances de géométrie avec le logiciel tracenpoche. Ainsi les élèves sont répartis en deux demi-classes, une première moitié des élèves travaille dans l'environnement tracenpoche, l'autre moitié travaille dans l'environnement papier-crayon. Puis les rôles sont inversés. Les tâches données dans l'environnement papier-crayon sont à l'initiative du professeur et n'ont aucun lien avec les situations proposées par le chercheur-praticien.

Le professeur projette à l'écran une photographie du pont de Millau et recentre le propos sur le vocabulaire géométrique. Un élève va au tableau faire le schéma d'un pilier, avec le codage de l'angle droit, tâche que nous avons modélisées par  $t1,1$  et  $t1,2$ . Puis, le professeur leur demande de construire un « pont » dans l'environnement tracenpoche, ce que nous modélisons par les tâches notées  $t2,1,tep^*$  construire deux droites perpendiculaires (avec C extérieur) et  $t2,2,tep^*$  construire des segments. Le professeur rappelle qu'il est important de vérifier la validité de la construction à chaque étape de la construction. Puis il présente une autre figure à réaliser dans l'environnement papier-crayon. Les élèves sont répartis dans les groupes et travaillent dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche. Lorsque tous les élèves ont travaillé dans les deux environnements, le professeur affiche les constructions enregistrées de chaque élève et les commente.

#### 4.4 - Tableau synoptique

M.	PB.	T.	Temps approximatif (en min)
Séance 1 (15 min.) : t1,1	Séance 1 (15 min.) : présentation du pont de Millau	Séance 1 (8 min.) : t1,1	0-5
		t1,2	5-10
		Séance 1 (73 min.) : t2,1,tep* t2,2,tep*	10-15
Séance 1(15 min.) : t2,1,pc t2,2,pc	Séance 2 (3 min.) : t1,1	t2,1,tep* t2,2,tep*	15-20
	Séance 2 (57 min.) : t2,1,tep* t2,2,tep*		20-25
25-30			
30-35			
35-40			
40-45			
45-50			
50-55			
55-60			
60-65			
65-70			
70-75			
Séance 3 (15 min.) : t3,1,pc* t3,2,pc*			75-80
FIN (87 min)	FIN (81 min)		80-85
		85-90	
	FIN (90 min)	90-95	

Nous rappelons les notations utilisées

Types de tâches	Tâches
T1 : Représenter à main levée une figure	(S1) t1,1 : représenter sur un schéma à main levée les éléments du pont par des traits, qui seront, lors de la construction effective, des segments ou des droites. (S1) t1,2 : représenter sur le schéma à main levée l'angle droit perçu sur la photographie.
T2 : construire une figure	(S1) t2,1,pc : construire la perpendiculaire à [AB] passant par C, point extérieur à (AB). (S1_M) t2,1,pc* : construire la perpendiculaire à [AB] passant par I, un point de (AB) dans l'environnement papier-crayon. (S1_PB et T) t2,1,tep* : construire la perpendiculaire à [AB] passant par C, point extérieur à (AB) dans l'environnement

	<p>tracenpoche.</p> <p>(S1_M) t2,2,pc* : construire des segments, dont une extrémité est commune (le point C) et la seconde est sur le segment [AB].</p> <p>(S1_PB et T) t2,2,tep* : construire des segments, dont une extrémité est commune (le point C) et la seconde est sur le segment [AB], dans l'environnement tracenpoche.</p>
T3 : reproduire une figure.	<p>(S1) t3,1,tep : reproduire la droite perpendiculaire à (AB) passant par C, un point extérieur à (AB) dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S1_PB) t3,1,pc* : reproduire deux droites perpendiculaires dans l'environnement papier-crayon.</p> <p>(S1) t3,2,tep : reproduire des segments dont une extrémité, située sur une des perpendiculaire, est commune et l'autre extrémité est sur l'autre perpendiculaire.</p> <p>(S1_PB) t3,2,pc* : reproduire des segments dont une extrémité, située sur une des perpendiculaire, est commune et l'autre extrémité est sur l'autre perpendiculaire dans l'environnement papier-crayon.</p>

#### 4.5 - Premières analyses à partir du tableau synoptique

Dans la proposition aux enseignants, il était initialement prévu de construire d'abord la figure dans l'environnement papier-crayon puis de reproduire dans l'environnement tracenpoche afin d'explicitier des relations géométriques qui sont implicites dans l'environnement papier-crayon. Dans la classe de M, le professeur conserve cette chronologie. Dans les deux autres classes de PB et de T, les professeurs ont choisi de construire d'abord dans l'environnement tracenpoche. Dans la classe de PB, le professeur termine la séance avec la tâche de reproduction dans l'environnement papier-crayon. Autrement dit, nous avons pensé qu'un changement d'environnement pouvait conduire à une modification sur le « discours » de la technique, passant ainsi d'une technique faible à une technique forte, au sens où nous l'avons précisé.

Les professeurs ont organisé la situation en privilégiant les tâches dans l'environnement tracenpoche (57 min., 57 min. et 73 min.). Nous pouvons penser qu'ils veulent laisser du temps aux élèves pour faire des essais.

Il nous est cependant difficile de comparer le temps accordé à la recherche des élèves dans l'environnement tracenpoche des classes de M et PB d'une part, et de T d'autre part. Nous rappelons que le professeur de la classe de T organise les séances dans l'environnement tracenpoche en séparant la classe en deux, tous les élèves sont répartis en binôme travaillant dans les deux environnements successivement, sans contrainte de temps. Les repères temporels dont nous disposons ne concernent que la durée totale.

Nous allons nous intéresser plus précisément aux déroulements de chacune des trois classes.

## 5 - Dans la classe de M

### 5.1 - Une mise en intrigue

Nous voulons établir un lien chronologique entre la modélisation en terme de tâches, issues de notre analyse a priori, et en terme de jeux d'apprentissage, pour une analyse de l'action in situ. Nous allons présenter trois moments que nous modélisons sous formes de jeux d'apprentissages. Plus précisément, au cours de la deuxième séance, les élèves ont à reproduire dans l'environnement tracenpoche la figure faite au tableau, tâches notées t3,1,tep et t3,2,tep. Pour introduire ces tâches, le professeur a construit un dessin au tableau. Nous modélisons ce moment sous la forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA1\_S1\_M, dont l'enjeu est de faire voir la figure au tableau. Puis le professeur donne à reproduire effectivement la figure dans l'environnement tracenpoche, ce que nous modélisons par un autre jeu d'apprentissage, noté JA2\_S1\_M, dont l'enjeu est de faire reproduire la figure dans l'environnement tracenpoche. Ces deux premiers jeux d'apprentissage nous permettent d'éclairer le déroulement de l'action. Puis nous analysons le moment de construction par deux élèves, ce que nous modélisons par un jeu d'apprentissage noté JA3\_S1\_M\_A\_T, dont l'enjeu est de faire reproduire la figure dans l'environnement tracenpoche du point de vue d'Amel et Thibaut. Ces deux derniers jeux sont enchevêtrés, ce que nous signalons par des flèches, indiquant comment l'on passe de l'un à l'autre.

### 5.2 - Représentation synoptique<sup>25</sup>

avec JA1\_S1\_M (9 min)

enjeu : faire voir la figure au tableau dans le but de la faire reproduire ensuite dans l'environnement tracenpoche.

JA2\_S1\_M (48 min) :

enjeu : faire partager la règle définitoire du déplacement pour valider une construction à faire dans l'environnement tracenpoche

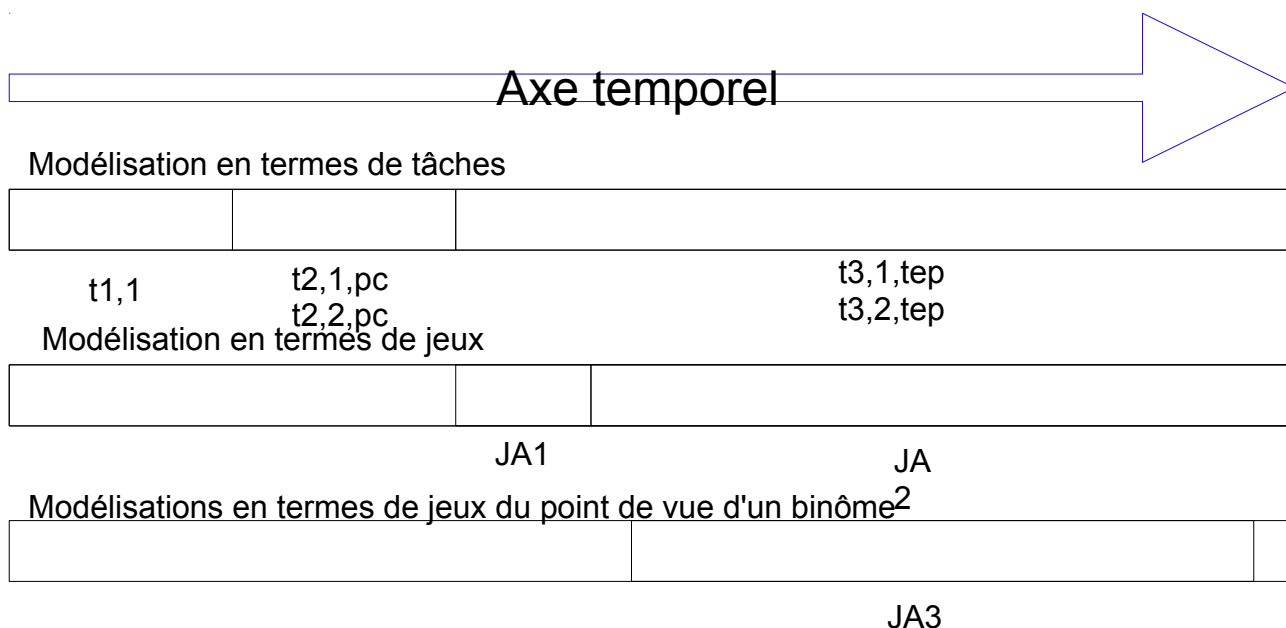
JA3\_S1\_M\_A\_T (42 min.) :

enjeu : faire reproduire la figure au tableau dans l'environnement tracenpoche du point de vue des deux élèves Amel et Thibaut.

---

<sup>25</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 87 min.).





### 5.3 - Jeux d'apprentissage :

#### 5.3.1 - JA1\_S1\_M (9 min) :

L'enjeu est de faire voir la figure au tableau dans le but de la faire reproduire ensuite dans l'environnement tracenpoche. Nous découpons en deux étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de décrire les constructions proposées par le professeur.

Des éléments du milieu : les élèves ont déjà tracé une telle construction dans l'environnement papier-crayon au cours d'une séance précédente. Ils ont à se souvenir de ce qui a été fait pour répondre aux sollicitations du professeur.

Présentation de ce moment :

Les élèves sont dans la salle informatique. Ils sont répartis en binômes sur un ordinateur : le professeur explique aux élèves qu'ils peuvent échanger. Ils ont découvert l'environnement tracenpoche à d'autres moments (en l'absence du chercheur-praticien). Sur le tableau, le professeur a proposé une construction, travaillée dans l'environnement papier-crayon lors de la séance précédente (cf illustration 11).

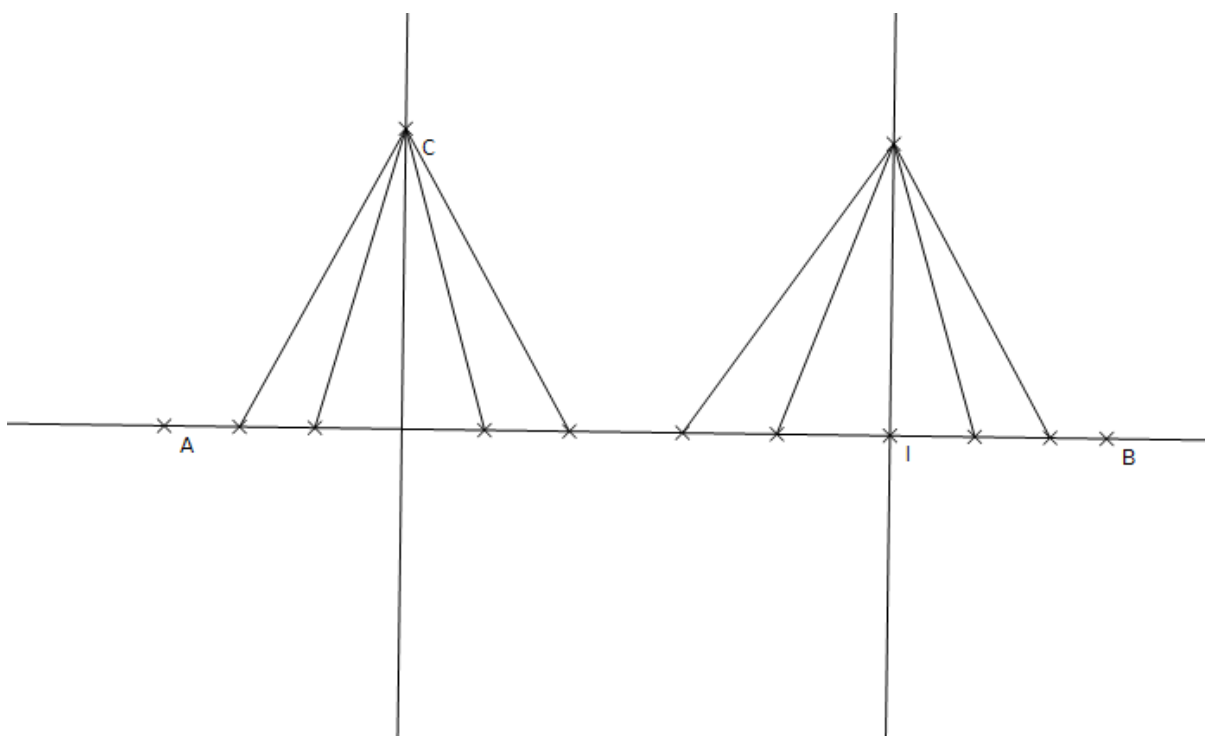


Illustration 11

Les élèves ont déjà tracé une figure dans l'environnement papier-crayon. Il ont utilisé les instruments de leur choix et sont parvenus à construire la figure attendue (un exemple de travaux d'élèves, cf illustration 12).

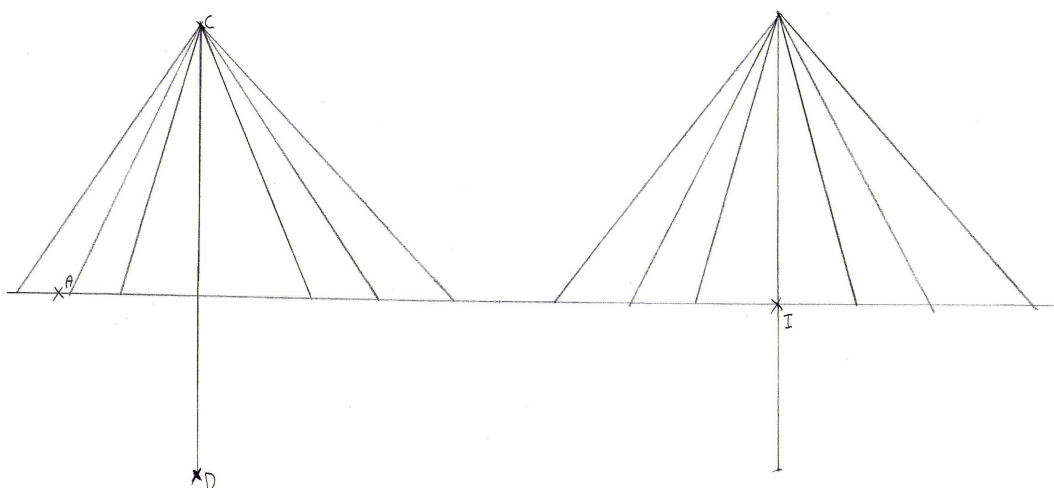


Illustration 12

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe. Les transcripts sont en annexe.

## Description

étape 1 : Faire établir un lien entre la figure du tableau et le pont de Millau.

Le professeur s'appuie sur l'absence d'un des élèves lors de la séance précédente pour résumer la

situation. Il sollicite l'aide d'un élève pour évoquer le pont de Millau, puisqu'il n'a pas de photos disponibles dans la salle informatique. Puis il établit un lien entre la construction (cf illustration 11) qui est au tableau et le pont (min. 5:01, tdp 16, P : « *Si tu veux, Louis, on a des piliers (...), le tablier, (...) et des câbles qui sont accrochés d'une part au pilier et d'autre part, au tablier lui-même* »). Tout en disant cela, il suit avec sa main les différents éléments de la construction faite au tableau.

#### étape 2 : faire établir des relations géométriques.

À l'occasion de l'évocation du pont, il explique comment est constitué le pont (min. 5:46, tdp 20, P : « *L'idée, évidemment, c'est que, si on n'accroche pas les câbles sur le tablier et sur le pilier, ils ne servent à rien* »). À la demande du professeur, un élève explique à l'élève Louis comment la construction a été faite la veille dans l'environnement papier-crayon en s'appuyant sur le vocabulaire du pont (min. 6:29, tdp 25, A : « *On a mis un point C où on accrochait les câbles. (...) Après on a fait un segment* »). Enfin, le professeur recentre l'attention des élèves sur la construction du tableau (min. 6 :52, tdp 28, P : « *Cette droite, qu'est-ce qu'elle a de particulier ?* »). Il s'appuie sur l'absence de L pour justifier sa requête (tdp 28, P : « *Louis n'a pas observé le pont. Il ne peut pas deviner* »). Un premier élève rappelle la perpendicularité des deux droites (min. 7:01, tdp 29, L : « *Elle est perpendiculaire à la route* »). Un autre va coder l'angle droit au tableau à la demande du professeur (min. 7:21, tdp 30, P : « *Il faut rajouter un petit truc-là sur la figure que j'ai tracée au tableau pour que Louis sache et retienne ce que Lucie vient de lui dire* »). La deuxième partie de la figure est décrite, la deuxième droite est perpendiculaire à (AB) et passe par le point I. Ces informations ne sont pas faciles à obtenir. Le professeur aide beaucoup (tdp 45, S : « *On a fait une droite* », tdp 46, P : « *La droite perpendiculaire à (AB), mais qui ?* », tdp 50, S : « *Ben qui passe par I* »).

### **Analyse**

Au départ, le professeur présente la construction au tableau comme un dessin : chaque objet du pont est montré sur la construction, sans référence à des connaissances géométriques. Il fait appel à la mémoire didactique de la classe. Le professeur choisit de rendre nécessaire ces précisions, du fait de l'absence d'un élève. Ainsi le récit de la situation à l'élève absent permet aux élèves de se remémorer ce qui a été fait.

Puis le professeur choisit de dévoiler une règle stratégique gagnante dans l'environnement tracenpoche, qu'il choisit d'ancrer dans la réalité du pont : les câbles qui ne sont pas accrochés ne sont pas utiles. Il précise que les câbles sont par ailleurs accrochés à un même point, le point C. Les élèves ont donc à leur charge de faire en sorte que les câbles soient accrochés, mais la manière de faire n'est pas explicitée.

« *Le point C* », « *un segment* » sont les premiers mots du registre des mathématiques à l'initiative de l'élève. Le professeur, jusque-là, a montré les « objets » avec la main en les nommant par les mots relatifs au pont. Depuis sa place, l'élève interrogé ne peut pas montrer ce qu'il veut expliquer comme le fait le professeur. Il utilise alors le vocabulaire usuel en géométrie pour décrire ce qui a été fait. Autrement dit, l'élève éprouve la nécessité de quitter le vocabulaire du pont pour expliquer la situation à un camarade et choisit de parler en utilisant le vocabulaire de la géométrie, ici la notion de point et de segment.

Enfin, le professeur demande aux élèves d'énoncer les relations géométriques dégagées lors de la séance précédente. Là encore, au départ, il justifie sa demande dans la réalité du pont, en prenant appui sur l'explicitation à l'élève absent. Il établit alors un passage de l'évocation du pont à une situation mathématique. Le codage devient ainsi le signe d'une prise en compte des propriétés géométriques, ici l'angle droit. Ainsi, le dessin change de statut, il devient une figure, les propriétés mathématiques ont été explicitées et codées.

Concernant la propriété de perpendicularité, nous voyons des élèves qui parlent de droites perpendiculaires, de droites perpendiculaires à (AB), mais ils ne précisent pas la nécessité de

préciser par quel point elle passe. C'est toujours à l'initiative du professeur.

Le pont de Millau de la séance précédente est ainsi devenue la figure au tableau, sur laquelle la droite perpendiculaire à (AB) passant par un point C extérieur à (AB) et la droite perpendiculaire à (AB) passant par un point I de (AB) sont codées et les segments ont été nommés.

### **5.3.2 - JA2\_S1\_M (48 min)**

L'enjeu est de faire partager la règle définitoire du déplacement pour valider une construction à faire dans l'environnement tracenpoche. Nous découpons en sept étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves peuvent s'appuyer sur leur construction dans l'environnement papier-crayon.

Des éléments du milieu : les élèves ont à reproduire une figure dans l'environnement tracenpoche.

Présentation du moment : les élèves sont dans la salle informatique.

## **Description**

### étape 1 : faire rappeler la validation par le déplacement

Le professeur annonce la tâche de reproduction à faire dans l'environnement tracenpoche (min. 9:49, tdp 53, P : « *Sur tracenpoche, on va refaire le travail* »). Puis il se place du côté des connaissances instrumentales (min.10:06, tdp 53, P : « *Avec les outils de tracenpoche, outils que vous ne connaissez pas forcément, il va falloir trouver ce qui va vous être utile* »). Il s'assure que le déplacement pour valider est connu des élèves (min. 11:12, tdp 55, P : « *Est-ce que vous vous souvenez, comment on vérifie si le travail est correctement réalisé sur tracenpoche ?* »). Les élèves savent qu'ils ont « à déplacer ». Le professeur précise que ce que signifie le déplacement, d'une part il faut bouger tous les objets déplaçables (min. 11:22, tdp 57, P : « *On déplace un point, une droite* ») et d'autre part, il faut que les propriétés soient conservées (tdp 63, P : « *Et les points vont avec* »).

### étape 2 : recherche par binômes

### étape 3 : question concernant la validation de la construction

Le professeur arrête les recherches individuelles et demande aux élèves de s'intéresser à la construction faite dans l'environnement tracenpoche (cf illustration 13) qu'il propose au tableau (tdp 168, min. 44:42, P : « *Alors, les vérifications, quelles sont-elles pour vérifier que notre pont est bien accroché?* »). Un élève propose de déplacer un objet (tdp 170, min. 45:12, E : « *On fait bouger la droite qui est en bas* »). Après avoir demandé des éclaircissements, le professeur sélectionne et déplace la droite (AB) (cf illustration 14).



Illustration 13

P : Alors, les vérifications, quelles sont-elles pour vérifier que notre pont est bien accroché?

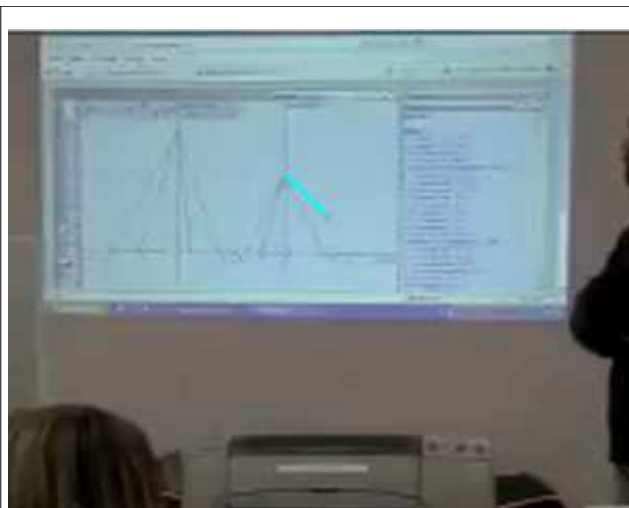


Illustration 14

P : Je prends la droite (AB), elle est rouge, c'est bien elle que je veux. Je la déplace.

#### étape 4 : la non-validation d'une partie de la construction

Puis le professeur demande aux élèves d'interpréter les effets du déplacement, sur la construction. Les élèves réalisent que le point D n'est plus sur la droite (AB) (cf illustration 14).

P : Tout va bien ?

Es : Oui, non.

P : Comment non ? E. dit que ça ne va pas. Y. ?

Y : D n'est pas accroché

P : D n'est pas accroché. Qu'est-ce que j'ai oublié de faire pour ce point D ? Vous le voyez ? Le point D n'est pas accroché. Quel est le défaut de la construction ? Vous l'avez rencontré, je l'ai vu.

T : Tu l'as pas accroché sur la droite (AB).

P : Alors qu'est-ce que j'ai oublié de faire ? Quelle fonction j'ai oublié d'utiliser ?

T : T'as pas pris le point sur.

P : Sur. Voilà, la fonction sur, voilà.

#### étape 5 : la validation d'une autre partie de la construction

Puis le professeur déplace le point C.

P : Il y a autre chose qu'on vérifie en faisant ça. Regardez la droite passant par le point C. Qu'est-ce que vous constatez ?

Y : Un angle droit.

P : Elle est toujours perpendiculaire à (AB), ça se voit comment ?

E : Ben le petit carré

P : Ben le petit symbole. On a toujours le petit symbole quelque soit l'endroit où je vais déplacer le point C, on a toujours, Je recommence pour ceux qui n'ont pas vu. On a toujours le symbole en bas, le symbole perpendiculaire, droite passant par C et perpendiculaire toujours à la droite (AB).

Enfin, il demande aux élèves de déplacer leur propre construction (min. 51:51, tdp 223, P : « Vous allez faire toutes ces vérifications-là sur vos postes »).

#### étape 6 : recherche par binômes

#### étape 7 : reprise collective par le professeur

Le professeur annonce collectivement la fin de la séance (min. 54:48, tdp 234, P : « On va arrêter »). Le professeur s'intéresse donc maintenant aux élèves qui sont parvenus difficilement à résoudre la tâche (ou même qui n'y sont pas parvenus) (min. 55:07, tdp 234, P : « Avant de fermer tout ça, est-ce qu'il y en a qui se sont rendus compte à l'instant que ça ne fonctionnait pas correctement ? »). Les réponses étant opposés, il précise ce qu'il veut (min. 55:10, tdp 236, P :

« *Quels sont les problèmes qui se sont posés ?* »). Les réponses des élèves concernent essentiellement les points qui ne sont pas placés sur la droite (AB). Il veut préciser (min. 56:09, tdp 248, P : « *Est-ce qu'il y a d'autres erreurs qui sont apparues lors d'une vérification ?* »). Devant l'absence de réponse, il continue (min. 56:09, tdp 248, P : « *des erreurs du genre finalement ma droite, la nouvelle droite ne reste pas perpendiculaire à la droite (AB)* »). Face aux réponses négatives, le professeur clôt la séance.

## Analyse

Dans la première étape, le professeur a défini le jeu. Il s'agit de reproduire la figure dans l'environnement tracenpoche. Il reconnaît que l'artefact n'est pas encore familier aux élèves. En cela, il anticipe les difficultés que ces derniers pourraient rencontrer du fait de la nouveauté. Il dévoile aussi une règle stratégique gagnante dans l'environnement tracenpoche, à savoir chercher parmi tous les boutons possibles et trouver les outils utiles. Il renforce ainsi l'idée de passer du temps à trouver le bouton qui convient. Il ne rappelle pas le fonctionnement du logiciel, tel que sélectionner, valider. Il ne rappelle aucune information sur le rôle des boutons déjà rencontrés lors des séances d'initiation.

Le professeur complète en précisant que la reproduction de la figure n'est pas suffisante. Il demande aux élèves le mode de validation. Un élève explique que c'est le déplacement. Nous en concluons que les séances d'initiation (auxquelles nous n'avons pas participé) ont permis de donner cette règle définitoire. Le professeur laisse à la charge de l'élève de la rappeler. Le professeur reprend le propos de l'élève et le complète. En effet, dans la question du déplacement se cache la nécessité de montrer en parcourant tous les possibles. Nous remarquons que le professeur rappelle de déplacer plusieurs objets et surtout de ne pas se contenter du déplacement d'un seul point. Le nouveau contrat dans l'environnement tracenpoche consiste à vérifier si la construction proposée résiste au déplacement. Cette question de la résistance au déplacement est évoquée « *elle bouge* », mais elle n'est pas explicitée. Ainsi, la tautologie « *si on déplace la droite, elle bouge* » n'a guère de sens en soi. Seule la question des points « *qui vont avec* » est explicitée. Nous remarquons qu'ici, seule la propriété des points est exprimée, par contre, la propriété de perpendiculaire est tue.

Après un temps de recherche (44 min.), le professeur arrête les élèves dans leur recherche (3ème étape). Il veut faire institutionnaliser la nouvelle règle définitoire du déplacement en prenant appui sur un support commun à tous les élèves : c'est la construction du professeur. Le professeur alterne les registres, soit il se place au niveau de la construction et parle de points et droites, soit il se place au niveau du pont et parle de câbles et de tablier. Ici, le professeur utilise le vocabulaire du pont pour évoquer la validation de la construction (tdp 168, min. 44:42, P : *Alors, les vérifications, quelles sont-elles pour vérifier que notre pont est bien accroché ?* »). Le déplacement, moyen de validation dans le nouvel environnement, est placé du côté du réel et non du côté de la géométrie. Le professeur de la classe reprend l'idée initiale du chercheur-praticien, à savoir d'établir un lien provisoire entre le déplacement et la réalité. Il l'adapte en reliant les effets du déplacement et la réalité du pont.

Un élève propose de déplacer un objet « *la droite en bas* ». Nous voyons ici que l'élève est dans deux registres, d'une part le registre des mathématiques « *la droite* » et d'autre part le registre spatial « *en bas* ». Nous pouvons remarquer que le moyen de valider la construction par le déplacement est pris en charge par l'élève, tant dans la phase de définition que la phase d'institutionnalisation. Non seulement le professeur demande de valider ou non la construction par le déplacement, ce qui est une règle définitoire dans l'environnement tracenpoche, il demande également d'interpréter l'effet du déplacement (min. 45:58, P : « *Quel est le défaut de ma construction ?* »). C'est justement la règle stratégique que les élèves doivent mettre en place pour gagner. Il explique que c'est justement cette interprétation qui manquait aux élèves (« *Vous l'avez rencontré, je l'ai vu* »). Il laisse à la charge de l'élève de dévoiler cette règle stratégique (min. 46:07, tdp 180, T : « *Tu l'as pas accroché à la droite (AB)* »). Cette règle stratégique s'appuie sur une connaissance instrumentale. Là encore, le

professeur s'efface (min. 46:08, tdp 181, P : « *Qu'est-ce que j'ai oublié de faire ?* ») et laisse la place à un élève pour évoquer l'action (tdp 182, T : « *T'as pas pris le point sur* »).

Le professeur attire ensuite l'attention des élèves sur ce que permet également le déplacement. Il précise tout de suite l'endroit à regarder, c'est-à-dire la partie de la construction de gauche. Autrement dit, après avoir fait pointer ce qui ne résiste pas au déplacement, le professeur donne à voir les propriétés qui résistent au déplacement. Un élève répond sans hésiter sur la perpendicularité. Le professeur demande des explications. Yann fait appel au codage systématique de l'angle droit par le logiciel et le professeur attire l'attention des élèves (cf illustration 15). Du point de vue du professeur, la justification des droites perpendiculaires passe donc par le symbole de l'angle droit.



Illustration 15

Dans cette première phase d'institutionnalisation, le professeur montre aux élèves le rôle du déplacement. Nous pouvons remarquer que ce qui est premier dans la perception des conséquences du déplacement, ce sont les dessins qui ne correspondent pas à ce qui était prévu, ici, un segment dont l'extrémité n'est pas plus sur une droite. L'interprétation du déplacement permet de montrer la propriété qui ne résiste pas au déplacement, ici le point D n'est pas sur la droite (AB). Par contre, les propriétés qui restent vraies au cours du déplacement, ici les droites perpendiculaires, sont à l'initiative du professeur. Il faut qu'il insiste pour obtenir l'attention des élèves au « bon endroit ». Il obtient de la part d'un élève la reconnaissance des droites perpendiculaires. Mais la raison de cette reconnaissance n'est pas celle que nous attendions. C'est le codage de l'angle droit qui est la justification de la reconnaissance. Or la reconnaissance perceptive des droites perpendiculaires au cours du déplacement est une règle stratégique à mettre en place au cours des situations. Le professeur propose ainsi une phase d'institutionnalisation en trois temps. Dans un premier temps, le professeur propose une construction qu'il convient d'analyser. Dans un deuxième temps, les élèves sont amenés à analyser leur propre construction. Enfin, dans un troisième temps, le professeur demande d'explicitier les difficultés rencontrées.

### 5.3.3 - JA3\_S1\_M\_A\_T (42 min.)

Nous allons maintenant nous intéresser dans cette même séance, à la manière dont deux élèves, Amel et Thibaut, évoluent dans l'environnement tracenpoche. L'enjeu est de faire reproduire la figure au tableau dans l'environnement tracenpoche du point de vue des deux élèves Amel et Thibaut. Nous découpons en six étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint. Nous précisons que l'analyse que nous en faisons est chronologique, mais nous précisons que les interventions collectives du professeur ont lieu au cours de la recherche de ces deux élèves.

Des éléments du contrat : les élèves peuvent s'appuyer sur leur construction dans l'environnement

papier-crayon.

Des éléments du milieu : les élèves ont à reproduire une figure dans l'environnement tracenpoche

Présentation de ce moment : les deux élèves sont devant l'ordinateur. Ils savent ce qu'ils doivent construire : ils ont le résultat au tableau de ce qu'ils doivent obtenir dans l'environnement tracenpoche. Le professeur n'est pas présent au cours de leurs échanges. La caméra est fixe, montée sur un pied, les données filmiques ne sont pas de bonne qualité.

Les time code notés correspondent au temps du film de la classe, bien que l'enregistrement spécifique de ce binôme ait été fait avec une caméra indépendante (l'écart de 20 secondes est pris en compte dans les descriptions). Nous avons choisi de ne pas faire figurer les tours de parole dans la mesure où nous n'avons pas tous les échanges.

## Description

étape 1 : expliquer ce qu'il faut faire (ce qui correspond à l'étape 2 du jeu d'apprentissage précédent)

Amel se lève quatre fois dans les trois premières minutes de la construction pour regarder le tableau. Avant de commencer à utiliser le logiciel, elle explique à son voisin, avec les mains de deux manières différentes (min. 15:20, A : « *La ligne, elle est là, et le segment, il est là* »). Elle montre d'abord en pointant les directions à l'écran (cf illustration 16). Puis elle les montre avec ses mains (cf illustration 17).



Illustration 16

Amel montre en suivant avec ses mains sur l'écran, les directions horizontale et verticale.

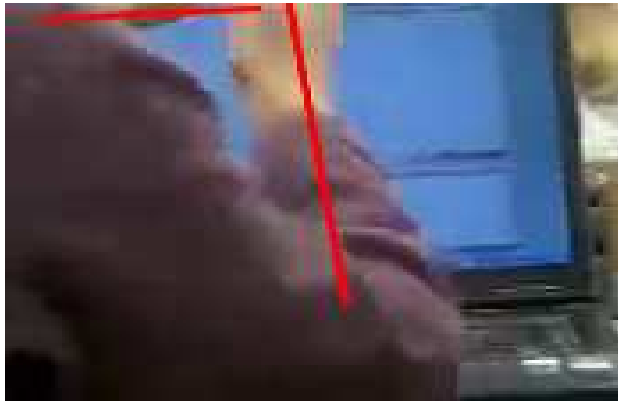


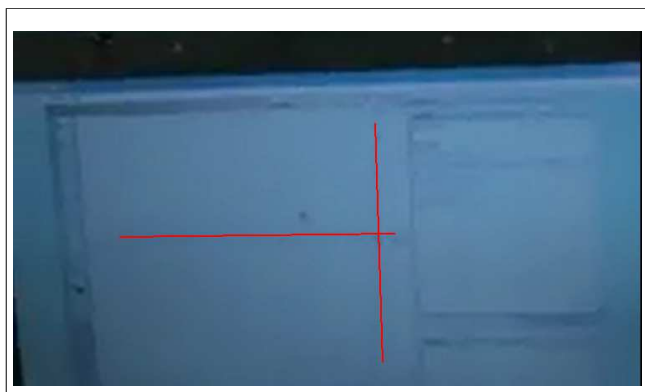
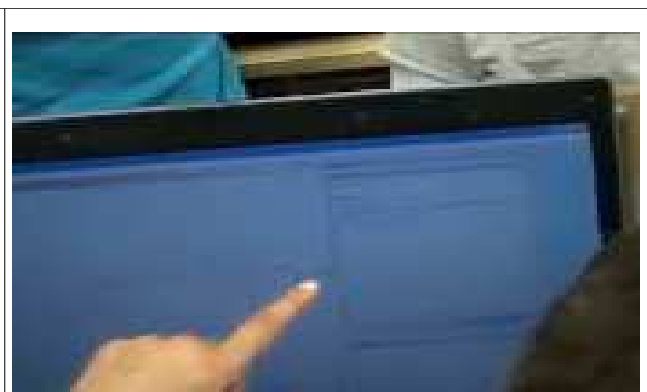


Illustration 17

Amel montre avec ses mains les directions horizontale et verticale, en dehors de l'écran.

étape 2 : prendre au vol des informations

Les élèves ont tracé deux droites (cf illustration 18), après de nombreuses hésitations : les deux élèves sont avec le logiciel depuis 6 minutes. À ce moment, le professeur parle à un autre groupe des droites perpendiculaires (min. 18:28, P : « *Est-ce que la droite passant par C est bien perpendiculaire à (AB)?* »). Amel s'en saisit et le traduit pour son dessin (A : « *Et là, il y a un angle droit* » (cf illustration 19)



	
<p>Illustration 18</p>	<p>Illustration 19</p>
<p>min. 18:36 P s'adressant à un autre groupe : <i>Est-ce que ça fait ce que tu voulais ? Est-ce que la droite passant par C est bien perpendiculaire à (AB), et reste bien perpendiculaire à (AB). Est-ce que le logiciel t'a permis de faire ce que tu voulais ?</i></p>	<p>min. 18:59 A : <i>Et là, il y a un angle droit</i></p>
<p><u>étape 3 : demande de l'aide pour placer le point I</u></p> <p>Amel et Thibaut ne travaillent plus depuis quelques minutes (les prises de vue de mauvaise qualité ne nous permettent pas d'être plus précis). Amel lève la main et le professeur arrive. Il va faire des aller-retour entre le binôme étudié et d'autres binômes. À chaque fois que le professeur les aide dans la prise en main du logiciel, ils effacent mais ils ne savent pas refaire. Finalement, le professeur s'assoit à côté d'eux (min. 40:33). Amel montre au professeur où ils en sont (cf illustration 20). Le professeur, à son tour montre le point I (cf illustration 21).</p>	
	
<p>Illustration 20</p>	<p>Illustration 21</p>
<p>min 40:33 P : <i>Qu'est-ce que vous devez faire une fois que vous avez tracé la droite (AB)?</i> A : <i>Il faut mettre le point I.</i> P : <i>Il faut mettre le point I, mais t'en dis pas assez. Il faut mettre le point I où ?</i> A : <i>Là.</i></p>	<p>P : <i>Il faut mettre le point I sur la droite (AB). Alors vous supprimez ce que vous venez de faire. Regarde là. Très bien. Vérifiez bien qu'il est sur la droite.</i></p>

étape 4 : les élèves Amel et Thibaut ne savent pas comment faire (ce qui correspond à l'étape 6 du jeu d'apprentissage précédent)

Le professeur a présenté sa construction fautive au tableau (cf étape 3 et 4 du jeu précédent). Puis il a demandé collectivement aux élèves de déplacer et d'interpréter le déplacement tels qu'ils viennent de le faire sur sa propre construction (min. 51:51, tdp 223, P : « *Bon, vous allez faire toutes ces vérifications-là sur vos postes* »). Il revient alors auprès du binôme filmé : il les a laissés lorsque la droite perpendiculaire à (AB) et le point I sur (AB) sont tracés. Il les invite à tracer les segments. Il revient régulièrement auprès d'eux (min. 52:48 « *On trouve toujours le même problème* »), mais il ne les aide pas.

#### étape 5 : les élèves Amet et Thibaut expliquent leur problème

Dans un premier temps, Amel expose la situation au chercheur-praticien PR<sup>26</sup>.

PR : *Alors vous m'expliquez où vous en êtes parce que moi, je ne vous ai pas encore vus.*

A : *Là on va tracer des câbles.*

PR : *D'accord, le câble, c'est quoi ?*

A : *Un segment*

PR : *Allez-y, tracer un segment. C'est où le segment ? Voilà, très bien, allez-y.*

A : *Sauf que quand on...*

PR : *Allez-y*

A : *Quand on le bouge, sur la droite, et ben la droite ne devient pas rouge. Ça veut dire que, quand on va la déplacer, et ben ça n'ira pas.*

T : *Ben si, déplace la droite perpendiculaire.*

PR : *Ah ? Ça marche ? Et bouge le point B. Effectivement ça ne marche pas.*

#### étape 6 : aide du PR :

Dans un deuxième temps, PR pose des questions sur leur construction.

PR : *Alors qu'est-ce qu'il faut pour ton point D ?*

T : *Ben il faut qu'il soit sur la droite (AB).*

PR : *Comment on fait pour lui dire d'être sur la droite (AB). Vous vous souvenez ? Alors, allez-y, très bien*

A : *Point sur un objet*

PR : *Très bien. Il faut que ce soit bleu. Non, c'est un point, la droite, elle est rouge. Bien, ensuite on trace le segment. Voilà.*

P : *On va s'arrêter là pour aujourd'hui*

PR : *Faut que ce soit...Voilà. Et maintenant, on bouge.*

PR : *Le point D ?*

T : *C'est bon.*

PR : *C'est bon.*

## **Analyse**

Dans la première étape, nous pouvons dire que l'élève Amel se place dans le contrat ancien. Il s'agit pour elle de reproduire la construction telle qu'elle est au tableau dans l'environnement tracenpoche, elle se lève plusieurs fois pour voir. Les directions horizontale et verticale sont privilégiées. Aucun élément du milieu ne vient perturber cette manière de voir, ce qu'elle explique à son voisin correspond effectivement à ce qu'elle voit. Le rappel de la séance précédente ne semble pas pris en compte : le codage de l'angle droit évoqué quelques minutes plus tôt ne semble pas avoir d'influence sur la dévolution du problème.

Nous pouvons interpréter ce moment de la manière suivante. Les élèves sont en train de découvrir le nouvel environnement : ils ont déjà utilisé certains boutons de tracenpoche. Leur attention est plutôt focalisée sur l'utilisation du logiciel pour obtenir un dessin conforme au modèle au lieu de s'intéresser aux connaissances mathématiques. Autrement dit, ils sont dans le contrat du dessin. Les questions du professeur à un autre groupe leur permettent d'appréhender un autre point de vue. Il ne

<sup>26</sup> Le chercheur (noté PR) tient la caméra. Il s'adresse aux élèves du binôme. Nous notons P le professeur de la classe.

s'agit plus d'avoir deux droites ayant une certaine direction, il s'agit maintenant de voir deux droites ayant une certaine direction et qui forment un angle droit. Ils traduisent ainsi l'expression « perpendiculaire » utilisée par le professeur en une autre expression synonyme à notre niveau d'étude « angle droit ». Ils changent de contrat, ils sont désormais dans le contrat des relations géométriques, grâce à une remarque du professeur qui ne leur est pas destinée.

Dans la troisième étape, nous pouvons penser que la construction des élèves ne correspond pas à ce qu'ils voulaient puisqu'ils demandent de l'aide. Mais nous n'avons pas d'élément confirmant notre hypothèse. Nous ne pouvons donc analyser que le moment où le professeur est présent, à partir des dialogues, l'écran des élèves n'est pas lisible. Le problème que les élèves rencontrent est de tracer la perpendiculaire à (AB) passant par un point I, I étant à placer sur (AB). L'aide du professeur les conduit à placer d'abord le point I sur la droite (AB). Jusque-là, les traces de leurs essais successifs ne font pas apparaître la présence de ce point I. Autrement dit, ici, ils évoluent dans leur stratégie puisqu'ils proposent de placer le point I. Le professeur demande des précisions concernant le lieu du point I, point de (AB). Dans l'environnement papier-crayon, il suffit de dire que le point, en tant que croix accompagnée d'une lettre, occupe une certaine place, en terme d'agencement spatial, quelque part sur le trait. Dans l'environnement tracenpoche, il est nécessaire d'explicitement la nature du point, avant de commencer. Le professeur cherche à obtenir ce type d'information. Il demande ensuite une deuxième précision concernant le point I (P : « *Il faut mettre le point I où ?* »). Cet adverbe interrogatif « où » demande une réponse dans l'espace spatio-graphique. Autrement dit, le professeur sait qu'il faut déclarer la nature du point et veut que l'élève éprouve la nécessité de le signaler. Le point de vue de l'élève est tout autre, il doit préciser un lieu. De là naît le quiproquo. Amel montre avec le doigt (cf illustration 20) où elle veut mettre le point, point considéré dans le dessin, accompagné d'un « là » pour confirmer le lieu alors que le professeur attend le point, en tant que point sur un objet d'une figure. Il traduit immédiatement la réponse d'Amel sous la forme attendue (min. 40:49, P : « *Il faut mettre le point I sur la droite (AB)* »). Cet élément de réponse provoque immédiatement l'action dans le logiciel. Le professeur attire l'attention des élèves pendant qu'ils placent le point I (cf illustration 21) et sur la nécessité de valider la construction (min. 41:02, P : « *Vérifiez bien qu'il est sur la droite* »). Cette expression fait signe aux élèves. Dans l'environnement tracenpoche, cette phrase fait référence à une règle définitoire du jeu, à savoir déplacer tous les points déplaçables et vérifier la conservation de la propriété mathématique au cours du déplacement.

La rencontre de l'ignorance est bien présente : comme nous l'avions pensé, le passage à l'environnement tracenpoche doit permettre de disqualifier des constructions, qui ne prennent pas en compte explicitement la propriété géométrique « points alignés ». Le déplacement d'un point montre explicitement que la construction des élèves est fautive. Mais les élèves ne savent pas comment faire autrement. Pourtant l'interprétation du déplacement a été travaillée sur la figure du professeur quelques instants auparavant, en particulier sur la construction des segments, tout en rappelant la connaissance instrumentale « *point sur* ».

PR essaie d'obtenir une construction des segments. Il veut comprendre comment les élèves s'y prennent. Il insiste pour que les élèves montrent ce qu'ils font (min. 53:39, PR : « *Allez-y, tracer un segment* »). Amel hésite à tracer en présence du chercheur-praticien du fait probable des expériences précédentes ratées (min. 53:47, A : « *Sauf que quand on...* »). Elle explique ce qui se passe. Elle revient sur une question concernant l'utilisation du logiciel (min. 53:58, A : « *la droite ne devient pas rouge* »). C'est le propos du professeur pour créer le point I (min. 41:22, P : « *Recréez votre point. La droite se met en rouge. Donc on est bien sur la ligne* »). Elle sait que l'absence du changement de couleur est le signe d'une construction qui ne convient pas. Quant à Thibaut, il semble dans un effet de contrat, le professeur a dit de faire, il propose donc de la faire (min. 53:41, T : « *Ben si, déplace la droite perpendiculaire* »).

Les questions de PR ressemblent à celle de P dans le moment collectif (min. 45:45, tdp 178, P : « *Qu'est-ce que j'ai oublié de faire pour ce point D ?* » et min. 54:21, PR : « *Alors qu'est-ce qu'il faut* »).

*pour ton point D ? »*). C'est Thibaut qui répond aux deux questions. En effet, il répond au professeur dans le moment collectif (min. 46:07, tdp 180, T : « *Tu l'as pas accroché sur la droite (AB)* »), puis il répond à PR (min. 54:25, T : « *il faut qu'il soit sur la droite (AB)* »). Pourtant ces réponses, qui sont celles que le professeur attend, ne sont d'aucun secours pour ces deux élèves, sans l'intervention de PR.

Nous pouvons interpréter les difficultés de ce binôme par rapport à une question de chronologie de tracé du segment. En effet, en classe, les segments étant tracés le déplacement d'un point met en évidence visuellement que le point D n'est pas sur la droite. Mais le professeur ne construit pas le point D, de manière correcte devant les élèves.

Après l'aide du professeur, Amel a choisi le bouton « *point sur* » pour placer le point I sur la droite (AB) dès lors que le professeur a utilisé l'expression « *le point I est sur la droite (AB)* ». La connaissance instrumentale du bouton « *point sur* » semble donc disponible.

Mais, tracer le segment représentant le câble, ils n'y parviennent pas. Ce ne peut pas être un défaut d'attention, les expressions qu'ils utilisent reprennent les propos du professeur. Les propos de PR ont un effet immédiat : il leur suffit de 36 secondes pour le faire. Cela signifie donc que, dans le discours de PR, les élèves ont sélectionné une information pertinente, qui n'était pas évidente jusque-là, à savoir placer le point D sur la droite (AB) avant de tracer le segment [CD]. Ainsi, la question de PR qui se voulait identique à celle du professeur possède une valence perlocutoire, puisqu'elle induit la chronologie du tracé.

Pour conclure, nous notons que les connaissances mathématiques visées semblent atteintes par ces élèves, mais un défaut dans les connaissances instrumentales ne leur permet pas d'arriver à la figure attendue, de manière autonome, malgré les différents moments consacrés à l'utilisation du logiciel. Les élèves savent maintenant que le travail dans l'environnement tracenpoche est terminé. Le retour sur leur reproduction n'est pas facile à obtenir. Malgré les sollicitations du professeur, les réponses sont vagues (« *oui, non, les points* »). Pourtant, nous pensons que des groupes ont rencontré des difficultés. Par exemple, les deux élèves Amel et Thibaut n'ont pas pu tracer seuls les droites perpendiculaires. Cette difficulté rencontrée par les élèves n'est pas rendue publique, elle n'est alors pas facile à prendre en charge pour le professeur ou pour d'autres élèves qui auraient rencontré la même difficulté. Bien qu'ils aient eu cette difficulté, ils n'en parlent pas.

## **5.4 - Conclusion par rapport à cette classe**

### **5.4.1 - Rappel de la chronologie**

Dans la classe de M, le professeur a choisi de faire tracer la figure dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche. Il fait faire deux constructions, l'une avec un point C à l'extérieur de la droite (AB), l'autre avec un point I de la droite (AB). Il demande aux élèves de repérer les éléments géométriques d'une figure au tableau (JA1\_S1\_M). Il présente le déplacement (JA2\_S1\_M). Nous nous sommes intéressés plus particulièrement à la construction d'un binôme (JA3\_S1\_M\_A\_T). Après un temps de recherche par les élèves, il propose sa propre construction à des fins d'analyse. Un segment ne résiste pas au déplacement et les droites restent perpendiculaires. Il invite alors les élèves à analyser leur propre construction. Enfin, il demande aux élèves d'explicitier les difficultés qu'ils ont rencontrées.

### **5.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### 5.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche

La notion de perpendicularité apparaît au premier abord accessible pour les élèves. Cependant, nous pouvons noter que le professeur ne rappelle pas les conditions d'utilisation du bouton « perpendiculaire ». Enfin, une difficulté rencontrée par les élèves du binôme vient d'une connaissance instrumentale qui n'est pas explicite. Que ce soit pour tracer la perpendiculaire à (AB) passant par le point I de (AB) ou pour tracer le segment dont une extrémité est le point D de (AB), il est indispensable de placer le point d'abord et de tracer la perpendiculaire ou le segment ensuite. L'analyse fine que nous avons menée auprès de deux élèves met en évidence des relations géométriques non exprimées dans l'environnement papier-crayon. Ainsi par exemple, le fait de définir le point I sur la droite (AB) n'apparaît pas clairement chez les élèves. S'ils y parviennent avec l'aide du professeur, ils ne réussissent pas à réinvestir cette même démarche pour les différents segments. Autrement dit, l'alignement des points mis en évidence par la contrainte instrumentale nécessitant un choix quant à la nature du point semble une connaissance mathématique difficile à faire partager par les élèves.

Dans l'environnement papier-crayon comme dans l'environnement tracenpoche, le professeur présente d'abord un « dessin ». Dans l'environnement papier-crayon, il fait évoquer les relations géométriques, la perpendicularité, puis il fait laisser une trace des échanges par le codage de l'angle droit. Dans l'environnement tracenpoche, il fait pointer cette même relation en donnant à voir le codage de l'angle droit par le logiciel. Pourtant, si le dessin de l'environnement papier-crayon devient une « figure » dans le sens où les propriétés géométriques ont été précisées, celui de l'environnement tracenpoche reste un « dessin » puisqu'il ne conserve pas toutes ses propriétés au cours du déplacement d'un objet déplaçable.

En présentant sa propre construction dans l'environnement tracenpoche, le professeur donne à voir les effets du déplacement. C'est ce qui lui permet de montrer les relations géométriques.

### 5.4.4 - Initiatives du professeur

Le professeur a choisi la chronologie proposée par le chercheur-praticien. Dans la prise en compte des connaissances instrumentales, il choisit de montrer sa propre construction pour donner à voir les effets du déplacement.

Le professeur a reproduit la perpendiculaire à (AB) passant par C en utilisant une technique perceptivo-théorique notée  $\tau_{3,1,tep,1}$  dans notre analyse *a priori*. Ce qu'il donne à voir aux élèves, c'est le résultat de cette technique à l'écran. C'est ainsi qu'il pointe le codage de l'angle droit, contrairement à ce que nous avons envisagé. Concernant le tracé du segment [CE] - un câble -, le professeur a utilisé une technique perceptive, notée  $\tau_{3,2,tep,2}$  dans notre analyse *a priori*. Ce qu'il montre aux élèves, ce n'est pas la manière de faire, mais le résultat à l'écran et les effets du déplacement. Nous avons noté que les élèves ont souvent obtenu ce résultat.

Par ailleurs, le professeur propose de tracer la perpendiculaire à (AB) passant par un point C extérieur à la droite (AB) et par un point I sur la droite (AB). Or si les actions dans l'environnement tracenpoche semblent identiques, leurs effets sont différents : dans les deux cas, le logiciel peut créer un point (nommé C ou I), qui est libre. Dans ces conditions, le point I ne reste pas sur la droite (AB) et donc la construction n'est pas validée au cours du déplacement.

Nous allons nous intéresser à différents moments dans la classe de PB.

## 6 - Dans la classe de PB

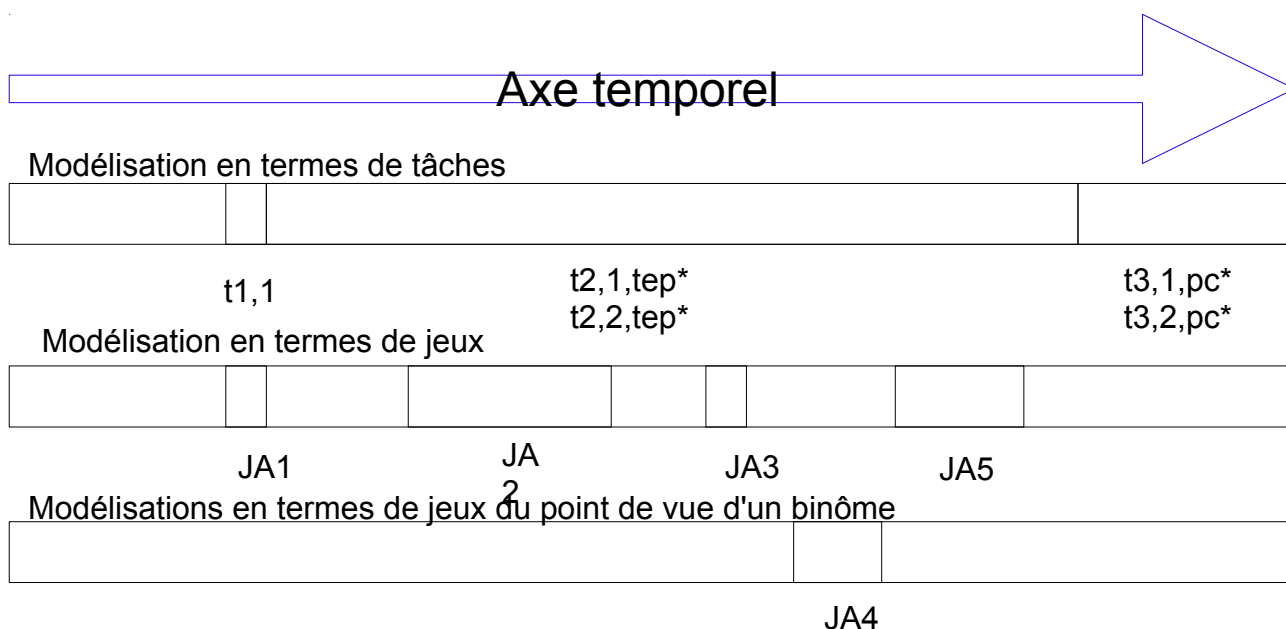
### 6.1 - Une mise en intrigue

Comme précédemment, nous voulons établir un lien chronologique entre la modélisation en terme de tâches, issues de notre analyse *a priori*, et en terme de jeux d'apprentissage, pour une analyse de l'action *in situ*. Nous allons présenter cinq moments que nous modélisons sous forme de jeux

d'apprentissage.

Dans la deuxième séance, les élèves ont à modéliser un pont à haubans, qu'ils ont observé au cours d'une séance précédente, tâche que nous avons notée t1,1 dans notre analyse *a priori*. Ici, Un élève Kacy est au tableau. Nous modélisons ce moment sous forme d'un jeu d'apprentissage noté JA1\_S1\_PB, dont l'enjeu est d'élaborer collectivement un schéma dans le but de faire construire cette figure dans l'environnement tracenpoche. Puis les élèves ont à construire effectivement cette figure, tâches que nous avons notées t2,1,tep\* et t2,1,tep\*, ces tâches n'étant pas prévues initialement. Le professeur organise ces tâches en quatre temps. Dans un premier temps, il laisse les élèves faire un « beau dessin ». Dans un deuxième temps, comme le « beau dessin » ne résiste pas au déplacement, il montre une construction d'un élève fictif (la sienne). Nous modélisons ce moment sous la forme d'un jeu d'apprentissage noté JA2\_S1\_PB, dont l'enjeu est de faire voir qu'une construction qui ne résiste pas au déplacement dans l'environnement tracenpoche peut être modifiée pour conserver ses propriétés au cours du déplacement. Puis il donne à étudier la relation de perpendicularité, ce que nous modélisons sous la forme d'un nouveau jeu d'apprentissage, noté JA3\_S1\_PB, dont l'enjeu est de faire voir collectivement que la relation de perpendicularité ne résiste pas au déplacement. Ces enjeux étant partagés, dans un troisième temps, le professeur invite les élèves à recommencer leur figure. Nous modélisons le moment de la construction de deux élèves E1 et E2, par un nouveau jeu d'apprentissage, noté JA4\_S1\_PB\_E1\_E2 dont l'enjeu est de faire construire une figure dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves E1 et E2. Enfin, dans un quatrième temps, le professeur modifie l'organisation de la classe : Quentin fait la construction sur l'ordinateur dont l'écran s'affiche au tableau, il dicte en même temps aux élèves ce qu'ils ont à faire. Nous modélisons ce moment sous forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA5\_S1\_PB, dont l'enjeu est de faire construire collectivement la même figure dans l'environnement tracenpoche sous la dictée d'un élève.

## 6.2 - Représentation synoptique<sup>27</sup>



avec JA1\_S1\_PB ( 3 min)

enjeu : faire établir collectivement un schéma dans le but de faire construire une figure ensuite dans l'environnement tracenpoche

<sup>27</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 90 min.).

JA2\_S1\_PB (14 min) :

enjeu : faire voir qu'une construction qui ne résiste pas au déplacement dans l'environnement tracenpoche peut être modifiée pour conserver ses propriétés au cours du déplacement.

JA3\_S1\_PB (3 min.) :

enjeu : faire voir collectivement que la relation de perpendicularité ne résiste pas au déplacement.

JA4\_S1\_PB\_E1\_E2 (6 min.) :

enjeu : faire construire une figure dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves E1 et E2

JA5\_S1\_PB (9 min.) :

enjeu : faire construire collectivement la même figure dans l'environnement tracenpoche sous la dictée d'un élève

## 6.3 - Jeux d'apprentissage

### 6.3.1 - JA1\_S1\_PB (3 min)

L'enjeu est de faire établir collectivement un schéma dans le but de faire construire une figure ensuite dans l'environnement tracenpoche. Nous découpons en trois étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude que le dialogue entre le professeur et un élève est une manière de présenter le travail qu'ils auront ensuite à faire.

Des éléments du milieu : un élève est interrogé et répond aux sollicitations du professeur.

Présentation du moment : lors de la première séance, le professeur a présenté un pont à haubans et les effets d'une tempête. Il souhaite maintenant reprendre ce qui a été dit.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de classe.

## Description

### étape 1 : faire un schéma

Un élève, Kacy, est au tableau. Le professeur lui demande d'expliquer ce qu'est un pont à haubans et de l'illustrer par un schéma (cf illustration 22). L'élève trace successivement un trait horizontal, un trait vertical puis des traits obliques (cf illustration 23).



Illustration 22

P : Alors K. va nous rappeler brièvement ce que c'est un pont à haubans, en nous faisant un schéma, au tableau. Allez, essaie de nous faire un schéma. Et ensuite tu nous expliqueras comment ça fonctionne.

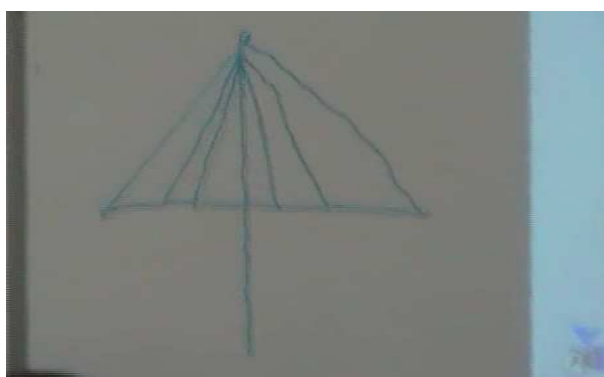


Illustration 23

P : Explique-moi ce que tu as représenté.  
K : Le pont à haubans.  
P : Une partie d'un pont à haubans. Il est constitué de quoi ?

### étape 2 : expliciter les éléments géométriques

Le professeur cherche à obtenir une analyse en terme géométriques (min. 0:55, tdp 6, P : « Alors, le

*tablier, tu l'as schématisé par quoi ? »). Kacy répond sans hésiter qu'il va considérer une droite (tdp 7, K : « Une droite »). Puis à la demande du professeur (min. 1:14, tdp 10, P : « Le pilier ? »), Kacy explique que le pilier est perpendiculaire à la droite (min. 1:18, tdp 12, K : « Le pilier est perpendiculaire à la droite »). Le professeur modifie alors sa demande pour avoir des informations spatiales (min. 1:51, tdp 17, P : « Non, il est oblique, horizontal, vertical? Le tablier ? »). Enfin, il attire l'attention des élèves sur les câbles, qu'il modélise soit sous forme de droites soit sous forme de segments. Kacy n'hésite pas, ce sont des segments (tdp 22, K : « Des segments »).*

#### étape 3 : les droites perpendiculaires

Puis le professeur revient sur la perpendicularité précédemment évoquée par Kacy (P : « Alors tu m'as parlé de perpendiculaire. Est-ce que tu pourrais m'expliquer où sont les perpendiculaires ? Et pourquoi tu parles de perpendiculaires ? »). Puis il justifie la présence des perpendiculaires en lien avec la construction du pont et de sa résistance aux tempêtes (min. 3:50, tdp 36, P : « Quand il y a trop de secousses, que ce soit lié à un tremblement ou à une tempête, par exemple, le tablier bouge, les câbles bougent, mais le pont peut s'effondrer. Donc il faut bien que ce soit solide »). Et tout en disant cela, il montre le dessin à main levée.

### **Analyse**

L'évocation de la séance précédente prend appui sur le dessin à main levée produit par l'élève. Le contrat en géométrie est de privilégier le vocabulaire et les relations géométriques, tels que segment, droite, perpendiculaire. L'élève K répond de ce point de vue (K : « Le tablier, c'est une droite » puis « Le tablier, il est perpendiculaire à ... »). Par contre, le professeur semble hésiter entre le monde géométrique – il demande à l'élève comment il a schématisé le tablier, et le monde représenté – le tablier est horizontal. Le dessin à main levée est une interface entre la photographie, observée lors d'une séance précédente et la construction que les élèves vont devoir faire dans l'environnement tracenpoche. Les relations géométriques sont évoquées mais le dessin n'est pas codé. Les extrémités des segments ne sont pas nommées, la relation de perpendicularité n'est pas indiquée par le symbole habituel. De même, le déplacement dans l'environnement tracenpoche est évoqué à travers le déplacement du pont face aux tempêtes. La conservation des propriétés géométriques est imagée à travers la solidité du pont. Autrement dit, la distance entre le dessin à main levée et ce qui est attendu dans l'environnement tracenpoche semble grande.

#### **6.3.2 - JA2\_S1\_PB (14 min)**

L'enjeu est de faire voir qu'une construction qui ne résiste pas au déplacement dans l'environnement tracenpoche peut être modifiée pour conserver ses propriétés au cours du déplacement. Nous découpons en cinq étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont déjà travaillé dans l'environnement tracenpoche. Ils savent donc qu'il permet de construire des figures. Ils ont déjà rencontré le déplacement pour valider une construction.

Des éléments du milieu : les élèves ont construit un pont. Ils doivent savoir si la construction convient.

Présentation de ce moment : les élèves sont en train de construire un pont à haubans dans l'environnement tracenpoche.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de classe.

### **Description**

#### étape 1 : le professeur passe auprès des élèves

Le professeur observe les constructions des élèves. Il félicite le travail des élèves (min. 13:10, tdp 81, P : « Je passe regarder. Vous m'écoutez s'il vous plaît. Alors, si je regarde tous vos écrans, je



*m'aperçois que vous avez bien réussi à tracer une portion de pont à haubans. Il y en a même certains qui sont même très jolis, c'est assez esthétique »*). Il précise tout de suite les conditions de la construction (min. 13:29, tdp 81, P : « *Maintenant, je vous rappelle que le pont à haubans, ça doit être résistant* »). Il précise les raisons de son passage auprès d'eux (min. 13:40, tdp 84, P : « *Je vais passer auprès de chaque écran et je vais vérifier si votre pont à haubans est solide* »). Un élève est surpris de cette attente (tdp 85, E : « *Alors comment il va faire ?* »). Le professeur explique ce qu'il va faire, il place la souris à une extrémité du pont et le déplacement de la souris représente alors le coup de vent (min. 14:03, tdp 88, P : « *Voilà. Un coup de vent, qu'est-ce qui s'est passé ?* »). Les conséquences du déplacement sont sans appel (tdp 92, E2 : « *Il est cassé* »).

#### étape 2 : donner à voir ce qui ne va pas

Après avoir déplacé sur une des constructions, le professeur demande aux élèves de déplacer une extrémité sur leur propre construction (min. 14:28, tdp 93, P : « *Alors, faites comme moi, vous prenez l'extrémité du tablier, le point A par exemple* »). Tous les élèves s'agitent et veulent expliquer ce qui se passe. Si Enzo est peu précis (min.15:31, tdp 111, E : « *Je vois que tout se décroche* »), le professeur apporte une précision (tdp 112, P : « *Les câbles ne tiennent plus ton tablier ?* »). Un autre élève complète (tdp 113, E2 : « *Il n'y en a que deux qui tiennent* »). Finalement, Shadé évoque un application qui permet d'assurer le déplacement (min. 17:41, tdp 124, s : « *Moi aussi, je n'en ai que deux qui sont accrochés. Mais y avait des applications qui disaient que l'on pouvait, on pouvait cliquer sur une droite, sur un segment et puis ça restait, même quand on bougeait, ben ça restait sur* »). Le professeur résume alors la situation (min. 17:47, tdp 125 et 127, P : « *On pouvait accrocher quelque chose sur un objet* »). Maëlle confirme en expliquant que c'est ainsi qu'elle a fait la construction (min.18:01, tdp 132, Ma : « *Ce qu'on a fait, c'est que nous on a pris un point pour le placer sur un objet* »).

#### étape 3 : construire sous la dictée d'un élève

Puis le professeur demande alors aux élèves de construire un point sur un objet, indépendamment de la construction précédente (min. 19:19, tdp 149, P : « *On va construire un nouveau câble* »). Sous la dictée de Maëlle, les élèves construisent un point sur le tablier. Le professeur reprend les propos de Maëlle (min. 20:37, tdp 157, P : « *Alors elle a dit de positionner sur le tablier* ») et les complète ( tdp 157, P : « *Qu'est-ce qui se passe avec le tablier ? Il devient de quelle couleur ?* »). Enfin, Maëlle explique comment tracer le segment.

#### étape 4 : vérification par le déplacement

Le segment étant tracé par l'ensemble des élèves, le professeur demande comment vérifier la construction (min. 21:33, tdp 164, P : « *Comment on peut vérifier si on a juste ou pas maintenant ?* »). Quentin l'explique par le déplacement (min. 21:34, tdp 165, Q : « *On bouge le tablier* »).

#### étape 5: vérification de la perpendicularité par le déplacement

Les données filmiques ne sont pas de bonne qualité, tant par le son que par les images. Nous savons que le professeur attire l'attention des élèves sur l'angle droit (min. 27:0, tdp 192, P : « *Est-ce que l'angle droit apparaît toujours ?* »).

### **Analyse**

Le professeur reprend les termes du contrat de dessin concernant la construction (P : « *Vous avez bien réussi à tracer une portion de pont à haubans* ») et concernant la solidité de la construction (P : « *Je vais vérifier si votre pont à haubans est solide* »). Nous entendons un élève qui n'a pas compris la règle définitoire du déplacement pour vérifier que la construction n'est pas un dessin (E : « *Comment il va faire ?* »). Autrement dit, le professeur a fait le choix ici de laisser les élèves construire un dessin sans contrainte formalisée. Il pense que les rétroactions de l'environnement tracenpoche doivent conduire l'élève à se rendre compte que le dessin qu'il pensait juste n'est pas ce qui est attendu. Le professeur organise la séance de sorte que la règle définitoire du déplacement ne soit pas donnée *a priori*, elle est mise en scène après la construction des élèves.

Ainsi, le professeur utilise les rétroactions de l'environnement tracenpoche pour mettre en évidence deux aspects. D'une part, la construction est fautive puisqu'elle ne résiste pas au déplacement. D'autre part, le professeur fait étudier les effets du déplacement. Il met en opposition deux types de segment, ceux qui résistent au déplacement, et ceux qui ne résistent pas. Il cherche à obtenir des raisons pour lesquelles la construction est fautive. Ainsi, le professeur met le focus sur les segments et l'élève S. réagit immédiatement. Les traits pertinents de l'action (les segments) sont pointés par le professeur (P : « Certains câbles restent accrochés lorsqu'on déplace le tablier, et d'autres câbles ne sont pas ne restent pas accrochés »), un élève fait allusion à des connaissances instrumentales (S : « on pouvait cliquer sur une droite, sur un segment et puis ça restait »). Cet ensemble sert à éclairer toute la classe sur ce qu'il faut faire. Pour s'en assurer, le professeur demande à chaque binôme de construire un segment et demande à déplacer un point. Il montre ainsi aux élèves une règle stratégique gagnante dans l'environnement tracenpoche : il faut produire la construction demandée, il faut déplacer pour valider, si la construction ne résiste pas au déplacement, il est nécessaire d'interpréter les effets du déplacement, puis finalement, en tenant compte de ce que l'on vient de découvrir, il faut re-construire.

### 6.3.3 - JA3\_S1\_PB (3 min)

L'enjeu est de faire voir collectivement que la relation de perpendicularité ne résiste pas au déplacement. Nous découpons en quatre étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

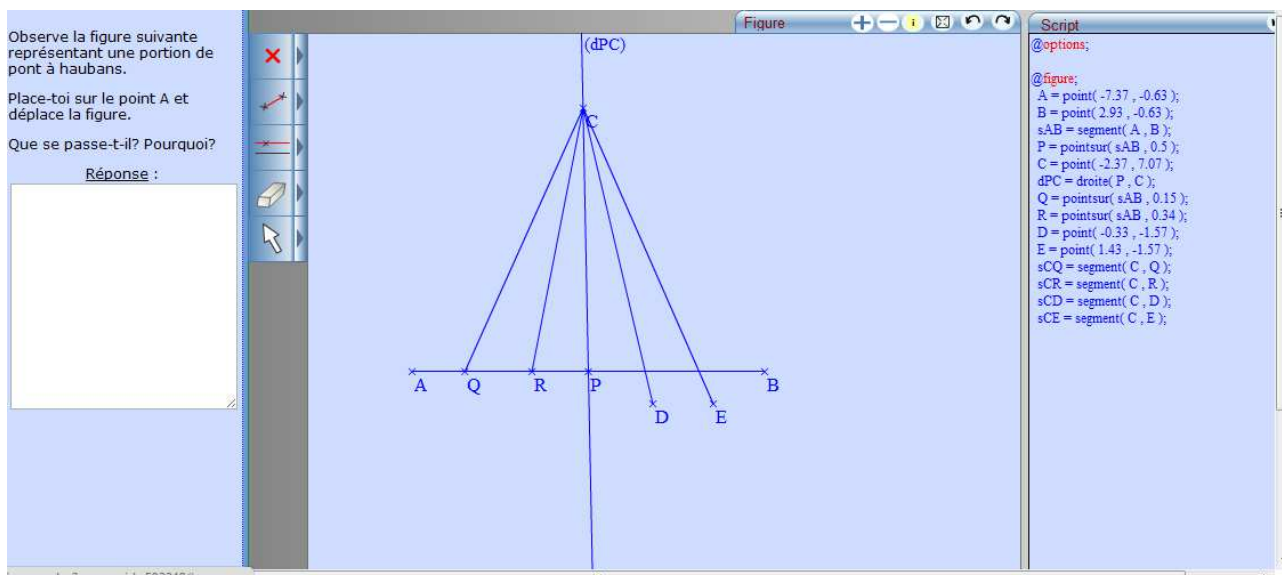
Des éléments du contrat : les élèves ont déjà travaillé dans l'environnement tracenpoche. Ils savent que leur construction n'a pas résisté au déplacement.

Des éléments du milieu : le professeur présente une construction d'un élève. Les élèves doivent l'analyser, spécifiquement au niveau de la perpendicularité.

Présentation du moment : le professeur a choisi de montrer la construction d'un élève fictif. Il s'agit d'une construction qu'il a réalisée et enregistrée au préalable.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de classe.

Le professeur explique la démarche de l'élève, tout en déplaçant la droite (AB) et rapporte les propos de l'élève (min. 32:57, tdp 205, P : « Il (l'enfant fictif) me dit que la figure est mal construite parce qu'on ne voyait pas de perpendicularité »).



Les élèves parlent des segments, en utilisant ce qu'ils viennent de voir sur leur construction. Le professeur recentre ensuite l'attention des élèves sur les droites perpendiculaires.

## Description

### étape 1 : voir ou non les perpendiculaires

Le professeur revient sur la question initiale (min. 34:24, tdp 218, P : « Il (l'enfant fictif) me dit qu'il n'y a pas de perpendiculaire, qu'est-ce que vous en pensez vous ? »). les réponses sont divergentes (tdp 210, E : « Ben c'est vrai », tdp 223, E : « Moi, j'en vois »). Dalina explique qu'il n'y pas de perpendiculaire car elle ne voit pas l'angle droit (min. 34:51, tdp 225, D : « Et ben c'est vrai parce qu'il n'y a pas l'angle droit »). Le professeur reformule son propos en montrant sur l'écran (min. 34:54, tdp 226, P : « Elle me dit, c'est vrai parce qu'il n'y a pas d'angle droit. Mais moi, je te dis, si je te dis, que CP, il est perpendiculaire au tablier. Est-ce que j'ai raison ou pas ? ») (cf illustration 24).

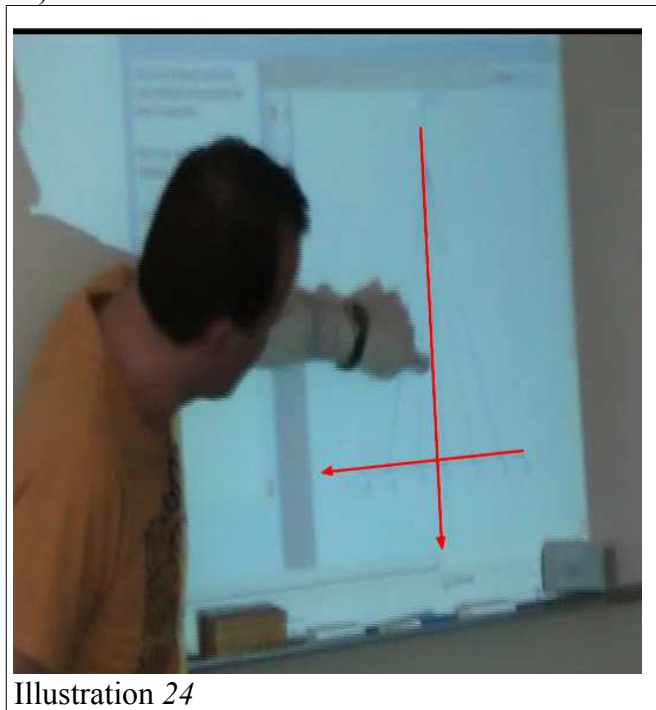


Illustration 24

### étape 2 : voir ou non les perpendiculaires

Le professeur décide d'aller chercher l'équerre (min. 35:14, tdp 226, P : « Attendez, je vais chercher

*l'équerre* »). Il pose alors l'équerre (cf illustration 25). Puis il repose la question (tdp 227, P : « *Est-ce que c'est perpendiculaire ?* »).



Illustration 25

#### étape 3 : le déplacement pour valider

Un élève évoque alors le déplacement (min. 35:35, tdp 230, E : « *Sauf que si on déplace une droite, et ben après, les deux droites, elles ne sont plus perpendiculaires* »). Le professeur envoie donc l'élève déplacer un objet du plan sur l'ordinateur, pendant qu'il maintient l'équerre au même endroit au cours du déplacement (cf illustration 26). Il conclut que les droites restent perpendiculaires (min. 35:59, tdp 232, P : « *Donc a priori oui, ça reste perpendiculaire dans ce sens-là.* »). L'élève déplace un autre objet géométrique et le professeur maintient toujours l'équerre (cf illustration 27). Le professeur rappelle la question initiale (min. 36, P : « *Est-ce que c'est un angle droit ?* »). Les élèves répondent par la négative.

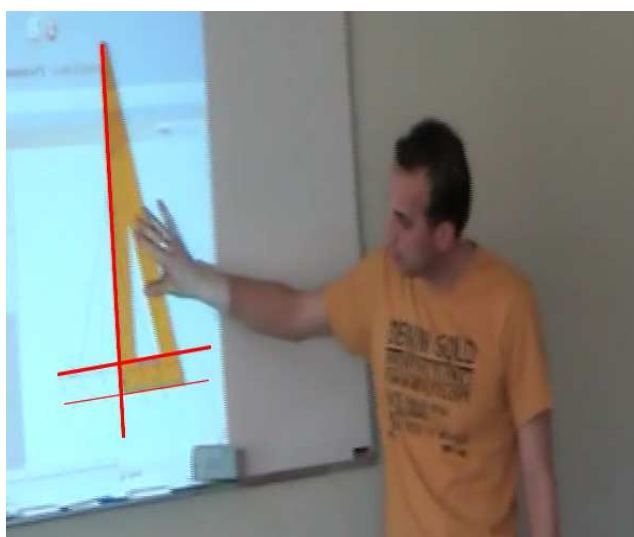


Illustration 26

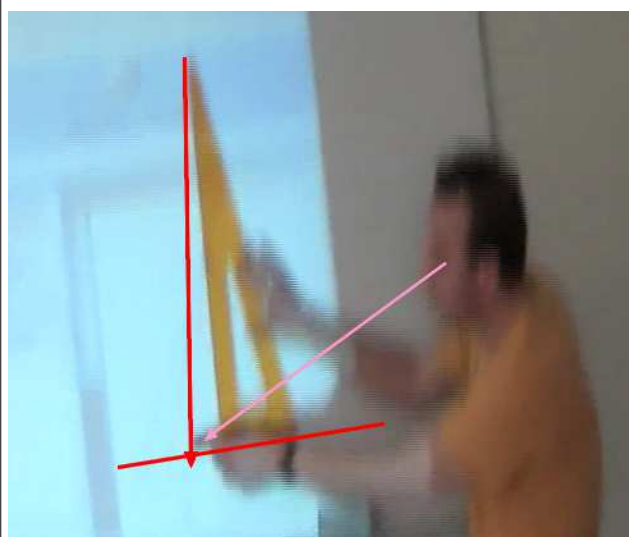


Illustration 27

#### étape 4 : l'angle n'est plus droit

Le professeur attire l'attention des élèves sur l'angle (cf illustration 27) (min. 36:10, tdp 237, P : « *Regardez cet angle-là* »). Il repasse avec le feutre les côtés de l'angle après avoir posé l'équerre (cf illustration 28). Puis il revient sur la production de l'élève fictif (min. 36:39, tdp 244, P : « *Le*

garçon, il m'a dit en répondant dans l'exercice, il a dit , c'est faux, parce qu'il n'y a pas de perpendiculaire. Est-ce qu'il avait tort de dire cela ? »). Une élève Sophie commence à répondre et le professeur conclut que les droites semblaient perpendiculaires, mais que ce n'était pas le cas (cf illustration 29) (min. 37:11, tdp 247, P : « Il a vu qu'il n'y avait pas de vraie perpendiculaire. Elle ressemblait à une perpendiculaire, mais cela, c'en n'était pas une »).



Illustration 28



Illustration 29

## Analyse

L'attention des élèves se porte d'abord sur les différents segments. C'est précisément la notion de segments « non accrochés » qui a été première. Dans l'analyse de la production de l'élève, il n'est donc pas surprenant que ce soit le premier aspect repéré par les élèves. Mais ici, le professeur cherche à focaliser l'attention des élèves sur les angles droits, cette question est nouvelle et n'a pas encore été évoquée. Il invente un argument de l'élève fictif (tdp 218, P : « Il me dit qu'il n'y a pas de perpendiculaire »). Il inverse alors les rôles. Un élève fictif propose une construction aux élèves, qui doivent alors prendre la position du professeur (tdp 218, P : « Qu'est-ce que vous en pensez ? »). Cette inversion de position topogénétique permet aux élèves d'exprimer leurs désaccords. La question essentielle ici est de savoir si les deux droites sont perpendiculaires. Mais cette question est ambiguë. Elle peut être comprise de différentes manières du point de vue de l'élève. Une première manière est de savoir reconnaître perceptivement deux droites perpendiculaires. Lorsque l'élève E1 explique qu'il voit un angle droit, il est probablement dans cette perspective. Lorsque l'élève E2 signale qu'il n'a pas vu le codage de l'angle droit et qu'il conclut qu'il n'y a pas d'angle droit, il semble plutôt du côté de la reconnaissance des propriétés codées telles qu'elles peuvent l'être sur une figure en géométrie. Le professeur, quant à lui, repose trois fois la question (P : « Il me dit qu'il n'y a pas de perpendiculaire », P : « Il me dit qu'il ne voit pas de perpendiculaire », P : « Et moi, si je dis que CP il est perpendiculaire au tablier »). Il insiste en montrant les droites. La seule réponse à cette question passe par le recours à l'équerre pour attester de l'angle droit. C'est le contrat de la géométrie instrumentée dans l'environnement papier-crayon que le professeur applique à la construction vidéoprojetée. Puis il repose la question « Est-ce que c'est perpendiculaire ? », les bords de l'équerre étant placés sur chaque côté de l'angle. L'équerre représente ainsi un objet, synonyme de l'angle droit qui va servir de transition entre l'environnement papier-crayon (la construction vidéoprojetée) et l'environnement tracenpoche (la construction faite avec le logiciel tracenpoche). Les élèves sont alors convaincus de la présence de l'angle droit en raison de l'utilisation de l'équerre, comme ils le seraient dans l'environnement papier-crayon.

Alors que le professeur utilise l'équerre pour vérifier l'angle droit sur la construction vidéoprojetée, la question du déplacement vient d'un élève. Il se place ainsi dans le contrat de la géométrie dynamique et applique la règle définitoire du déplacement. Le professeur s'appuie sur ce changement et propose à l'élève la mise en application de ses dires. L'élève-sherpa<sup>28</sup> est en position topogénétique haute : c'est lui qui a rappelé qu'il faut déplacer dans le nouvel environnement et c'est lui qui déplace un premier objet géométrique de son choix. Dans un premier temps, le rôle du professeur est de tenir l'équerre. Dans un second temps, son rôle est d'interpréter le résultat du déplacement. La première fois, il conclut « *Ça reste perpendiculaire dans ce sens-là* ». Cette phrase n'a pas de sens dans l'environnement papier-crayon, soit les droites sont perpendiculaires, soit elles ne le sont pas. Elle n'a pas de sens non plus dans l'environnement tracenpoche, soit les droites sont perpendiculaires parce que cette propriété est conservée au cours du déplacement des points déplaçables, soit les droites ne sont pas perpendiculaires parce que la propriété ne résiste pas au déplacement. Ce ne peut pas être « *perpendiculaire dans ce sens-là* ». Cette phrase semble cependant suffisante puisque l'élève-sherpa déplace un second objet géométrique sans autre intervention du professeur. Là encore, dans un premier temps le rôle du professeur est de maintenir l'équerre. Dans un second temps, il demande aux élèves d'interpréter le résultat du déplacement « *Ah, qu'est-ce qui se passe ?* » puis « *CB, il est comment ?* ». Le professeur attire ainsi l'attention des élèves sur les effets du déplacement, ce qu'il n'avait pas fait auparavant. Il montre avec l'index l'angle tout en insistant « *Regardez cet angle* ». Nous voyons que dans ces échanges, le comportement du professeur donne à voir à l'élève l'interprétation du déplacement dans l'environnement tracenpoche, les comportements des élèves donnent à voir au professeur la distance qu'il leur reste à parcourir pour interpréter les effets du déplacement.

Le professeur appuie ses questions sur la construction de l'élève fictif. Il insiste sur la différence entre « sembler perpendiculaires » et « être perpendiculaires ». Dans l'environnement papier-crayon, deux droites sont ou ne sont pas perpendiculaires. Dans l'environnement tracenpoche, le professeur propose implicitement une nouvelle notion « vraies perpendiculaires » que l'on pourrait définir de la manière suivante : deux droites ne sont pas de vraies perpendiculaires quand perceptivement, elles sont parfois perpendiculaires et parfois elles ne le sont pas. Il définit ainsi une nouvelle manière de repérer des droites perpendiculaires, qui est évidemment lié à l'environnement tracenpoche, à savoir que

- deux droites sont perpendiculaires quand perceptivement elles le sont au cours du déplacement de tous les points déplaçables
- deux droites ne sont pas perpendiculaires quand, perceptivement, elles ne sont pas perpendiculaires au cours du déplacement d'un point déplaçable.

Le professeur montre les droites et explique qu'elles ne sont pas de vraies perpendiculaires. Il pense que cette expression créée dans ce contexte du déplacement des objets géométriques fera signe aux élèves. L'arrière-plan de cette étude est de déclarer au moment de la construction le fait que les deux droites sont perpendiculaires, cependant nous notons que cela reste implicite.

#### **6.3.4 - JA4\_S1\_PB\_E1\_E2 (6 min)**

L'enjeu est de faire construire une figure dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves E1 et E2. Nous découpons en six étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont déjà construit un pont dans l'environnement tracenpoche. La construction n'a pas résisté pas au déplacement.

Des éléments du milieu : les élèves doivent maintenant reconstruire la même figure dans l'environnement tracenpoche de sorte qu'elle conserve ses propriétés au cours du déplacement.

Présentation du moment : deux élèves E1 et E2 évoluent dans le nouvel environnement. Dans un premier temps, ils ont construit un pont à haubans, qui ne résiste pas au déplacement. Dans un

<sup>28</sup> Élève-sherpa (Trouche, 2005).



deuxième temps, le professeur a montré la construction d'un élève. Collectivement, ils ont mis en évidence les erreurs faites dans la construction. Nous analysons ce binôme.

Les time code notés correspondent au temps du film de la classe, bien que l'enregistrement spécifique de ce binôme ait été fait avec le logiciel CamStudio (l'écart de 52 secondes est pris en compte dans les descriptions). Nous avons choisi de faire figurer les tours de parole, indépendamment des tours de parole du film de la classe.

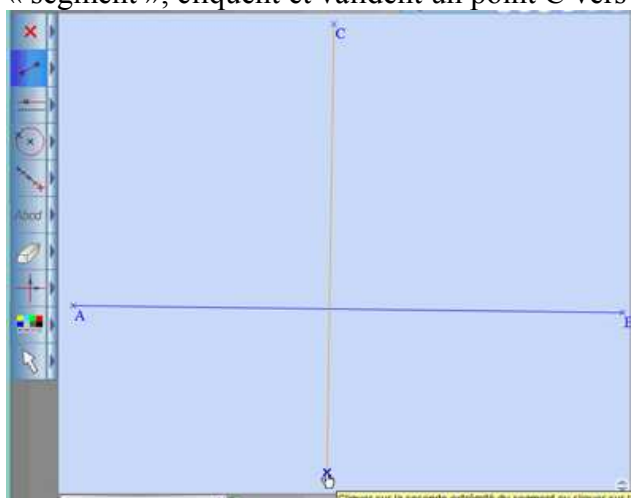
## Description

### étape 1 : la consigne.

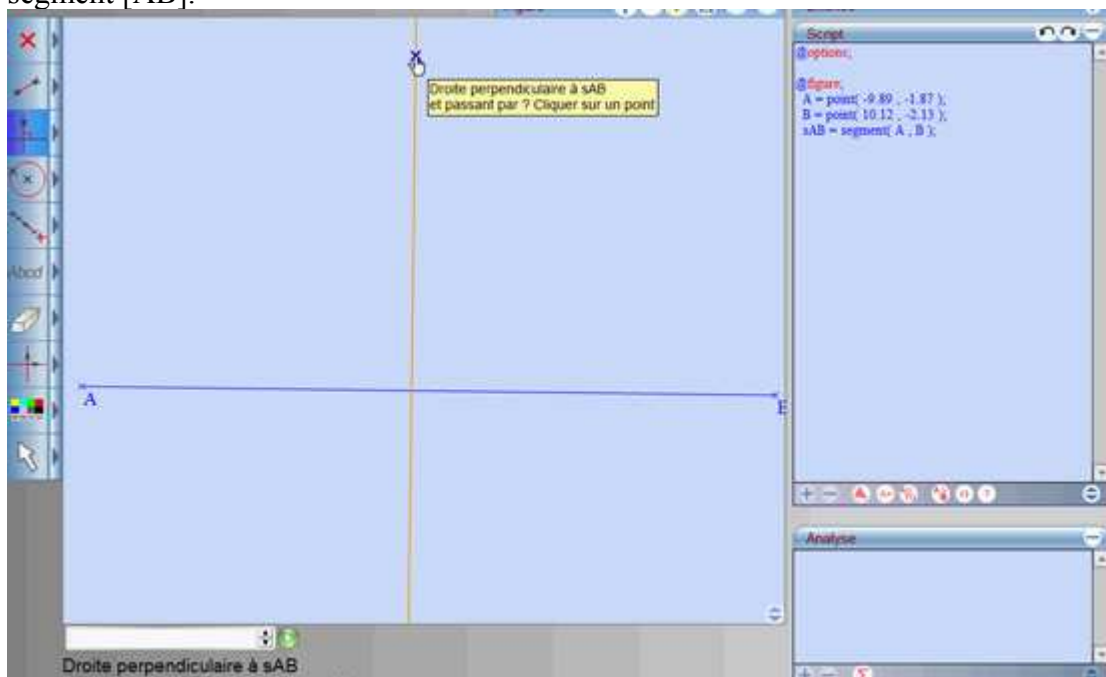
Le professeur explique ce qu'il attend (P : « *Alors, moi, ce que j'aimerais maintenant que vous fassiez, c'est un haubans comme, ça* »). Il précise la contrainte (min. 40:46, P : « *Et que cette fois, il résiste à tout déplacement* »).

### étape 2 : tracer la perpendiculaire à (AB) passant par un point C

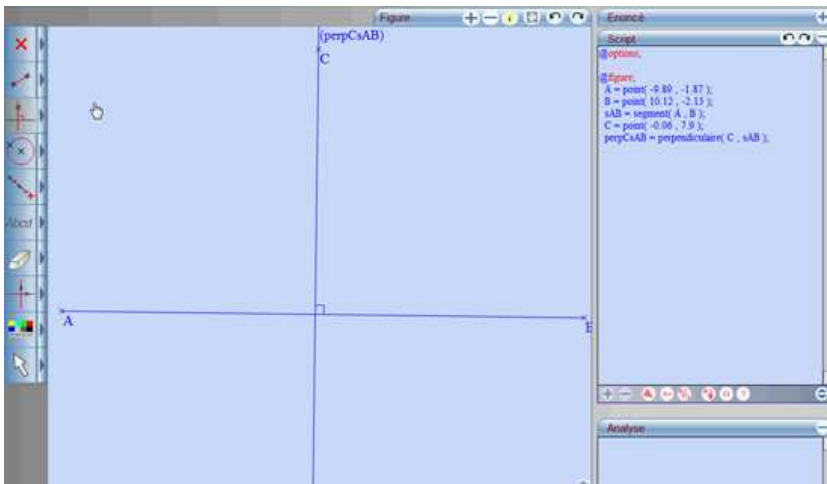
Les deux élèves tracent d'abord un segment [AB] (min. 41:06). Ils sélectionnent alors le bouton « segment », cliquent et valident un point C vers le haut. Ils déplacent la souris vers le bas.



Puis ils effacent rapidement. Ils sélectionnent le bouton « perpendiculaire », sélectionne et valide le segment [AB].

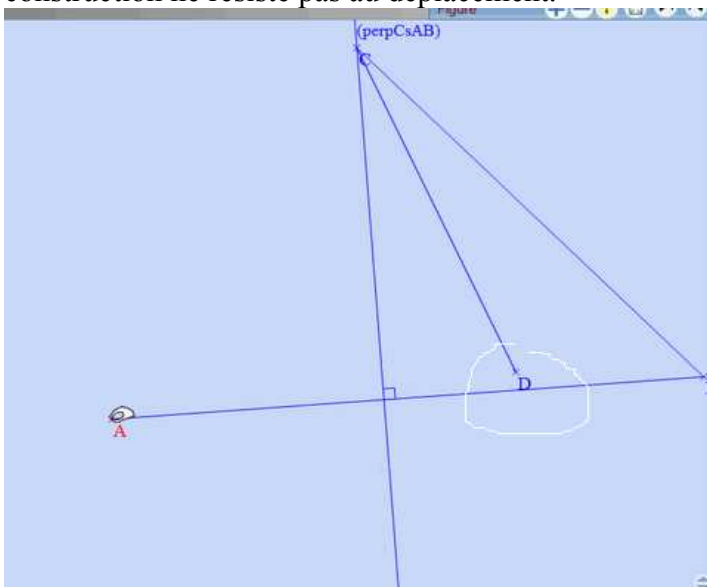


Ils placent le point C vers haut (min. 43:08).



### étape 3 : construire les câbles

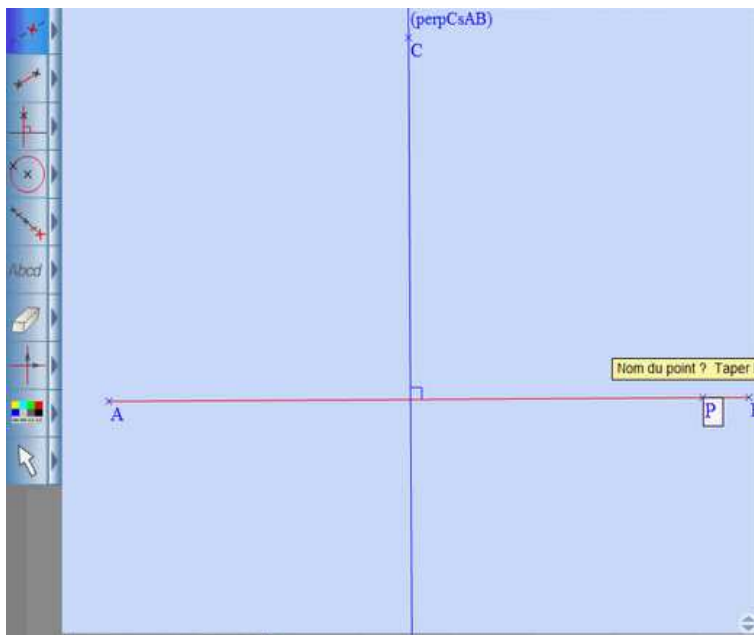
Les élèves veulent maintenant tracer des segments dont une extrémité est C et la deuxième est sur la droite (AB). Dans un premier temps, ils tracent un segment [CD], D étant placé perceptivement sur (AB). Puis ils déplacent le point A (min. 44, 01, E2 : « *Vas-y, essaie de voir si on bouge* »). La construction ne résiste pas au déplacement.



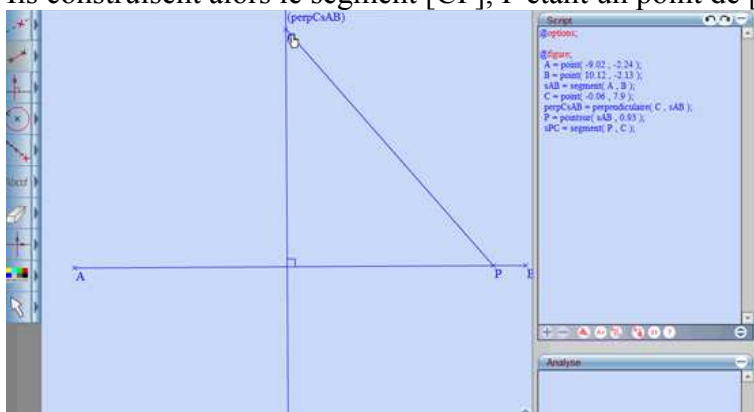
### étape 4 : modifier la construction

Ils prennent appui sur le discours d'un élève (min. 44:53, E1 : « *Il fallait faire comme Maëlle, maintenant* »). Ils sélectionnent alors le bouton « point sur » afin de placer un point P sur le segment [AB].





Ils construisent alors le segment  $[CP]$ ,  $P$  étant un point de  $[AB]$ .

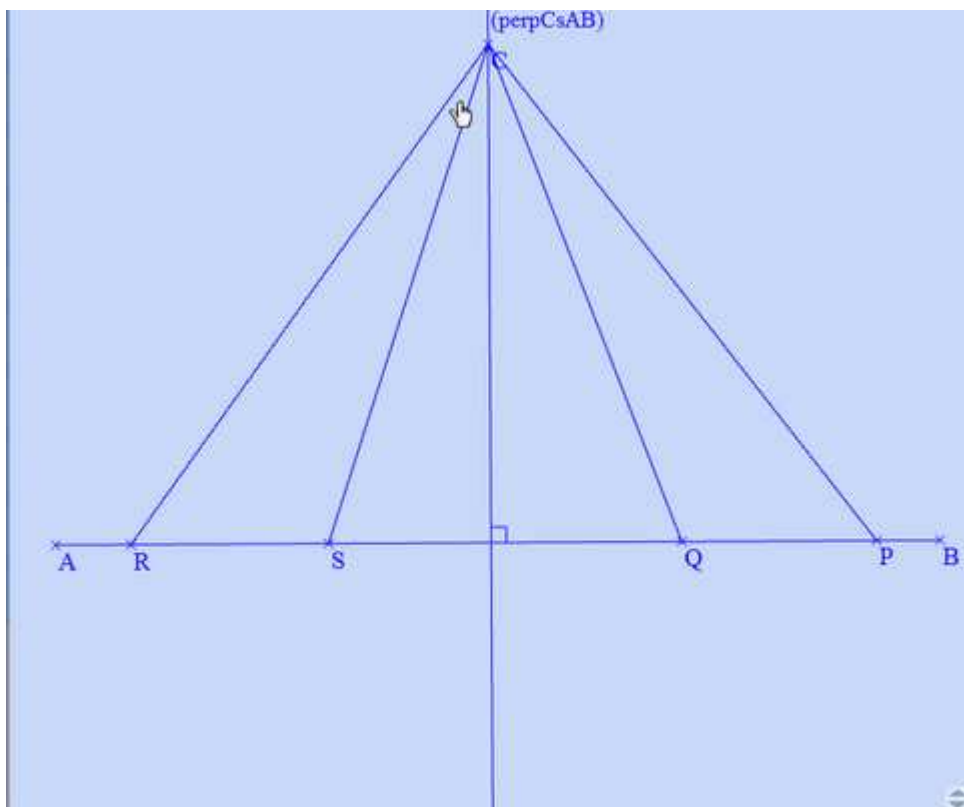


#### étape 5 : valider une étape de la construction

Ils pensent à valider ce premier segment  $[CP]$  (min. 45:19, E2 : « *Maintenant, essaie de bouger* »). Ils déplacent la droite (AB) et concluent que la construction résiste au déplacement (min. 45:23, E1 : « *C'est bon* »).

#### étape 6 : terminer et la construction

Les deux élèves terminent la construction (min. 44:27, E2 : « *Maintenant, refais* »).



Ils valident la construction en déplaçant le segment [AB] (min. 46:40, E2 : « *Maintenant on le déplace* »). Ils concluent (min. 46:56, E2 : « *Tout tient* ») et en informent le professeur (min. 47:02, E1 : « *Maître, tout tient* »).

### Analyse

La première partie de la construction concerne le tracé de la perpendiculaire à [AB] passant par le point C. Au départ, les deux élèves tracent une droite verticale et l'effacent avant même de valider. Ils tracent ensuite la perpendiculaire. Bien que le professeur n'ait pas développé dans cette séance la manière de faire, ils parviennent à construire la droite attendue. Ils valident l'étape de la construction en déplaçant le segment [AB]. Or nous savons que ce seul déplacement peut ne pas suffire (c'était précisément le cas avec le professeur, illustration 26). La première construction du segment [CP] ne convient pas. Autrement dit, la connaissance instrumentale « point sur » n'est pas fonctionnelle *a priori*. Mais lorsque le déplacement du segment [AB] montre que le point P n'est pas sur le segment, alors les deux élèves pensent immédiatement aux propos d'un élève (Maëlle) au moment de la phase collective (min. 40:53). Ainsi, l'analyse des effets du déplacement orchestrée par le professeur lors de la mise en place de la situation permet aux élèves d'accéder aux connaissances instrumentales suffisantes de sorte à proposer une construction juste. Nous notons cependant que la règle définitoire du déplacement, en tant que règle, est suivie par les élèves, sans aide du professeur. Par contre, elle est incomplète. Les élèves valident alors qu'ils n'ont déplacé que le segment [AB].

#### 6.3.5 - JA5\_S1\_PB (9 min)

L'enjeu est de faire construire collectivement la même figure dans l'environnement tracenpoche sous la dictée d'un élève. Nous découpons en trois étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont déjà construit un pont dans l'environnement tracenpoche.

Des éléments du milieu : les élèves doivent maintenant reconstruire la même figure dans l'environnement tracenpoche au fur et à mesure de la dictée.

Présentation du moment : les élèves ont effectué leur construction et le professeur l'a validée. Le professeur demande aux élèves de prendre une page blanche et de refaire la construction en même temps qu'un élève, Quentin.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : la consigne.

Le professeur s'est installé dans un coin de la classe. Quentin va expliquer comment il a fait sa construction. Les élèves vont refaire en même temps que lui (min 46:57, tdp 302, P : « *Parce qu'il va falloir faire en même temps, c'est Q. qui fait le rôle du maître* »). Le professeur insiste sur le rôle de Quentin (min. 47:22, tdp 304, P : « *On écoute Q* »). Il explicite le rôle de cet élève (min. 47:25, tdp 304, P : « *Toutes tes explications sont utiles* »).

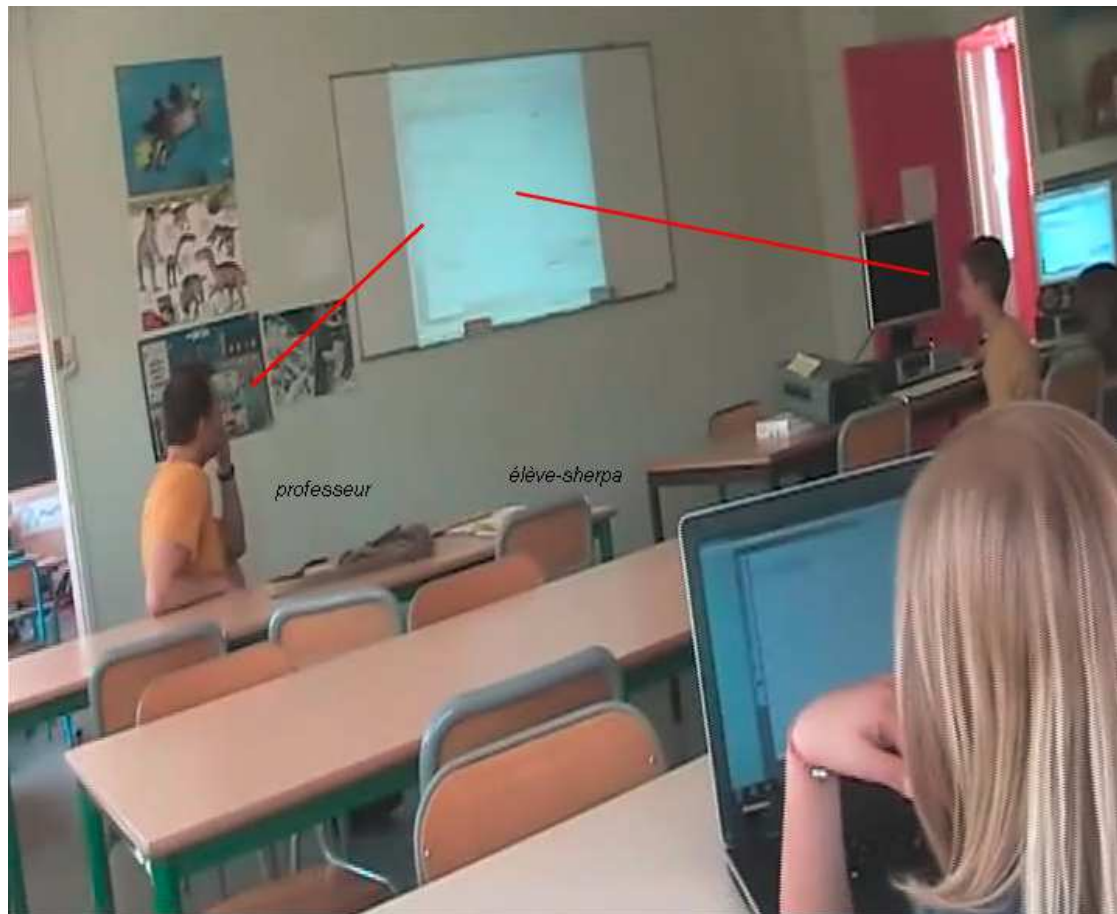
### étape 2 : construire la droite (AB)

Quentin expose le résultat qu'il veut obtenir (min. 47:34, tdp 305, Q : « *On fait une droite de gauche à droite* ») et construit ainsi la droite (AB) sans aucune explication. Le professeur rappelle la manière de faire de Quentin (min. 48:03, P : « *Il est allé sur cet onglet, ici, il a pris ça, il a tracé la droite directement* »). Il demande une autre manière de faire (min. 48:03, P : « *Est-ce qu'on pouvait faire autrement ?* »). Maëlle propose de faire un segment [AB], mais le professeur écarte cette idée. Puis Maëlle propose de tracer la droite à partir de deux points libres (min. 48:17, tdp 311, Ma : « *En prenant un point libre, et après on fait la droite en partant du point libre* »). À cette occasion, le professeur demande s'il est possible de tracer une droite à partir d'un seul point (min. 48:20, tdp 312, P : « *Est-ce qu'on peut tracer une droite à partir d'un seul point ?* »). Puis Maëlle conclut à la construction à partir de deux points (min. 48:32, tdp 315, Ma : « *Soit on place un deuxième point libre, et après on relie les deux points qu'on vient de placer, soit alors, on prend qu'un seul point libre et on crée directement* »).

### étape 3 : construire la perpendiculaire à (AB) passant par le point C

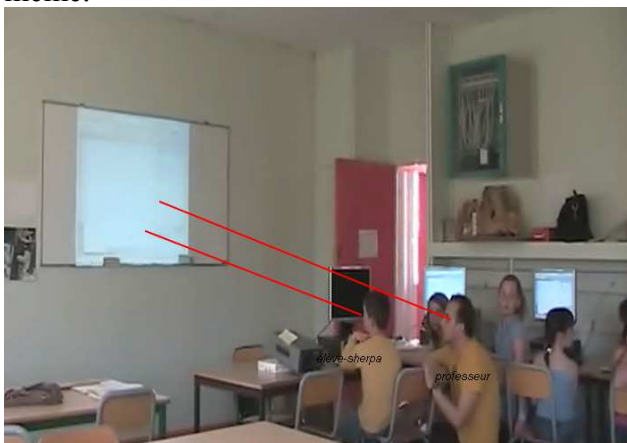
La construction se poursuit par le tracé de la perpendiculaire à (AB) passant par un point C quelconque. Quentin explique une première fois (min. 50:32, tdp 327, Q : « *Après on fait une perpendiculaire à la droite (AB)* »). Le professeur demande des précisions (min. 50:44, tdp 326, P : « *Je voudrais savoir comment tu t'y prends?* »). Quentin explique les actions à faire dans l'environnement tracenpoche (min. 50:48, tdp 327, Q : « *Je vais dans perpendiculaire, je clique sur la droite AB, et après je crée un point au-dessus* »). Comme précédemment, le professeur prend appui sur les propos de Maëlle pour obtenir une autre chronologie des actions (min. 53:18, tdp 340, Ma : « *Je prends un point libre, je le place au-dessus de la droite, ensuite on prend l'option perpendiculaire, et on part du point pour aller jusqu'à la droite* »). Le professeur effectue le tracé selon les dires de Maëlle. Elle explique alors que ce qu'elle propose convient puisqu'il y a un angle droit (min. 53:46, tdp 344, Ma : « *C'est bien la perpendiculaire et ça passe par le point C, et ça fait un angle droit* »).

## Analyse



Le partage des responsabilités dans cette phase de micro-institutionnalisation des connaissances visées (tracé de la perpendiculaire à (AB) passant par un point C dans l'environnement tracenpoche, tracé de segments dont les extrémités sont fixées) évolue en fonction du moment. Dans le premier moment, l'élève-sherpa effectue la construction en expliquant ce qu'il fait. Le professeur est assis et regarde la construction se faire. Le professeur lui laisse la main. Dans le deuxième moment, le professeur demande des précisions.

Dans un troisième moment, le professeur demande une autre manière de faire, qu'il réalise lui-même.



Cette stratégie permet au professeur de présenter différentes connaissances instrumentales (comment construire une droite, par exemple). Mais elle permet de travailler sur des connaissances mathématiques (une droite est définie par deux points, par exemple). Par contre, lorsque Quentin présente la droite (AB) en fonction de sa position dans l'espace de l'écran (de gauche à droite), ni les

élèves, ni le professeur ne sont perturbés par cette formulation.

La validation de la construction des perpendiculaires par Quentin est attestée par la présence de l'angle droit. La validation de la construction du professeur sous la dictée de Maëlle là encore par la présence de l'angle droit. Le déplacement d'un point n'est proposé par le professeur qu'après la reconnaissance du symbole de l'angle droit.

## **6.4 - Conclusion par rapport à cette classe**

### **6.4.1 - Rappel de la chronologie**

Dans une première séance, le professeur présente un pont à haubans. Dans une deuxième séance, il fait établir collectivement le schéma d'un pont à haubans (JA1\_S1\_PB). Puis il organise la suite de la séance autour de la réalisation des tâches de construction, notées  $t_{2,1,tep^*}$  et  $t_{2,1,tep^*}$  dans l'environnement tracenpoche. Dans un premier temps, il fait construire un « joli pont » (JA2\_S1\_PB). Dans un deuxième temps, il donne à voir les effets du déplacement sur une construction (JA3\_S1\_PB). Dans un troisième temps, les élèves ont à reconstruire la figure, en tenant compte des effets du déplacement. Nous analysons un binôme de deux élèves (JA4\_S1\_PB\_E1\_E2). Enfin, dans un quatrième temps, les élèves construisent la même figure, sous la dictée d'un élève (JA5\_S1\_PB). Dans la troisième séance, il demande aux élèves de reproduire la figure dans l'environnement papier-crayon (nous n'avons pas d'éléments pour analyser ce moment).

### **6.4.2 - Rappels de nos questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **6.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Le professeur présente la construction d'un élève (fictif) dans l'environnement tracenpoche. Elle est vidéoprojetée au tableau. Autrement dit, la construction apparaît comme si elle était dans l'environnement papier-crayon. Le professeur attire l'attention des élèves sur la relation de perpendicularité. Les avis des élèves sont différents : certains voient une perpendiculaire, d'autres pensent que ce n'est pas une perpendiculaire. Le professeur veut un moyen de se mettre d'accord. Pour cela, il revient à une technique ancienne, issue de l'environnement papier-crayon : il place l'équerre de sorte à attester *a posteriori* de l'angle droit. L'intervention d'un élève sur la nécessité du déplacement permet de dépasser la simple perception. L'élève déplace un point et les droites ne sont plus perpendiculaires, résultat attesté par l'équerre, là encore. Le professeur conclut alors sur la manière de voir « la figure ». Il ne suffit pas de voir des perpendiculaires sur « le dessin », il faut voir des perpendiculaires « sur la figure ». Il définit ainsi des « vraies perpendiculaires ».

Dans cette classe, le professeur a choisi de faire construire un « beau dessin » dans l'environnement tracenpoche. Il veut faire découvrir (re-découvrir) la règle définitoire du déplacement. Ainsi la construction d'un pont à haubans, qui ne tient pas compte des contraintes géométriques, ne résiste pas au déplacement. Le professeur propose alors la construction d'un élève fictif. Les échanges autour de cette construction conduisent les élèves à voir comment modifier le dessin pour qu'il résiste au déplacement. Cela revient non plus à considérer la construction comme un « beau dessin », mais comme « une figure » ayant des propriétés géométriques. Ce n'est plus le professeur mais ce sont les rétroactions dans l'environnement tracenpoche au moment du déplacement qui rendent nécessaires les propriétés géométriques. Les élèves construisent alors une première fois la « figure », en déclarant les propriétés géométriques.

#### 6.4.4 - Initiatives du professeur

Le déplacement est organisé d'une certaine manière par ce professeur. Le déplacement a certes été évoqué au cours des séances d'initiation au logiciel – nous avons un élève qui suggère de déplacer pour vérifier la perpendicularité - . Ici, dans la première situation, nous rencontrons une « invention professorale ». Le professeur choisit une mise en œuvre particulière : il donne à voir ce que c'est que construire une figure dans l'environnement tracenpoche. Pour cela, il fait tracer un « beau pont », il le détruit en déplaçant un point. L'analyse de cette destruction se fait sur une construction du professeur en appui sur les instruments usuels (ici l'équerre), où les droites passent du statut « de sembler perpendiculaires » à « être perpendiculaires ».

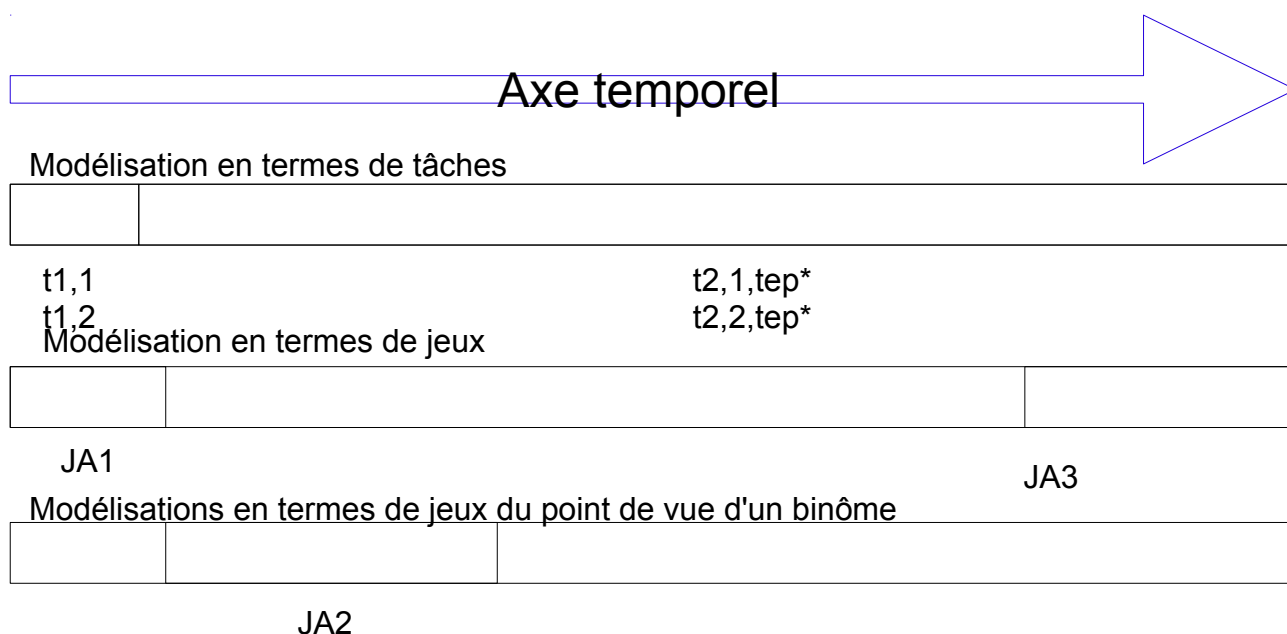
Nous allons nous intéresser à différents moments dans la classe de T.

### 7 - Dans la classe de T

#### 7.1 - Une mise en intrigue

Comme précédemment, nous voulons établir un lien chronologique entre la modélisation en terme de tâches, issues de notre analyse *a priori*, et en terme de jeux d'apprentissage, pour une analyse de l'action *in situ*. Dans un premier temps, le professeur montre une photographie d'un pont à haubans, il fait établir un schéma, nous modélisons ce moment sous la forme d'un premier jeu d'apprentissage, noté JA1\_S1\_T, dont l'enjeu est de faire déclarer ou coder les propriétés géométriques sur un dessin à main levée dans le but de faire ensuite la construction résistante dans l'environnement tracenpoche. Dans un deuxième temps, le professeur demande aux élèves de construire le pont dans l'environnement tracenpoche. Nous analysons la construction de deux élèves Léa et Sirine, ce que nous modélisons sous forme d'un deuxième jeu d'apprentissage noté JA2\_S1\_T\_L\_S dont l'enjeu est de faire construire une figure dans l'environnement tracenpoche du point de vue d'un binôme, Léa et Sirine. Enfin, le professeur donne à voir les constructions des élèves. Nous modélisons ce moment sous la forme d'un jeu d'apprentissage noté JA3\_S1\_T, dont l'enjeu est faire énoncer collectivement les propriétés mathématiques.

#### 7.2 - Représentation synoptique<sup>29</sup>



<sup>29</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 81 min.).

avec JA1\_S1\_T (10 min.)

enjeu : faire déclarer ou coder les propriétés géométriques sur un dessin à main levée dans le but de faire ensuite la construction résistante dans l'environnement tracenpoche

JA2\_S1\_T\_L\_S (21 min.) :

enjeu : faire construire une figure dans l'environnement tracenpoche du point de vue d'un binôme, Léa et Sirine

JA3\_S1\_T (18 min.) :

enjeu : faire énoncer collectivement les propriétés mathématiques

### 7.3 - Jeux d'apprentissage

#### 7.3.1 - JA1\_S1\_T (10 min.)

L'enjeu est de faire déclarer ou coder les propriétés géométriques sur un dessin à main levée dans le but de faire ensuite la construction résistante dans l'environnement tracenpoche. Nous découpons en quatre étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de modéliser les éléments d'une photographie en éléments géométriques.

Des éléments du milieu : les élèves doivent coder le dessin à main levée.

Présentation du moment : c'est le début de la séance.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

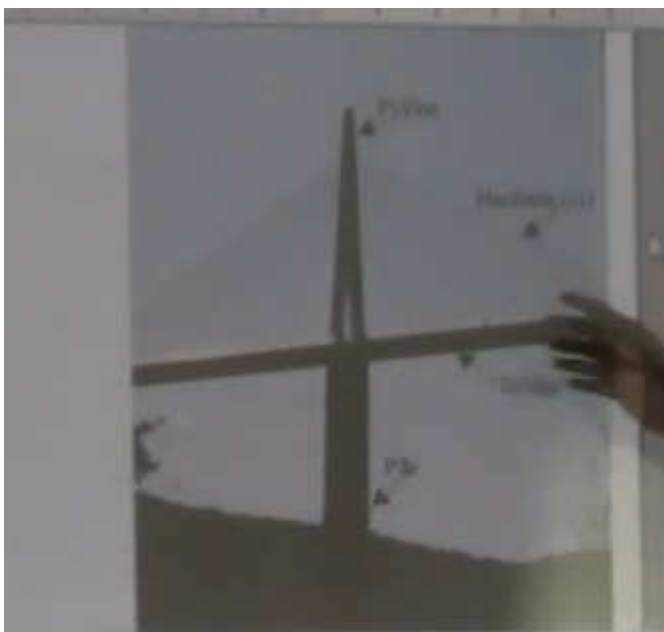
#### Description

##### étape 1 : description de la photographie

Le professeur présente la photographie du pont de Millau.



Il va faire parler les élèves sur le pont de Millau. Puis il présente un pilier annoté avec les éléments matériels, tels que tablier, pylône, haubans...



À partir de cette image, il demande aux élèves de reconnaître des éléments géométriques (min. 4:15, tdp 38, P : « *On va s'en servir comme figure géométrique. Qu'est-ce que vous pouvez me dire par rapport à cette figure ?* »). Aussitôt un élève établit un lien entre le pylône et le tablier (min. 4:28, tdp41, L : « *Le pylône et le tablier sont perpendiculaires* »).

#### étape 2 : tracer un dessin à main levée

Le professeur lui demande alors de venir tracer un dessin à main levée (min. 4:41, tdp 42, P : « *Est-ce que tu pourrais me tracer une ligne, euh, je ne sais pas comment tu vas l'appeler, trait, droite, segment, ligne ?* »). Cette élève va au tableau et représente à main levée le tablier et le pylône (cf illustration 30). Ainsi, le tableau est composé de deux parties, à gauche le dessin à main levée et à droite la photographie.



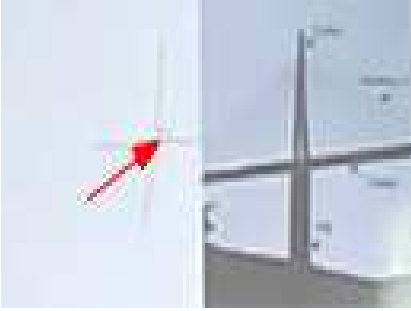
Illustration 30

#### étape 3 : coder le schéma

Le professeur demande des informations concernant ce dessin (min. 5:20, tdp 50, P : « *Est-ce que là, on sait que c'est perpendiculaire ?* »). Les avis des élèves sont différents. Le professeur insiste pour avoir une réponse (min. 5:29, tdp 54, P : « *Comment on pourrait montrer que les deux droites sont perpendiculaires ?* », puis, tdp 56, P : « *Oui, tu pourrais mettre quelque chose pour montrer* »).



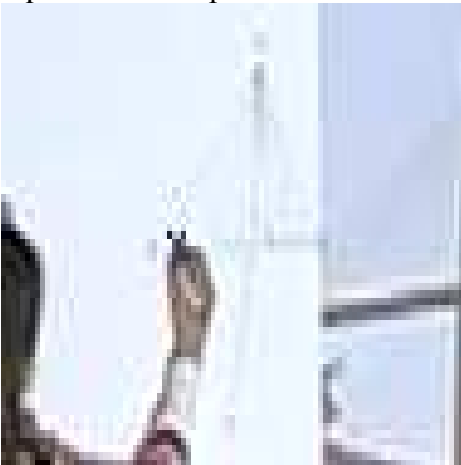
que c'est perpendiculaire »). Immédiatement, Léa code l'angle droit.



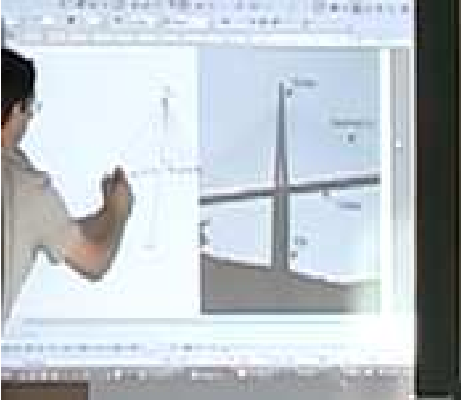
Il place un point C, sur le pylône, indiquant que les haubans passent tous par ce point. Puis il demande à Amélie d'aller tracer des segments, représentant les haubans.



Puis le professeur attire l'attention des élèves sur les segments (min. 7:45, tdp 85, P : « *Qu'est-ce qu'il faudrait qu'on fasse pour qu'on comprenne bien que ce sont des segments ?* »). Aussitôt, une élève Léna propose de mettre des extrémités. Elle va donc au tableau pour mettre des croix, représentant les points.



Le professeur nomme les points par une lettre.



Il termine alors en demandant le nom du segment dont une extrémité est A et l'autre C (min. 8:35,

tdp 95, P : « *On aurait donc un segment qui s'appellerait ?* »). Les élèves répondent sans hésiter (tdp 96, « AC »).

#### étape 4 : proposer ce qu'il y a réaliser dans l'environnement tracenpoche

Le professeur annonce aux élèves la tâche qu'ils ont à faire : construire figure à partir du schéma (min. 8:44, tdp 97, P : « *Le travail que je vais vous demander moi, sur tracenpoche, c'est de reproduire cette figure, sur tracenpoche, d'accord ?* »). Puis il fait rappeler aux élèves les éléments indispensables dans l'environnement tracenpoche (min. 9:06, tdp 97, P : « *Avec quelques petites choses qui sont obligatoires dans tracenpoche, c'est-à-dire quoi ? Qu'est-ce qu'il va falloir que vous fassiez obligatoirement dans tracenpoche, oui ?* »). Les élèves pensent d'abord aux propriétés géométriques (min:9:08, tdp 98, E : « *La perpendiculaire* »). Le professeur acquiesce et attend autre chose (min. 9:10, tdp 99, P : « *Et qu'est-ce qu'il va falloir faire aussi ?* ». Un élève évoque le déplacement (min. 9:13, tdp 100, E : « *Voir si tout tient quand on bouge* »). Le professeur insiste sur la nécessité de déplacer à chaque étape de la construction (tdp 103 à 107, P : « *Vous le faites quand ?* », E : « *À chaque fois que ...* », E : « *Petit à petit* », P : « *Ce sera plus intéressant...* »).

### **Analyse**

Le professeur définit le jeu. À travers l'évolution du « dessin à main levée » vers le « schéma », il donne à voir les propriétés géométriques du schéma. Pourtant, ce n'est que le prétexte pour évoquer les propriétés qu'ils conviendra de définir dans l'environnement tracenpoche. Ainsi, les droites, horizontale et verticale du pont, deviennent des droites perpendiculaires codées par l'angle droit. Les traits, les haubans du pont, sont transformés en segments dont les extrémités sont définies, le point C et le point A (sur le tablier).

Le professeur fait rappeler les règles propres à ce nouvel environnement. Il veut faire rappeler une règle définitoire de l'environnement tracenpoche, à savoir le déplacement pour valider ou non une construction. Nous notons que le déplacement est à l'initiative des élèves. L'interprétation du déplacement reste cependant assez vague (« *Voir si tout tient quand on bouge* »). Le professeur organise les échanges avec les élèves pour rappeler une règle stratégique, à savoir la nécessité de déplacer au fur et à mesure de la construction. Il donne ce conseil en expliquant qu'il est alors plus aisé d'interpréter l'effet du déplacement. Il n'explicite pas davantage.

Ainsi, dans la classe de T, la question des droites perpendiculaires est évoquée. Cependant la manière de faire est à la charge des élèves. De même, la connaissance instrumentale, choisir le statut du point « point sur » n'est pas du tout évoqué.

Nous nous intéressons dans un premier temps à un binôme que nous allons suivre plusieurs séances. Il s'agit de L. et de S.

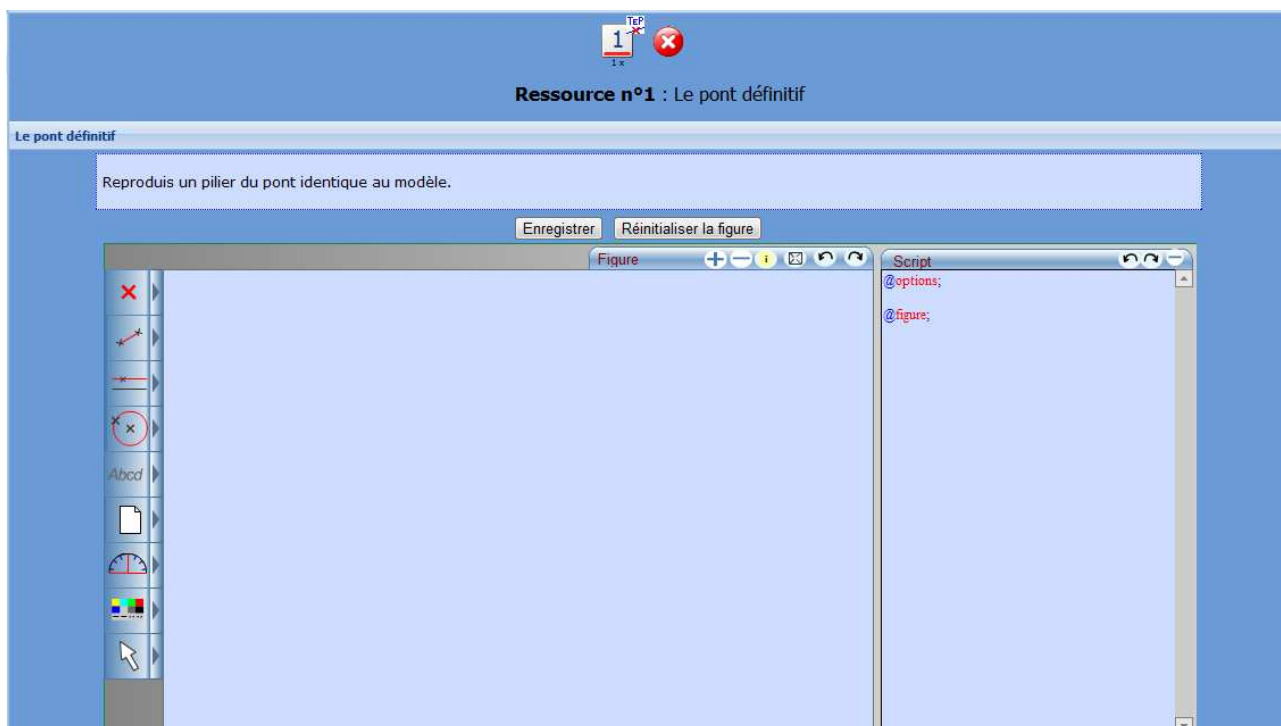
#### **7.3.2 - JA2\_S1\_T\_L\_S (21 min.)**

L'enjeu est de faire construire une figure dans l'environnement tracenpoche du point de vue d'un binôme, Léa et Sirine. Nous découpons en six étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

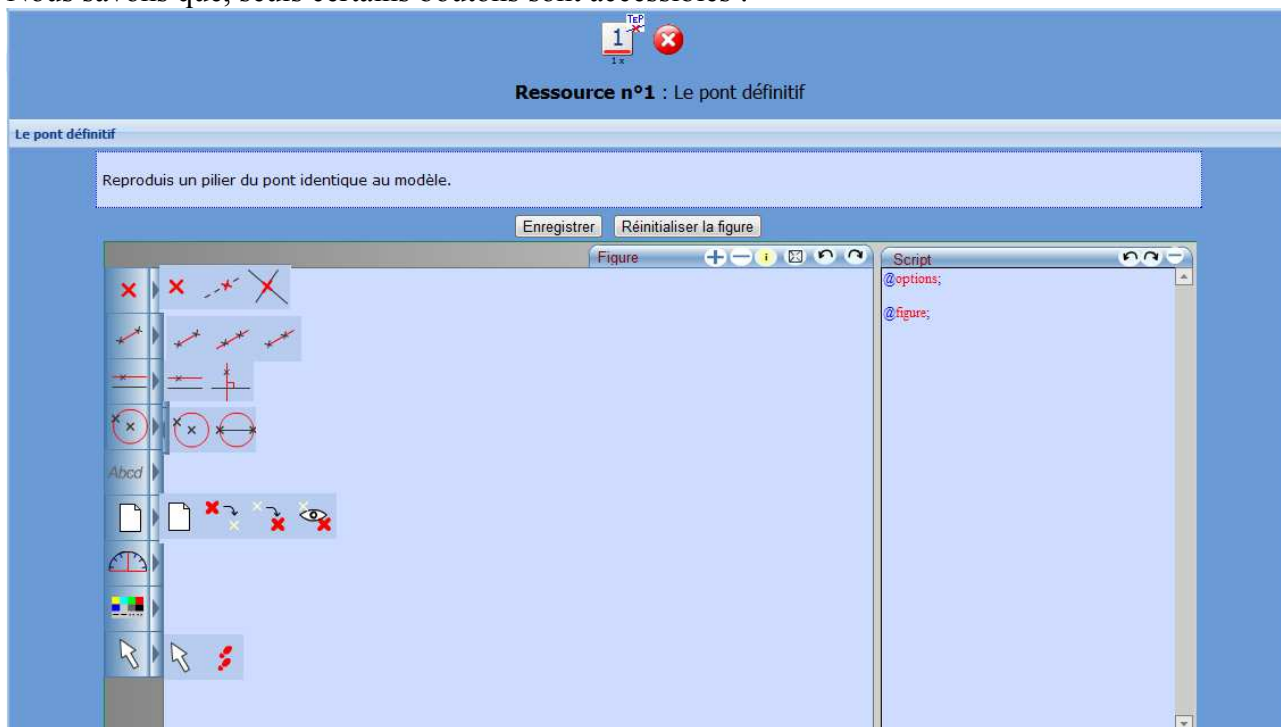
Des éléments du contrat : les élèves ont travaillé l'environnement tracenpoche lors d'une séance de découverte.

Des éléments du milieu : les élèves doivent construire la figure de sorte qu'elle conserve ses propriétés au cours du déplacement.

Présentation du moment : les deux élèves sont sur un ordinateur. Elles découvrent l'exercice proposé. Le professeur a programmé l'exercice avec la consigne suivant : « Reproduis un pilier du pont identique au modèle ».



Nous savons que, seuls certains boutons sont accessibles :

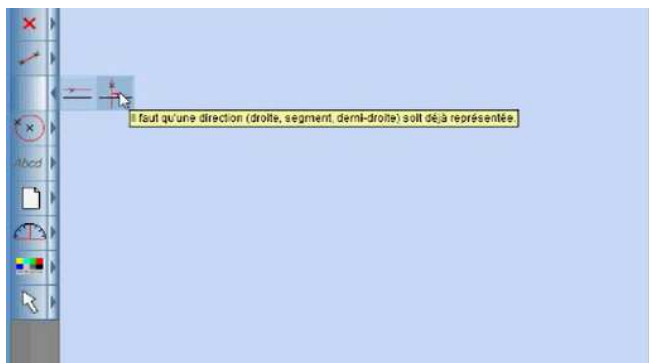


Les time code notés ainsi que les tours de parole correspondent à l'enregistrement spécifique de ce binôme, avec CamStudio. Il n'y a pas de lien avec le film de la classe, pris avec une caméra externe.

## Description

étape 1 : Léa veut d'abord sélectionner le bouton perpendiculaire.

Léa décide de commencer par les perpendiculaires. La stratégie qu'elle développe dans l'environnement tracenpoche consiste à sélectionner le bouton « perpendiculaire ».



Elle essaie de le sélectionner quatre fois de suite en déplaçant la souris, mais il n'y parvient pas. Le temps passé sur le bouton semble trop court pour que Léa ait pu prendre en compte le bandeau proposé par le logiciel (« Il faut qu'une direction (droite, segment, demi-droite) soit déjà représentée »). Les élèves ne parlent pas de cette difficulté à sélectionner le point.

étape 2 : Léa trace la droite perpendiculaire, passant par un point C de (AB) et un point D de cette droite.

Léa change alors de stratégie et trace le segment [AB] sans encombre. Ce travail n'est pas pris comme un travail sérieux : Sirine parle de cadeaux qu'elle pourrait avoir pour son entrée en sixième et Léa répond, tout en continuant la construction (min. 2:33, tdp 1, S : « *Je vais commander...* »). Puis Léa sélectionne le bouton perpendiculaire et le segment [AB] (cf illustration 31), puis un point C qui semble être sur le segment [AB] (cf illustration 32). Enfin elle place un point D sur la droite d, en sélectionnant le bouton « point sur » (cf illustration 33).

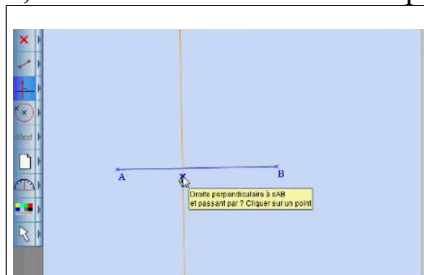


Illustration 31

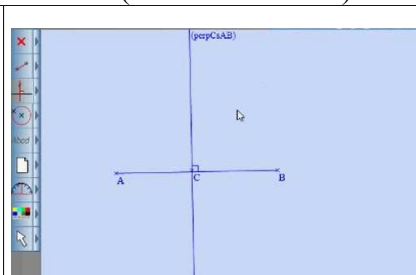


Illustration 32

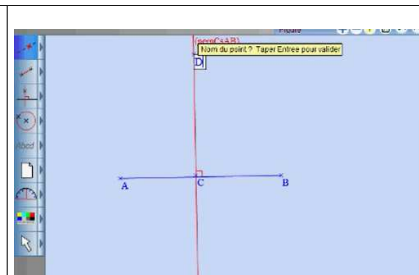


Illustration 33

Cette première partie étant terminée, Léa déplace le point B puis Léa efface tout. Elle recommence de la même manière. Puis elle déplace le point B (cf illustration 34 à 36). Les deux élèves se rendent compte d'un problème : ce qui est à l'écran n'est pas ce qui est attendu.

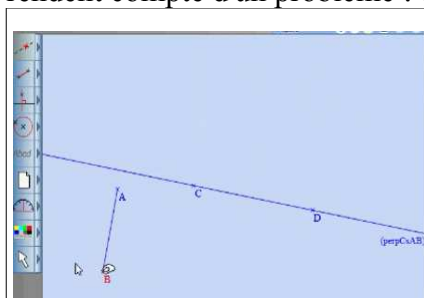


Illustration 34



Illustration 35

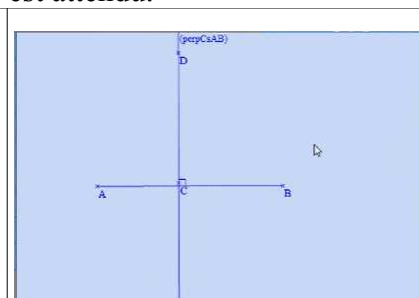


Illustration 36

Min. 4:41, tdp 10, L : *Oh la la, il se passe quelque chose.*

L : *Ah non le segment...*

S : *La droite-là, tu peux pas la coller ?*

étape 3 : Léa et Sirine lisent les informations en traçant la perpendiculaire à (AB).

Sirine efface sa construction et recommence (il semblerait qu'elles aient échangé leurs rôles). Elle trace le segment [AB], sélectionne le bouton « perpendiculaire ». Cette fois, elle laisse la souris sur le bouton « perpendiculaire ». Il semblerait, que, cette fois, elles lisent le bandeau jaune. L'ordre donné à Sirine (min.5:14, tdp 12, L : « *Attends!* ») semble confirmer cette hypothèse. Puis Léa

ajoute en lisant le bandeau (min. 5:21, tdp 14, L : « *Il faut que ça passe par un point* »). Sirine sélectionne le bouton « perpendiculaire », sélectionne et valide le segment [AB] (cf illustration 37), la droite perpendiculaire en rouge apparaît. Le bandeau d'accompagnement se modifie « droite perpendiculaire à sAB et passant par ? Cliquer sur un point ». Le logiciel propose un point C qu'il valide (cf illustration 38). Le codage de l'angle droit est mis (cf illustration 39).



Illustration 37

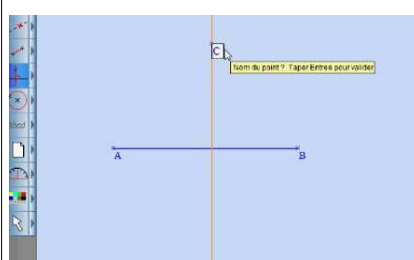


Illustration 38

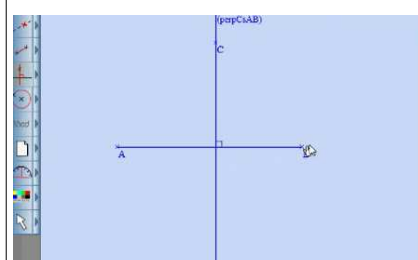


Illustration 39

Elle déplace alors le point B et se retrouve dans la même situation que précédemment. Elle met alors le point B comme au départ.

étape 4 : elles demandent une aide au professeur.

Le chercheur-praticien praticien, noté PR, arrive pour s'enquérir de l'avancée dans la construction (min. 6:12, tdp 17, PR : « *Qu'est-ce que vous voulez ?* »). Léa expose le problème auquel elles sont confrontées en déplaçant le point B, d'abord un peu (cf illustration 40) puis largement de sorte à obtenir la même situation qu'elles ne savaient pas analyser (cf illustration 41). Puis elles reviennent à la configuration, conforme à la situation initiale (cf illustration 42).

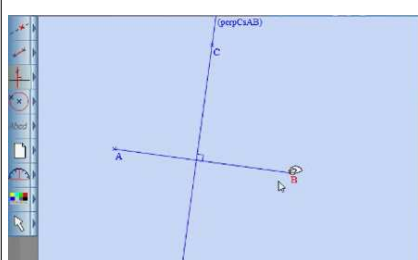


Illustration 40



Illustration 41

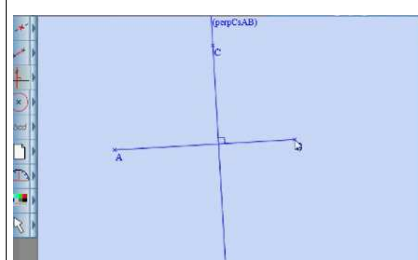


Illustration 42

Cette fois, PR leur pose des questions au fur et à mesure du déplacement du point B (cf illustration 43) puis du point A (cf illustration 44). Enfin, le déplacement du point A conduit à mener la droite d à l'extérieur du segment [AB], ce qui fait réagir Léa (min. 6:50, tdp 33, L : « *Ah, oui, quand les deux droites ne se croisent pas* ») (cf illustration 45).

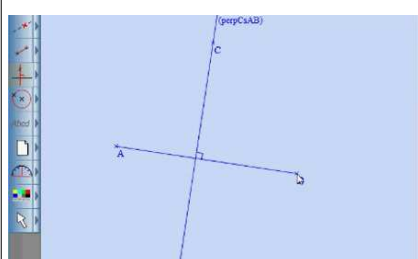


Illustration 43

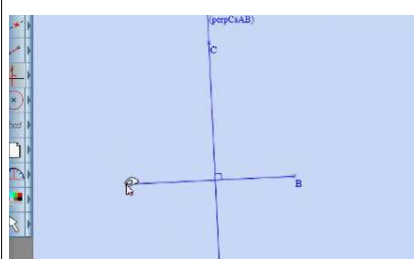


Illustration 44



Illustration 45

min. 6:25, tdp 23  
PR : Bouge un petit peu le point B, un petit peu...Stop ! Est-ce que c'est encore perpendiculaire ?  
L : Oui  
PR : Bien

min. 6:30, tdp 26  
PR : Bouge le point A. Est-ce que c'est encore perpendiculaire ?  
L : Oui  
PR : Alors, quand est-ce que tu trouves que ça a l'air faux ?

PR : C'est quand ?  
L : Ah oui ! :  
PR : Quand quoi ?  
L : Ah, oui, quand les deux droites ne se croisent pas.  
PR : Voilà, c'est parce que tu as tracé un segment [AB].

Montre-moi.

PR : Mais c'est bien.

étape 5 : Elles tracent les segments [CB], [CI],...

Sirine trace le segment [CB] (cf illustration 46) et déplace lentement le point A pour valider la construction (cf illustration 47). Elle valide ainsi sa construction (min. 7:51, tdp 36, L : « C'est ça ! »). Elle remet alors le segment [AB] à l'horizontal.

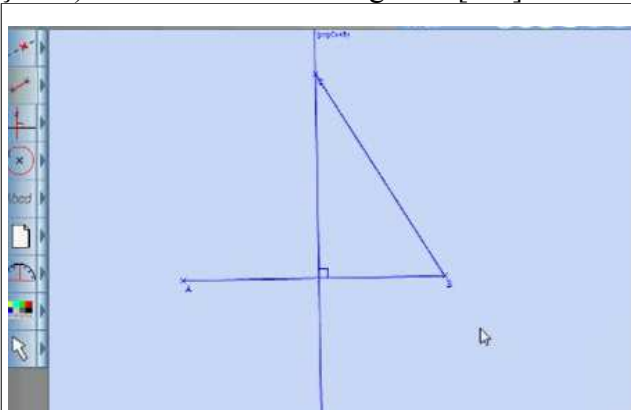


Illustration 46

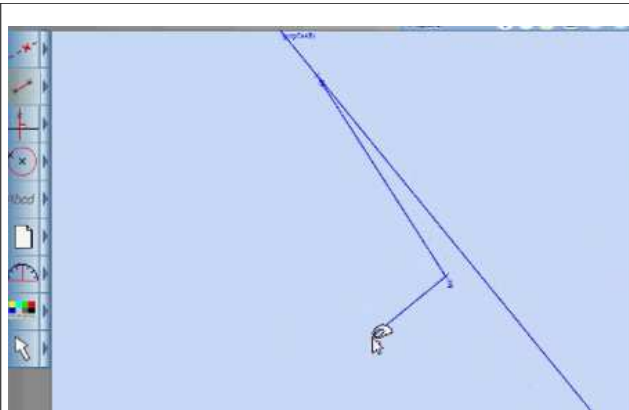


Illustration 47

Puis elle trace les segment [CI], [CH] (cf illustration 48). Léa émet une objection sans réponse de la part de Sirine (min. 8:53, tdp 41, L : « On a oublié de faire quelque chose »). Sirine déplace le point C pour valider sa construction (cf illustration 49), sans rien dire (min. 9:35).

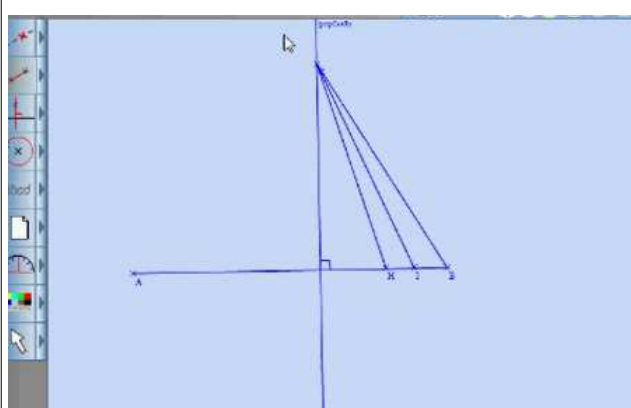


Illustration 48

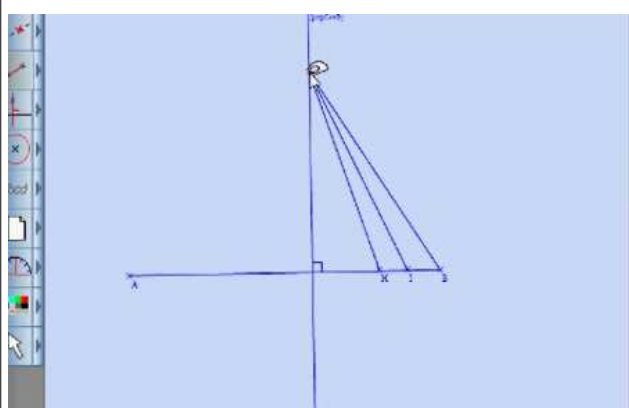


Illustration 49

Puis elle continue et trace les segments [CG], [CA], [CD], [CE] et [CF]. Léa propose de vérifier par le déplacement (min. 9:57, tdp 44, L : « Bouge un coup pour voir »). Mais Sirine termine et conclut (min. 11:07, tdp 49, S : « C'est bon ») (cf illustration 50). Puis elle déplace le point B pour vérifier (cf illustration 51). Léa explique qu'il fallait coller les points ( min. 11:12, tdp 50, L : « Ben, non, les points, il fallait les coller »).

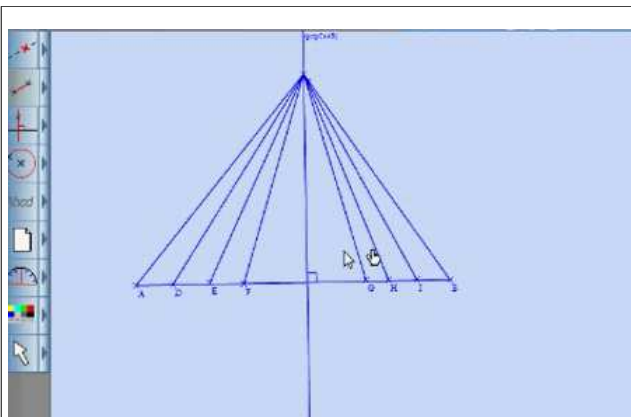


Illustration 50

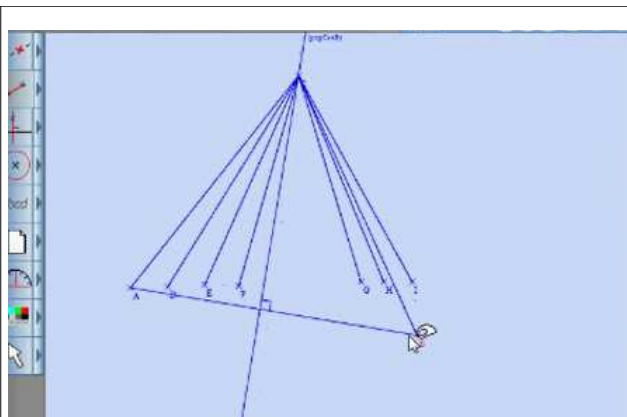


Illustration 51

étape 6 : explication avec le chercheur-praticien praticien

Sirine explique au professeur-chercheur-praticien ce qui leur arrive (min. 13:15, tdp 64, S : « *J'avais fait ça, Mais ça, ça s'enlève* »). Le dessin au départ correspond à ce qui est attendu (cf illustration 52). Puis elle déplace le point A (cf illustration 53), le dessin ne correspond plus à ce qui est attendu.

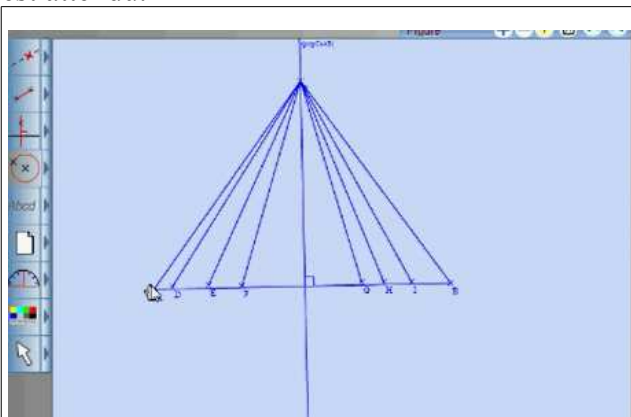


Illustration 52

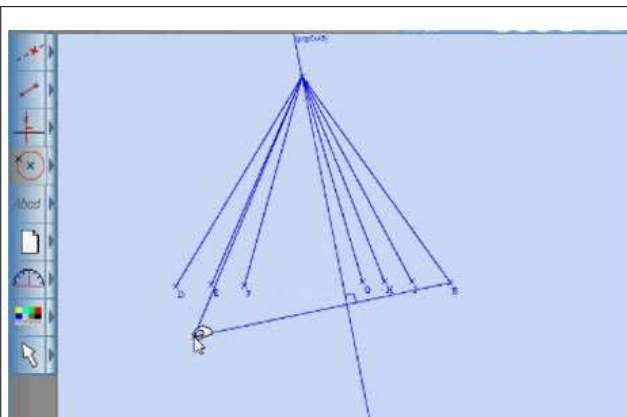


Illustration 53

L : *J'avais fait ça*

L : *Mais ça, mais ça s'enlève !*  
PR : *Ah ouais.*

PR essaie d'obtenir des explications, en revenant à un dessin avec le seul point I (cf illustration 54), puis il déplace le point B.

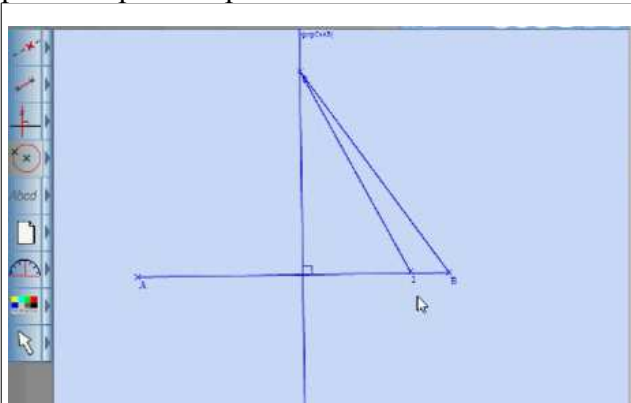


Illustration 54

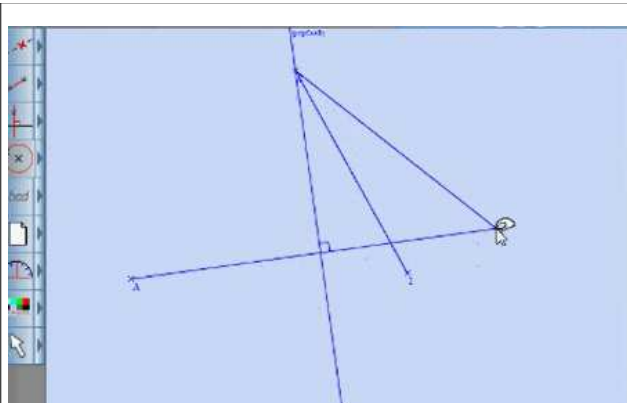


Illustration 55

PR : *On va s'occuper du point I*

PR : *Qu'est-ce qui se passe pour le point I ?*  
L : *Ben, il ne reste pas sur le segment.*  
S : *On l'a pas collé sur le segment [AB]*



	PR : <i>Alors, comment fait-on pour le coller sur le segment [AB] ? Vous vous souvenez ?</i>
--	--

Enfin PR donne la solution, à savoir placer un point sur le segment [AB] (cf illustration 55). Sans demander l'avis de PR, L déplace le point I, puis le point A, le point I reste effectivement sur [AB]. Puis elle trace le segment [CI], mais cette fois il ne cherche plus à déplacer.

## Analyse

Nous avons ici une illustration de contraintes instrumentales qui n'existent pas dans l'environnement papier-crayon. Léa veut tracer deux droites perpendiculaires en sélectionnant directement le bouton « *perpendiculaire* ». Or, si l'écran est vide, le bouton n'est pas actif. Dans l'environnement papier-crayon, un élève peut décider de tracer deux droites perpendiculaires sur une feuille vierge en utilisant directement l'équerre, en suivant les bords de l'équerre. Par contre, dans l'environnement tracenpoche, il est indispensable qu'une direction soit donnée. C'est seulement dans ce cas, que le bouton « *perpendiculaire* » peut être activé. La droite qui va être tracée en étant perpendiculaire à la droite donnée, passe par un point, qui peut être créé par le logiciel si l'élève ne sélectionne pas un point déjà placé. Autrement dit, ici, les contraintes instrumentales de l'environnement tracenpoche sont les indicateurs de connaissances mathématiques, une droite est définie par un point et une direction. Lors de l'utilisation de l'équerre de l'environnement papier-crayon, cette connaissance mathématique est implicite.

Sirine déplace le point B alors qu'elle n'a pas encore fini la construction. Cette règle stratégique « *déplacer les objets au fur et à mesure de la construction* » a été rappelée lors de la définition du jeu. Le déplacement, en tant qu'outil de validation, est donc spontanément mobilisable pour ce binôme dès la première situation. Par contre, l'interprétation des effets du déplacement qui devrait être à la charge du binôme n'est pas du tout accessible aux élèves. En effet, ce qu'elles ont tracé est une droite d, perpendiculaire à (AB) passant par les points C et D. Autrement dit, elles ont tenu compte de la propriété de perpendicularité et ce qui est attendu. Mais, elles sont au niveau du dessin. En effet, ce qu'elles voient à l'écran ne correspond pas à ce qu'elles veulent obtenir. Or l'environnement tracenpoche leur propose de travailler avec une figure, c'est-à-dire l'ensemble des dessins qui ont la même propriété de perpendicularité. Mais elles ne font pas le lien entre les deux, elles effacent et recommencent. Puis elles appellent le chercheur-praticien. La figure à l'écran ne fait pas signe aux élèves. Le professeur doit intervenir pour aider les élèves à interpréter les effets du déplacement. Sa première action est de demander de bouger un petit peu. Cette stratégie « *bouger un peu* » n'a jamais été évoquée, ni par le chercheur-praticien auprès des enseignants, ni par le professeur dans la classe. La règle définitoire du déplacement pour valider ou invalider une construction a fait l'objet d'une attention particulière dans les situations. Cette stratégie va permettre de « *voir* » la droite perpendiculaire rester perpendiculaire même quand elle « *dépasse* » le segment [AB]. Au cours du déplacement des points A et B, PR demande quatre fois si les droites sont perpendiculaires. À chaque fois, la réponse des élèves est positive. Pourtant, les élèves ne semblent toujours pas convaincues. PR change de questionnement (« *Quand est-ce que tu trouves que ça a l'air faux ?* »). Et là, Léa déplace le point A de sorte que la droite d s'écarte du segment [AB]. Elle finit par dire « *... quand les deux droites ne se croisent pas* ». Mais nous ne savons pas exactement comment interpréter cette phrase. Est-ce que c'est « *C'est faux ...quand les deux droites ne se croisent pas* » ou plutôt « *c'est juste même ...quand les deux droites ne se croisent pas* ». Plus tard, ces deux élèves vont utiliser cette même stratégie (cf illustration 47). Nous pouvons donc penser qu'elles acceptent de valider cette construction.

Pour ces deux élèves, la règle définitoire « *déplacer tous les objets déplaçables* » est modifiée en une autre règle « *déplacer un objet* » pour valider la construction. Ainsi, le déplacement du seul point C est interprété comme validation de la construction, alors que cette dernière est fausse. *A contrario*, le déplacement d'un seul objet permet de dire que la construction est fausse. Ainsi, elles reconnaissent aisément que la construction finale est fausse (illustration 55). La construction ne



conserve pas les propriétés attendues. Nous avons vu que dans l'étape 2, les élèves savent utiliser le bouton « point sur ». Ils l'utilisent pour placer un point D sur la droite. Donc nous ne pouvons pas analyser l'erreur dans la construction, que du point de vue d'un défaut de connaissances instrumentales, concernant la nature des points. Nous pouvons penser que cela tient à la construction du segment lui-même. L'environnement tracenpoche permet de tracer un segment, que les extrémités soient définies ou non. Ainsi, le segment [CB] et le segment [CI] peuvent être tracés, de la même manière du point de vue des élèves. Or ce ne sont pas les mêmes conditions. En effet, dans un cas, B est déjà tracé en tant qu'extrémité du segment [AB] et dans l'autre cas, I n'étant pas tracé, et il est proposé par le logiciel en tant que point libre. Mais les élèves vont essayer de le placer là où ils le souhaitent, par exemple sur la droite, sans tenir compte du fait qu'il ne soit pas lié à [AB].

### 7.3.3 - JA3\_S1\_T (18 min.)

L'enjeu est de faire énoncer collectivement les propriétés mathématiques. Nous découpons en quatre étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont travaillé dans l'environnement tracenpoche. Ils savent que la validation de la construction passe par le déplacement.

Des éléments du milieu : les élèves doivent expliquer la manière dont ils ont construit la figure.

Présentation du moment : les constructions des élèves sont enregistrées. Le professeur affiche les productions les unes après les autres (cf illustration 56) et demande à chaque élève de commenter la construction, sachant qu'il déplace des objets à l'écran au fur et à mesure.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

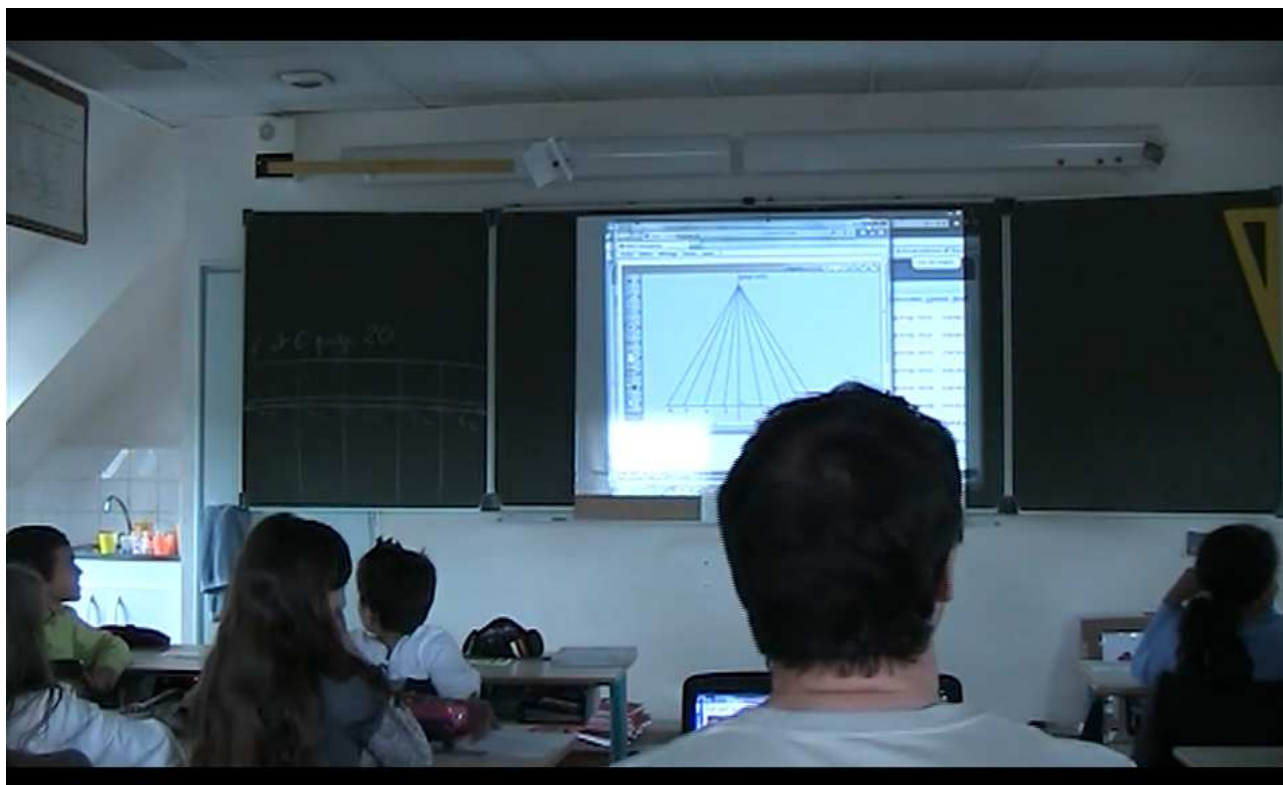


Illustration 56

## Description

### étape 1 : la construction de Sirine

Le professeur présente la construction de Sirine, la première dans la liste alphabétique (cf illustration 57). Il lui demande de l'analyser (min. 69:30, tdp 131, P : « Alors ? Quel avis tu portes

sur ton travail ? »). Tout en disant cela, il déplace le point A (cf illustration 58). Sirine explique que sa construction est juste (tdp 132, S : « *C'est bon* »). Puis le professeur donne à voir la relation de perpendicularité (min. 69:39, tdp 133, P : « *D'accord, on est bien d'accord avec, le segment [AB] et la droite passant par C sont perpendiculaires* »). Les élèves valident la construction au fur et à mesure (tdp 134, Es : « *Oui* »). Puis il évoque la question des points (min. 69:56, tdp 141, P : « *Est-ce que les haubans sont bien fixés au tablier ?* »). Là encore les élèves valident.

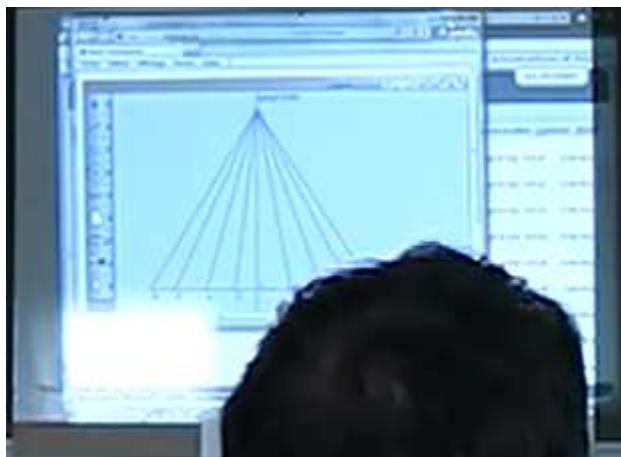


Illustration 57

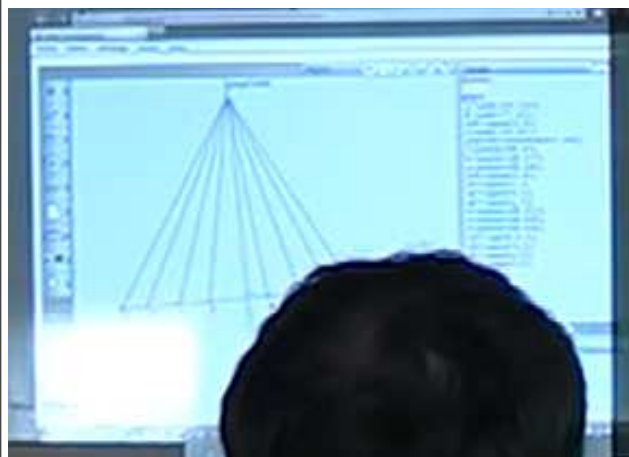


Illustration 58

#### étape 2 : la construction de Sirine

Un peu plus tard, la construction de Jade est affichée et elle explique les difficultés qu'elle a rencontrées (tdp 196, J : « *On n'a pas commencé par le bon segment* »). Le professeur développe la situation (min. 74:09, tdp 197, P : « *Vous n'aviez pas commencé par le bon segment. Vous aviez commencé par C ? Le souci, c'est que C n'était pas un segment. C'était une droite perpendiculaire à AB et qui passe par C. Alors souvent, ça pourra arriver ça. Vous avez face à vous une figure, il faut vraiment que vous compreniez quel est le point de départ, surtout si on vous indique rien au départ. Et vous, j'ai vu beaucoup de groupes qui commençait par cette droite. J'ai vu des groupe le faire. Ils étaient embêtés puisqu'on leur demandait un autre point. Ils ont C quelque chose et ils montrent qu'il n'y a pas d'autre point. Et ici, il n'y avait pas de points d'indiqués* »).

### Analyse

Dans l'examen de la construction de Sirine du premier binôme (Léa et Sirine), le professeur déplace le point A tout en lui demandant une analyse (cf illustration 57 et 58). Il modifie d'emblée le milieu d'analyse. Ce n'est pas le dessin à l'écran, c'est la figure qui est d'emblée analysée. La règle définitoire de l'environnement tracenpoche est donc utilisée, mais elle n'est pas formulée par le professeur. Effectivement, à l'écran, nous voyons le résultat de son action. Il n'en dit rien, il agit. Il prend à sa charge la validation, alors que, justement, il demande l'avis à l'élève.

Il reprend toutes les propriétés mathématiques attendues, la droite (AB) et la droite passant par C sont perpendiculaires, les segments ont une extrémité commune C et le deuxième extrémité est sur le segment[AB]. Autrement dit, il formule ce que le déplacement doit permettre de valider. C'est précisément l'enjeu de l'interprétation du déplacement, à savoir mettre en évidence les propriétés mathématiques de la figure. L'élève interrogée n'aura finalement guère la parole, un seul tour de parole (« *C'est bon* ») alors qu'au point de départ, le professeur lui avait demandé son avis.

L'analyse des constructions des élèves mettent en évidence des connaissances instrumentales et mathématiques, mais les difficultés rencontrées (par exemple par L et S) ne sont pas évoquées.

Dans cette classe, c'est la droite passant par C qui a été tracée en premier sur le dessin à main levée au début de la séance. Il n'est donc pas étonnant que ce problème de chronologie se pose.

Commencer par tracer la droite qui passe par C dans l'environnement tracenpoche est en soi possible. Mais elle sera définie à partir de deux points, le point C et un autre point ( cf illustration

59). Or cet autre point n'est pas dans le schéma au tableau (cf illustration 60).

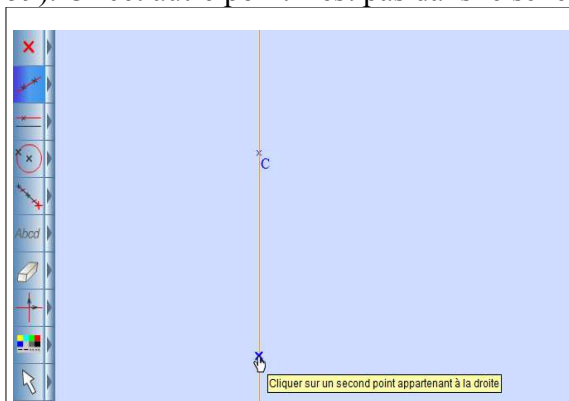


Illustration 59

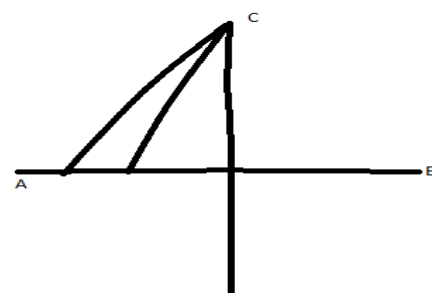


Illustration 60

Les élèves veulent obtenir une droite d, conforme au tableau, c'est-à-dire elle ne passe que par le point C. Dans l'environnement tracenpoche, une droite est définie soit par deux points, dans ce cas, les deux points sont visibles, soit par un point et une direction (parallèle ou perpendiculaire). Cette distinction, qui correspond à une contrainte mathématique, se traduit par un choix différent de boutons. Dans le premier cas (cf illustration 61), il s'agit de définir une droite connaissant deux points. Dans le deuxième cas (cf illustration 62), il s'agit de choisir une droite, dans un autre menu, définie par une droite et une direction.

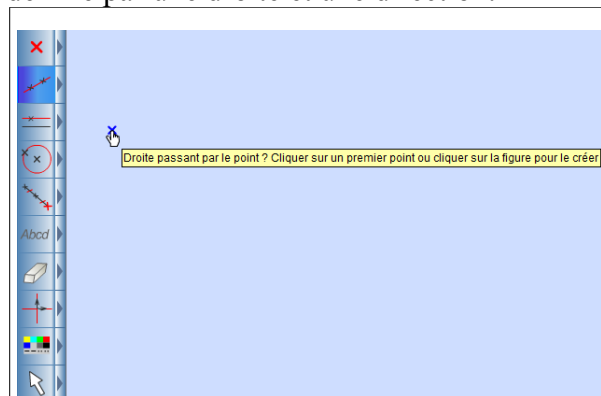


Illustration 61

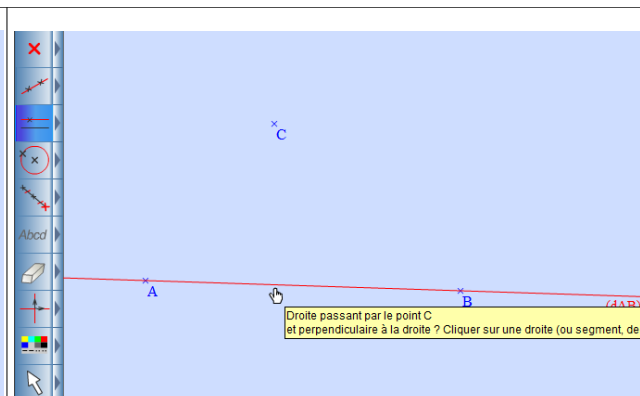


Illustration 62

Nous voyons que le professeur ne veut pas rentrer dans ces connaissances mathématiques et range cette difficulté du côté des connaissances instrumentales, le logiciel demandait un point qui n'existait pas, par conséquent, dans l'environnement tracenpoche, il est indispensable de commencer par le segment [AB]. La position topogénétique du professeur est haute, il conclut que ce n'est pas la chronologie attendue.

## 7.4 - Conclusion par rapport à cette classe

### 7.4.1 - Rappel de la chronologie

Le professeur présente un pont à haubans. Puis, il fait établir collectivement un schéma d'un pont à haubans (JA1\_S1\_T). Il demande aux élèves de réaliser les tâches de construction de la figure, tâches notées t2,1,tep\* et t2,1,tep\* dans l'environnement tracenpoche. Nous analysons un binôme (JA2\_S1\_T\_L\_S). Enfin, il présente les constructions des élèves et les fait commenter collectivement (JA3\_S1\_T).

### 7.4.2 - Rappels de nos questions de recherche

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance

technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

#### **7.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Dans cette classe, nous avons rencontré deux élèves, Léa et Sirine, qui savent tracer une droite perpendiculaire au segment [AB] passant par un point C, extérieur à la droite (AB) : lorsqu'elles ne parviennent pas à sélectionner le bouton « perpendiculaire », elles tracent le segment [AB] puis la perpendiculaire. Pendant ce temps, elles discutent de toute autre chose. De leurs points de vue, ce qui est demandé ne mérite pas plus d'attention que cela. Par contre, lorsque le déplacement d'un point donne à voir quelque chose d'inattendu (cf illustration 34), alors elles se mettent à réfléchir. La « figure », en tant qu'ensemble de dessins conservant la même propriété n'est pas accessible d'emblée. Le déplacement lent, produit par le chercheur-praticien, leur permet d'accéder à la figure. Un peu plus tard, les deux élèves utiliseront le même déplacement lent pour voir si le segment tracé convient (cf illustration 47). Ainsi, à travers l'usage du déplacement et la présence du professeur (ici le chercheur-praticien), les deux élèves font l'expérience de l'orthogonalité, passant du « dessin » de deux droites sécantes et perpendiculaires à la « figure », deux droites perpendiculaires, sécantes ou non.

#### **7.4.4 - Initiatives du professeur**

Le professeur a choisi de ne travailler que dans l'environnement tracenpoche concernant cette situation. À la fin, il affiche les constructions des élèves : mais ce n'est pas la construction en tant que « dessin » qu'il donne à voir, mais la « figure ». Il déplace les points déplaçables tout en posant des questions sur la validation de leur construction. Les constructions enregistrées des élèves sont obtenues en utilisant les techniques perceptivo-théoriques de notre analyse *a priori*. Toutes les recherches intermédiaires des élèves ne sont pas exprimées.

### **8 - Conclusion partielle concernant la situation 1 mise en œuvre dans les trois classes**

#### **8.1 - Rappels de nos questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

#### **8.2 - Résultats par rapport à nos questions de recherche**

Dans cette situation, nous avons introduit l'usage du logiciel de géométrie dynamique tracenpoche pour des constructions « simples », mais dont les contraintes instrumentales imposent une chronologie : tracer un segment [AB] ou une droite (AB), tracer la perpendiculaire à la droite (AB) passant par un point C placé à l'extérieur de la droite (AB), tracer des segments dont une extrémité est le point C et l'autre extrémité est un point du segment [AB].

Notre hypothèse de travail est d'utiliser le logiciel de géométrie dynamique pour faire travailler la notion de figure (il est conçu ainsi). La technique nouvelle de construction de la perpendiculaire dans l'environnement tracenpoche met en évidence le triplet « perpendiculaire + à?+ passant par ? » en cela que les éléments sont sélectionnés. Ainsi, par exemple, nous avons vu deux élèves de la classe de T vouloir choisir le bouton « perpendiculaire » avant de définir les éléments géométriques nécessaires à cette construction. L'environnement tracenpoche contraint donc l'élève à penser la

notion de perpendicularité comme une relation à une droite donnée. Par contre, le logiciel crée le point C : un simple clic donne à voir à l'élève la présence nécessaire de ce point, mais l'action de l'élève n'est pas de sélectionner le bouton « point ». La conséquence est que l'élève peut ne pas voir le clic comme une action réelle de création. Autrement dit, la construction d'une perpendiculaire passe par deux connaissances instrumentales : dans un premier temps, sélectionner le bouton « perpendiculaire » suivi de sélectionner la direction, dans un deuxième temps, cliquer en un point pour sélectionner ce point. Ces connaissances instrumentales rendent explicite une connaissance mathématique, une droite est perpendiculaire à une direction donnée, mais elles laissent implicite la présence du point.

Ainsi, nous notons l'avancée que représente l'environnement tracenpoche par rapport à l'environnement papier-crayon. La construction de deux droites perpendiculaires dans l'environnement papier-crayon peut passer par l'utilisation des deux côtés de l'équerre, le premier côté représente donc implicitement la première direction, le deuxième côté la direction perpendiculaire à la première direction, le fait que cette droite passe par un point est également implicite.

Dans cette situation, nous avons illustré un moment où la technique nouvelle éclaire le concept de deux droites perpendiculaires. Le déplacement, en tant que règle définitoire dans l'environnement tracenpoche, donne à voir deux droites perpendiculaires, quelle que soit la position de ces droites. Autrement dit, il s'agit bien de la « figure », où l'ensemble des dessins à l'écran ont la même propriété, ici le fait d'être perpendiculaire, indépendamment de la position initiale, horizontale et verticale.

Nous avons illustré un moment où la notion de perpendicularité prend un sens différent dans l'environnement tracenpoche (PB). Si le « dessin » ressemble à deux droites perpendiculaires, l'usage de l'équerre est insuffisant à dire si les droites sont effectivement perpendiculaires. Nous savons par ailleurs qu'un dessin pour illustrer un énoncé peut donner à voir un angle droit là où il n'y en a pas.

### **8.3 - Perspectives**

Nous avançons alors une nouvelle perspective : une technique nouvelle dans l'environnement tracenpoche permet à deux élèves de découvrir le concept d'orthogonalité. Ainsi, la construction de deux droites perpendiculaires dans l'environnement tracenpoche suivie du déplacement d'un point donnent à voir que deux droites peuvent être perpendiculaires même si elles ne sont pas sécantes. Ainsi, une technique nouvelle aboutit à renforcer le concept de perpendicularité. Le nouveau vient ici refaire travailler l'ancien.

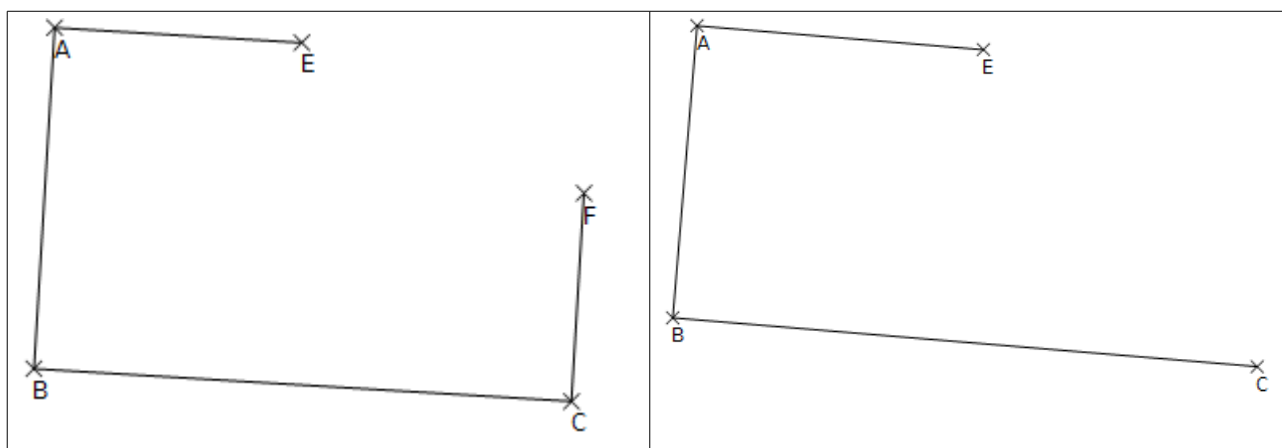
Dans les trois classes filmées, nous avons présenté des « inventions professorales ». Les professeurs de M et de PB choisissent de donner à voir les relations géométriques sur leur propre construction. La perpendicularité est attestée par le codage de l'angle droit ou l'équerre qui est placée sur l'écran projeté au tableau. Elle est ensuite contredite par l'équerre dans la classe de PB. Le professeur de T prend les constructions des élèves, qu'il présente en les déplaçant tout en parlant.

Cette inventivité s'exerce en fonction de la compréhension de la situation par le professeur. Elle est déterminée par les habitudes de classe du professeur et des élèves. Dans certains cas, elle est féconde : par exemple l'équerre sur l'écran vidéoprojeté est une originalité à laquelle le chercheur-praticien n'a pas pensé. Si au point de départ, cette inventivité peut être contestable puisqu'elle intègre une technique ancienne directement issue de l'environnement papier-crayon dans l'environnement tracenpoche, il conviendrait de comprendre ce qui amène le professeur à prendre cette décision, et voir les effets sur l'apprentissage de la géométrie à plus ou moins long terme. Dans ces conditions, nous nous interrogeons sur la manière de prendre en compte ces inventions professorales.

## Situation 2<sup>30</sup>

### 1 - Description de la situation

Dans un premier temps, deux rectangles différents sont à compléter, d'abord dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche. Les instruments de tracé sont contraints, seules la règle non graduée et l'équerre sont autorisées.



Dans un deuxième temps, à partir d'une photographie (cf illustration 1 et 2) représentant le pont du Gard, il s'agit de schématiser une arche, à savoir mettre en évidence le rectangle dont un côté est diamètre du cercle (cf illustration 3).

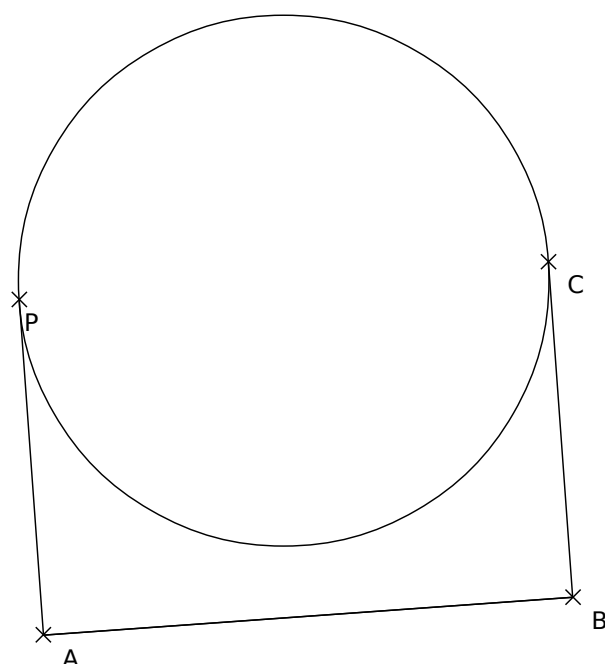


*Illustration 1*



*Illustration 2*

<sup>30</sup> Cette situation a été adaptée de la situation des rectangles de la thèse de Angela Maria Restrepo (2008)



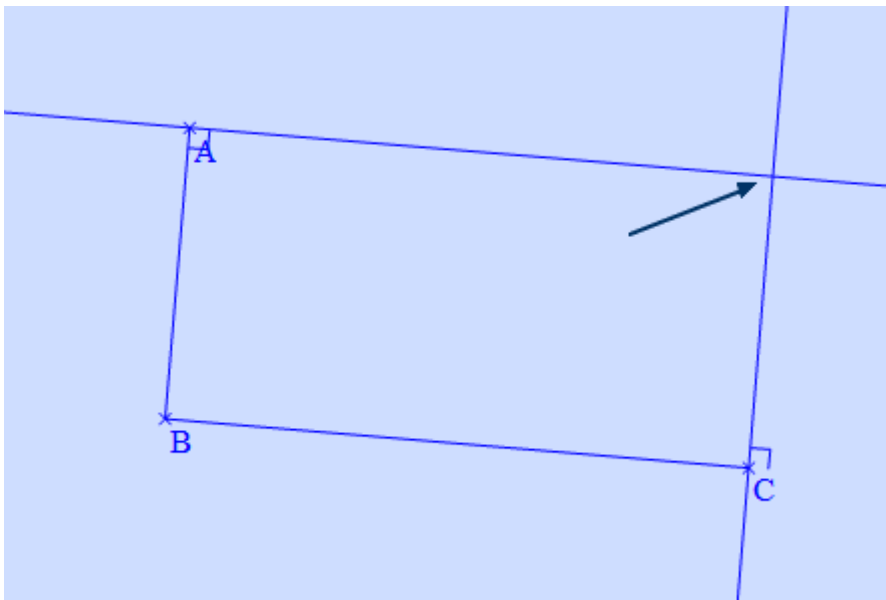
*Illustration 3:*

Dans un troisième temps, il convient de construire cette figure dans l'environnement tracenpoche (cf illustration 3).

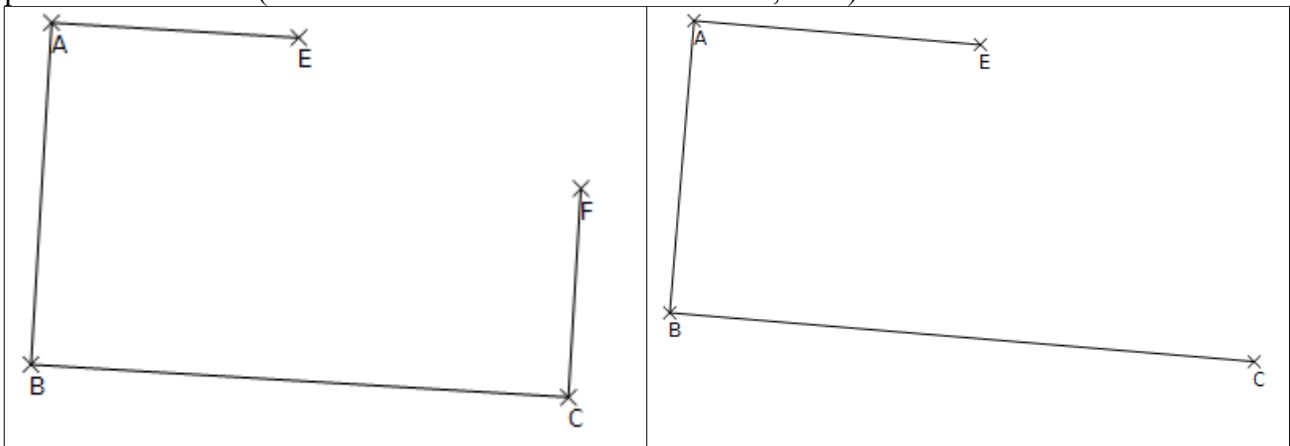
## 2 - Les choix de conception

Le rectangle est un quadrilatère connu des élèves : dès le CE2, ils ont construit, reconnu un rectangle avec la règle et l'équerre. Nous faisons le choix d'introduire de nouvelles connaissances instrumentales sur des connaissances mathématiques anciennes. Il s'agit d'établir une « juste distance » entre l'ancien et le nouveau (Assude, 2002). Par ailleurs, les techniques dans l'environnement papier-crayon consistent à prendre l'équerre pour tracer les angles droits, sans nécessairement nommer ce qui est fait. Ce sont des techniques faibles (au sens où nous l'avons redéfini). Notre intention est de faire construire les perpendiculaires dans l'environnement tracenpoche de sorte que les élèves aient à choisir le bouton « perpendiculaire », puis à sélectionner la direction et un point, transformant ainsi la technique faible en une technique forte. Dans la première situation, ils ont travaillé cette connaissance instrumentale. Il s'agit donc d'un réinvestissement dans une situation mathématique nouvelle (un rectangle commencé). Pour donner à voir cette évolution, nous alternons l'environnement papier-crayon et l'environnement tracenpoche (mode « d'entrelacement », Assude, 2007). Par ailleurs, nous nous sommes rendus compte qu'en cours de construction du rectangle, la définition du « point d'intersection » est nécessaire.





Nous avons proposé une première partie, mettant en évidence la notion de point d'intersection, sans avoir besoin de connaissances instrumentales concernant le bouton « perpendiculaire ». Nous avons introduit deux rectangles intermédiaires, le premier où il convient de tracer deux droites définies par deux points et leur point d'intersection (mode d' « initiation instrumentale », *Ibid.*), le deuxième où il convient de tracer une droite définie par deux points, une droite perpendiculaire à une autre et leur point d'intersection (mode de « renforcement instrumental », *Ibid.*).



Par ailleurs, le logiciel crée des droites en tant que côté du rectangle. Il est donc possible de transformer une droite en un segment, rendant invisible la droite et en retraçant le segment, avec le bouton « rendre invisible » (« initiation instrumentale », *Ibid.*).

Le choix de prendre une photographie, ici le pont du Gard, tient aux habitudes de travail dans les classes. Les élèves ont appris à modéliser la situation. Nous avons proposé aux enseignants une modélisation qui puisse être réalisée dans l'environnement tracenpoche sans introduire de nouveau bouton tel que l'arc de cercle (mode « juste distance », *Ibid.*). Ainsi, nous avons proposé une manière de faire aux enseignants, un rectangle et un cercle dont un diamètre est un côté du rectangle. Le rectangle a un côté non visible. Les boutons pour tracer un cercle sont nouveaux (mode « initiation instrumentale », *Ibid.*). Les élèves tracent pour la première fois un rectangle, sans aide dans l'environnement tracenpoche (« nouveau », Assude, 2002), mais ils ont terminé deux rectangles commencés. Ils peuvent s'y référer (mode « juste distance », Assude, 2007). Les élèves utilisent à nouveau le bouton « rendre invisible » (mode « renforcement instrumental », *Ibid.*). Cette connaissance instrumentale n'est pas en lien avec des connaissances mathématiques. Mais nous pensons que les traits de construction dans l'environnement papier-crayon peuvent être discrets (un arc de cercle). Ce n'est pas le cas dans l'environnement tracenpoche (un cercle complet).



### 3 - Analyse a priori

#### 3.1 - Analyse a priori descendante du point de vue des savoirs mathématiques

Dans cette deuxième situation, différentes notions mathématiques sont étudiées. D'une part, les notions de parallélisme et de perpendicularité sont réinvesties. La notion de perpendicularité a été travaillée dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche dans la situation précédente. La notion de parallélisme a été introduite en CM1 et reprise en CM2. Nous reprenons ici le texte des programmes du cycle 3<sup>31</sup> concernant cette notion. En CM1, nous pouvons lire « Reconnaître que deux droites sont parallèles », en CM2 « Utiliser les instruments pour vérifier le parallélisme de deux droites (règle et équerre) et pour tracer des droites parallèles ».

D'autre part, un travail est proposé sur le rectangle. Dès qu'un élève de cycle 3 a construit le rectangle, il vérifie que c'est un rectangle du fait de la présence des quatre angles droits. Les constructions du rectangle dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche vont s'appuyer sur la construction de perpendiculaires et/ou de parallèles.

La situation est prévue en trois temps. Un premier temps, organisé en deux étapes, est consacré au rectangle. Un deuxième temps reprend un travail de modélisation et de construction. Un troisième temps est prévu pour construire une figure dans l'environnement tracenpoche.

##### a) Premier temps

Pour une première étape, il s'agit de compléter un rectangle ABCD, les points A, B et C et trois angles droits en A, B et C étant tracés mais non codés (cf illustration 4), successivement dans l'environnement papier-crayon avec la règle non graduée et l'équerre, puis dans l'environnement tracenpoche.

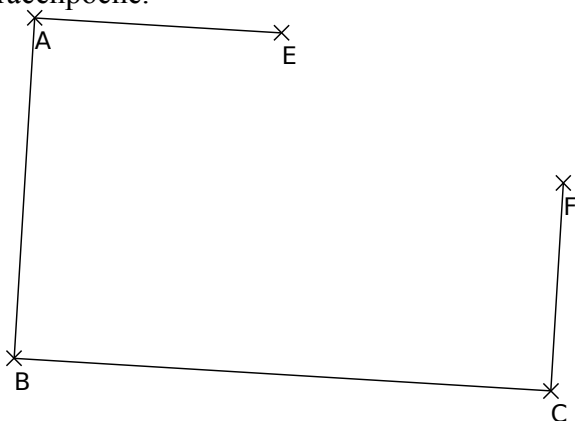


Illustration 4:

Pour terminer la construction, le point D est défini ici comme le point d'intersection des droites (AE) et (CF). Dans l'environnement papier-crayon, il est aisé de placer ce point. Par contre, dans l'environnement tracenpoche, il est nécessaire de préciser la nature de ce point avant de le placer. En effet, le point doit être défini comme point d'intersection de deux objets avec le bouton point

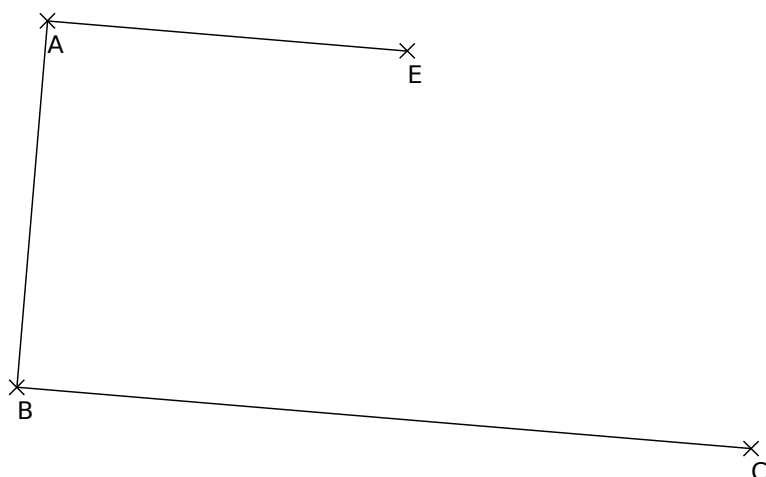


d'intersection. La construction de ce rectangle repose sur le théorème suivant : si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle.

Dans une deuxième étape, il s'agit de compléter un rectangle ABCD, les points A, B et C et deux angles droits en A, B étant tracés mais non codés (cf illustration 5), successivement dans l'environnement papier-crayon avec la règle non graduée et l'équerre, puis dans l'environnement tracenpoche.

---

31 BO n°3, juin 2008



*Illustration 5:*

Pour terminer cette construction, il est possible de tracer l'angle droit en C, en s'appuyant sur la définition du rectangle, ou de tracer la parallèle à la droite (AB) passant par le point C et la parallèle à (BC) passant par A en s'appuyant sur le théorème (si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle). Le point D est alors défini comme point d'intersection des droites que l'on vient de tracer (comme nous l'avons signalé dans le premier temps). Dans l'environnement papier-crayon, ce point est facilement repéré. Dans l'environnement tracenpoche, il convient de choisir le bouton



point d'intersection.

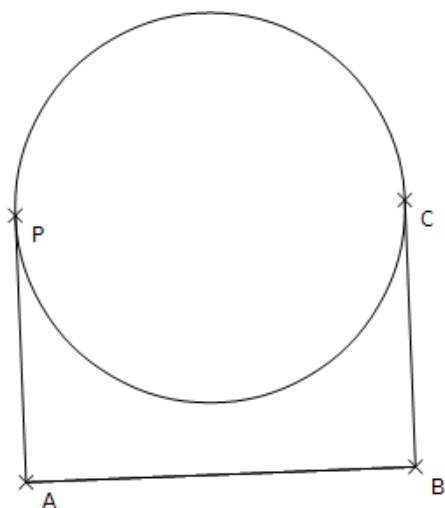
Dans ces deux étapes, la validation de la construction passe par l'usage de l'équerre dans l'environnement papier-crayon. Dans l'environnement tracenpoche, la validation se fait par la conservation du rectangle au cours du déplacement des points déplaçables.

b) Deuxième temps

Dans un deuxième temps, à partir d'une photographie (cf illustration 2), il s'agit de produire un schéma. Un rectangle et un cercle sont mis en évidence.

c) Troisième temps

Dans un troisième temps, à la suite d'une construction proposée par l'enseignant dans l'environnement tracenpoche sur laquelle une arche est représentée par un rectangle (dont un côté est rendu invisible) et un cercle, les élèves doivent reproduire la figure (cf illustration 6).




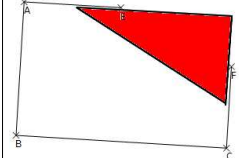
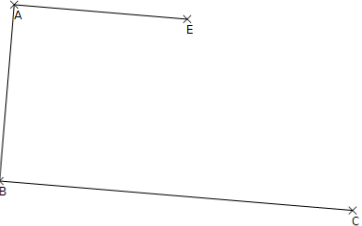
*Illustration 6*

Le cercle est défini soit par un diamètre, ici [PC], soit par un centre et un point du cercle, ici le milieu de [PC] et le point C par exemple. Ces notions ont été introduites en CM1. Nous reprenons

ici le texte des programmes du cycle 3, en CM1 « utiliser en situation le vocabulaire géométrique : (...), centre d'un cercle, rayon, diamètre ». La chronologie de la construction n'est pas imposée : il est possible de commencer par le cercle puis de terminer par le rectangle ou l'inverse. La validation dans l'environnement tracenpoche se fait par la conservation du rectangle et du cercle dont un diamètre est sur l'un de ses côtés, au cours du déplacement des points déplaçables. Les directions horizontale et verticale ne sont plus privilégiées.

### **3.2 - Analyse *a priori* ascendante du point de vue des actions possibles des élèves**

Pour faciliter la lecture, nous présentons d'abord les différents types de tâches et de techniques sous forme de tableau puis nous expliciterons. Nous respectons un ordre chronologique.

Type de tâches	Tâches	Type de techniques	Techniques
T2 : construire une figure	t2,3,pc compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles $\hat{A}$ , $\hat{B}$ et $\hat{C}$ sont droits. 	CIpc faible	$\tau$ 2,3,pc,1 placer l'équerre de sorte que les côtés de l'angle droit soient placés respectivement sur les droites (AE) et (CF) puis à placer le point D en prolongeant les droites. 
		CIpc faible	$\tau$ 2,3,pc,2 prolonger les droites (AE) et (CF) avec la règle puis à placer le point D à l'intersection de ces deux droites.
T3 : reproduire une figure	t3,3,tep	CPTtep forte	$\tau$ 3,3,tep,1 tracer les droites (AE) et (CF) et le point D.
		CPMtep	$\tau$ 3,3,tep,2 tracer les droites (AE) et (CF) avec le point D perceptivement à l'intersection de ces deux droites.
		CPtep	$\tau$ 3,3,tep,3 placer le point D, de manière perceptive et de tracer les segments.
T2 : construire une figure	t2,4,pc compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles $\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont droits. 	CIpc faible	$\tau$ 2,4,pc,1 tracer, avec l'équerre, successivement la perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point C, la droite (AE) et le point d'intersection D.
		CIpc faible	$\tau$ 2,4,pc,2 à tracer, avec la règle et l'équerre, la parallèle à la droite (AC) passant par le point C, la droite (AE) comme dans l'étape 1, et le point d'intersection D.
		CPpc	$\tau$ 2,4,pc,3 tracer, avec la règle uniquement, la parallèle à la droite (AB) passant par le point C, la droite (AE) comme dans l'étape 1, et le point d'intersection D.
T3 : reproduire une figure	t3,4,tep compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles $\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont droits.	CPTtep	$\tau$ 3,4,tep,1 tracer la perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point C, la droite (AE) puis le point D à l'intersection des deux droites.
		CPMtep	tracer la perpendiculaire à la droite

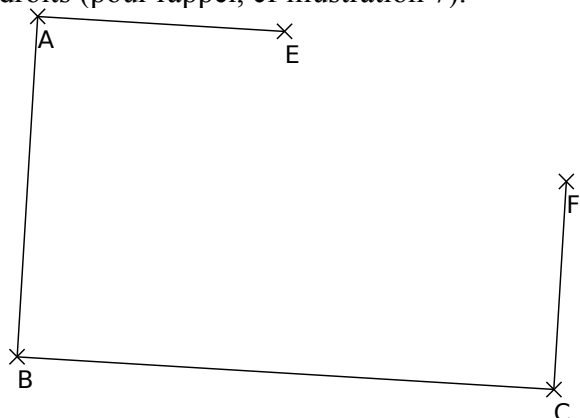
			(BC) passant par le point C, la droite (AE) puis le point D perceptivement à l'intersection des deux droites.
		CPTtep	$\tau_{3,4,tep,2}$ tracer la parallèle à la droite (AB) passant par le point C, la droite (AE) puis le point D à l'intersection des deux droites.
		CPMtep	tracer la parallèle à la droite (AB) passant par le point C, la droite (AE) puis le point D perceptivement à l'intersection des deux droites.
		CPtep	$\tau_{3,4,tep,3}$ tracer une droite qui passe par le point C et un point D, qui est perceptivement le quatrième sommet du rectangle
T1 : représenter à main levée	t1,3 mettre en évidence un rectangle et un cercle, dont le diamètre est un côté du rectangle.	invisible	
T4 : reconnaître une figure	t4,1,tep reconnaître un rectangle ABCP.	RPTtep	$\tau_{4,1,tep,1}$ déplacer les points déplaçables et à reconnaître que ABCP est un rectangle.
		RPtep	$\tau_{4,1,tep,2}$ reconnaître que ABCP est un rectangle.
	t4,2,tep reconnaître un cercle de diamètre [PC].	RPTtep	$\tau_{4,2,tep,1}$ déplacer les points déplaçables et à reconnaître que le cercle a pour diamètre [PC] d'autre part.
		RPtep	$\tau_{4,2,tep,2}$ reconnaître que le cercle a pour diamètre [PC].
T3 : reproduire une figure	t3,5,tep reproduire un rectangle	CPTtep	$\tau_{3,5,tep,1}$ tracer un quadrilatère qui est un rectangle, en tenant compte des propriétés mathématiques.
		CPMtep	$\tau_{3,5,tep,2}$ tracer un quadrilatère qui est un rectangle, en tenant compte des propriétés mathématiques, mais la sélection de la nature du point font défaut.
		CPtep	$\tau_{3,5,tep,3}$ tracer un quadrilatère qui est perceptivement un rectangle.
	t3,6,tep reproduire un cercle	CPTtep forte	$\tau_{3,6,tep,1}$ tracer le cercle, de centre le milieu du segment [PC] et qui passe par C
		CPTtep forte	$\tau_{3,6,tep,2}$ tracer le cercle, de diamètre [CP].

		CPtep	$\tau_{3,6,tep,3}$ tracer un cercle en sélectionnant le milieu du segment [PC] de manière perceptive
--	--	-------	--

#### a) Premier temps

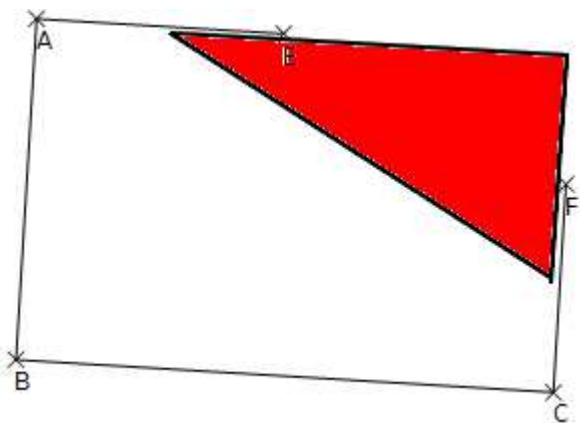
Le premier temps est consacré au rectangle, à compléter, alternativement dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche.

Dans la première étape, un type de tâches, noté T2, est attendu : construire une figure. Plus précisément, dans l'environnement papier-crayon, l'élève doit effectuer la tâche  $t_{2,3,pc}$  qui consiste à compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  et  $\hat{C}$  sont droits (pour rappel, cf illustration 7).



*Illustration 7:*

Une première technique  $\tau_{2,3,pc,1}$ , de type Clpc<sup>32</sup> consiste à placer l'équerre de sorte que les côtés de l'angle droit soient placés respectivement sur les droites (AE) et (CF) puis à placer le point D en prolongeant les droites (cf illustration 8).



*Illustration 8*


Cette technique est faible<sup>33</sup>. En effet, elle est expliquée par la présence de l'équerre mais elle n'est pas justifiée. Telle qu'elle est posée, l'équerre permet de terminer la construction. En effet, elle conduit à tracer la perpendiculaire à la droite (CF) passant par le point E (ou à tracer la perpendiculaire à la droite (AE) passant par le point F). Dans ce cas, le point D est à l'intersection de cette perpendiculaire et de la droite (CF) (ou de cette perpendiculaire et de la droite (AE)). Mais la position de l'équerre pourrait ne pas aboutir au résultat attendu si les côtés ne sont pas



<sup>32</sup> Technique Clpc: technique instrumentée lors de la construction dans l'environnement papier-crayon. On se place au niveau de la figure. L'instrument utilisé est adéquat.

<sup>33</sup> Technique faible (au sens où nous l'avons précisé).

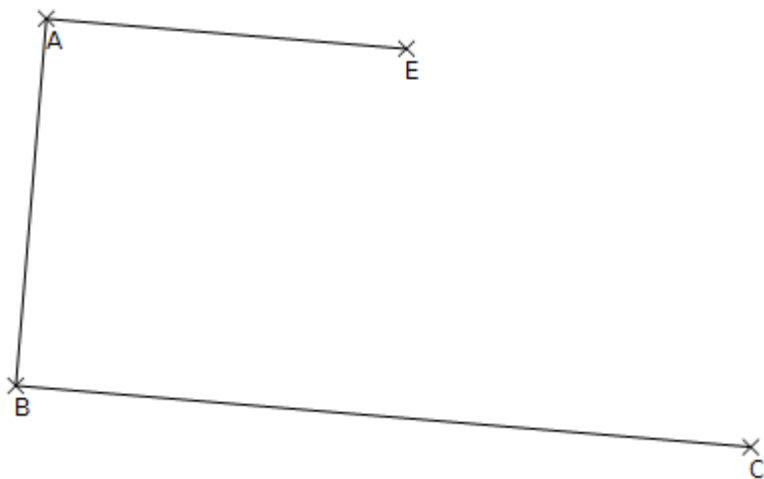
suffisamment grands pour atteindre les segments [AE] et [CF].

Une deuxième technique  $\tau_{2,3,pc,2}$ , de type Clpc consiste à prolonger les droites (AE) et (CF) avec la règle puis à placer le point D à l'intersection de ces deux droites. Cette technique est faible. L'usage de la règle permet de réaliser correctement la construction mais les élèves n'explicitent pas ce qu'ils font.

Puis dans l'environnement tracenpoche, l'élève doit reproduire le même travail dans l'environnement tracenpoche, en ce sens nous parlons de reproduction. Il a donc la tâche  $t_{3,3,tep}$  qui consiste à compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  et  $\hat{C}$  sont droits. La technique  $\tau_{2,3,pc,1}$  n'est pas transposable dans l'environnement tracenpoche. Une première technique notée  $\tau_{3,3,tep,1}$ , de type CPTtep<sup>34</sup> que l'élève peut mettre en œuvre, consiste à tracer les droites (AE) et (CF). Ainsi, il sélectionne le bouton droite , sélectionne et valide

successivement les points A puis E. Puis il place le point D à l'intersection de ces deux droites. Pour cela, il choisit le bouton point d'intersection , il sélectionne et valide les droites (AE) puis (CF). Cette technique est forte<sup>35</sup>. En effet, l'explicitation de la technique passe par les connaissances instrumentales à mettre en œuvre. C'est ainsi que l'expression « prolonger AE » devient, à travers les actions dans la logiciel « tracer la droite (AE) » ou encore « placer D là » devient « placer le point d'intersection D, entre les droites (AE) et (CF) ». Une deuxième technique notée  $\tau_{3,3,tep,2}$  de type CPMtep<sup>36</sup> que l'élève peut mettre en œuvre, consiste à tracer les droites (AE) et (CF). Ainsi, il sélectionne le bouton droite , sélectionne et valide successivement les points A puis E. Puis il place le point D perceptivement à l'intersection de ces deux droites. Une troisième technique notée  $\tau_{3,3,tep,3}$ , de type CPtep<sup>37</sup> que l'élève peut mettre en œuvre, consiste à placer le point D, de manière perceptive et de tracer les [AD] (ou [ED]) et [CD] (ou [FD]).

Dans la deuxième étape, un type de tâches, noté T2, est attendu : construire une figure. Plus précisément, l'élève doit effectuer la tâche  $t_{2,4,pc}$  qui consiste à compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  sont droits (pour rappel, cf illustration 9).



*Illustration 9*

Une première technique  $\tau_{2,4,pc,1}$ , de type Clpc consiste à tracer, avec l'équerre, successivement la

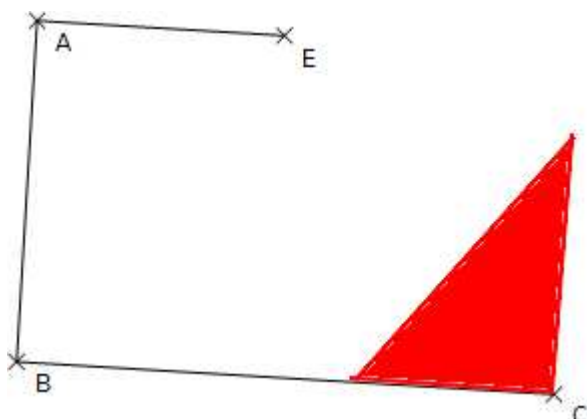
34 Technique CPTtep : technique perceptivo-théorique. On se place au niveau de la figure.

35 Technique forte : au sens où nous l'avons défini.

36 Technique CPMtep : technique perceptive. On se place au niveau du dessin. Mais des connaissances mathématiques ont été utilisées, mais de manière incomplète.

37 Technique CPtep : technique perceptive. On se place au niveau du dessin.

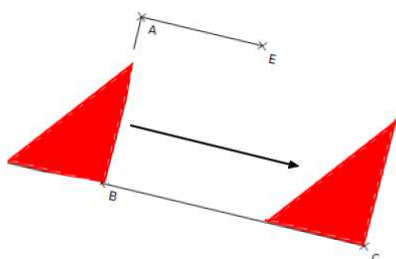
perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point C (cf illustration 10), la droite (AE) comme dans l'étape 1, et le point d'intersection D.



*Illustration 10*

Cette technique est faible. Placer un côté de l'équerre sur la droite (BC) en plaçant l'angle droit de l'équerre sur le point C permet de tracer ce qui est attendu. Mais l'instrument permet d'obtenir le résultat sans avoir à expliciter la manière de faire. Cette perpendiculaire étant faite, les élèves se retrouvent dans la situation de la première étape.

Une deuxième technique  $\tau_{2,4,pc,2}$ , de type Clpc consiste à tracer, avec la règle et l'équerre, la parallèle à la droite (AC) passant par le point C (cf illustration 11), la droite (AE) comme dans l'étape 1, et le point d'intersection D.



*Illustration 11*

Cette technique est faible dans la mesure où l'instrument permet d'obtenir le résultat sans avoir à expliciter la manière de faire. Cette parallèle étant faite, les élèves se retrouvent dans la situation de la première étape.

Une troisième technique  $\tau_{2,4,pc,3}$ , de type CPpc consiste à tracer, avec la règle uniquement, la parallèle à la droite (AB) passant par le point C, la droite (AE) comme dans l'étape 1, et le point d'intersection D.

Puis dans l'environnement tracenpoche, l'élève doit effectuer la tâche  $t_{3,4,tep}$  qui consiste à compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  sont droits (cf illustration 9), comme il l'a déjà fait dans l'environnement papier-crayon.


Une première technique  $\tau_{3,4,tep,1}$ , de type CPTtep<sup>38</sup> consiste à tracer la perpendiculaire à la droite (BC) passant par le point C, la droite (AE) puis le point D à l'intersection des deux droites qu'il



vient de tracer. L'élève doit sélectionner le bouton perpendiculaire, sélectionner et valider la droite (BC), puis sélectionner et valider le point C. Il se retrouve ainsi dans la situation de l'étape 1. Cette technique est forte dans la mesure où les contraintes du logiciel sont telles que l'élève est confronté à expliciter ce qu'il fait.

<sup>38</sup> Technique CPTtep : technique perceptivo-théorique. On se place au niveau de la figure.



Un deuxième technique  $\tau_{3,4,tep,2}$ , de type CPT<sub>tep</sub> revient à tracer la parallèle à la droite (AB) passant par le point C, la droite (AE) puis le point D à l'intersection des deux droites qu'il vient de tracer. L'élève doit sélectionner le bouton parallèle , sélectionner et valider le point C, sélectionner et valider la droite (AB).

Comme dans l'étape précédente, ces techniques peuvent s'avérer perceptives du fait de la non déclaration de la nature du point D, en tant que point d'intersection. Les constructions ne résistent pas au déplacement.

Une troisième technique  $\tau_{3,4,tep,3}$  de type CP<sub>tep</sub><sup>39</sup> consiste à tracer une droite qui passe par le point C et un point D, qui est perceptivement le quatrième sommet du rectangle. Le dessin qui apparaît à l'écran est perceptivement un rectangle, mais le dessin est construit sans tenir compte des propriétés mathématiques.

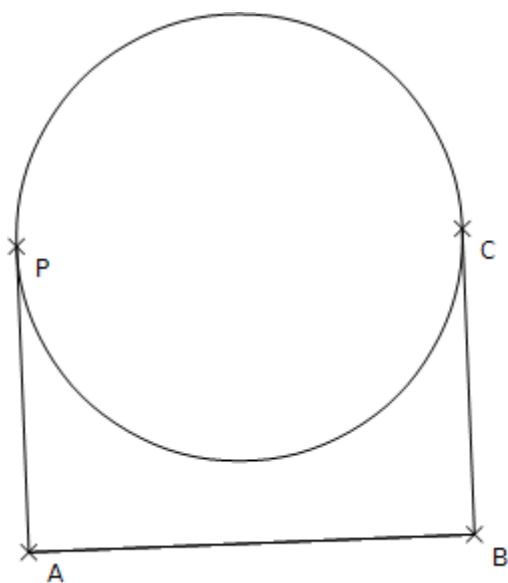
Pour ces deux étapes, dans l'environnement papier-crayon, la validation se fait par le contrôle des quatre angles droits avec l'équerre. Le discours technologique prend appui sur le théorème « si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle ». Dans l'environnement tracenpoche, la validation se fait par le déplacement. Si au cours du déplacement d'un point, le rectangle ne reste pas un rectangle, alors la construction est fautive et il faut recommencer. Si au cours du déplacement de tout point déplaçable, la construction reste un rectangle, alors la construction est juste.

#### b) Deuxième temps

Dans un deuxième temps, à partir d'une photographie du pont du Gard, un type de tâche, noté T1, est attendu des élèves, à savoir représenter à main levée une figure. Plus précisément, il s'agit ici de la tâche t1,3 qui consiste à mettre en évidence un rectangle et un cercle, dont le diamètre est un côté du rectangle. Les techniques pour modéliser la situation s'appuient sur une familiarisation avec le problème, le rectangle et le cercle sont des figures usuelles rencontrées régulièrement, ces techniques sont invisibles.

#### c) Troisième temps

Dans le troisième temps, une première étape prend appui sur la construction proposée par l'enseignant dans l'environnement tracenpoche. Un type de tâches, noté T4, est attendu des élèves, à savoir reconnaître une figure. Plus précisément, il s'agit des tâches t4,1,tep reconnaître un rectangle ABCP et t4,2,tep reconnaître un cercle de diamètre [PC] (pour mémoire, cf illustration 12) dont le support est la figure proposée par le professeur dans l'environnement tracenpoche.



39 Technique CP<sub>tep</sub> : technique perceptive (on se place au niveau du dessin), qui ne prend pas en compte ni les propriétés mathématiques ni les contraintes instrumentales.

Les techniques  $\tau_{4,1,tep,1}$  et  $\tau_{4,2,tep,1}$  de type RPTtep<sup>40</sup> consistent à déplacer les points déplaçables et à reconnaître la figure quelles soient ses dimensions et son orientation : reconnaître que ABCP est un rectangle dont le segment [PC] est rendu invisible d'une part et que le cercle a pour diamètre [PC] d'autre part. Dans les deux cas. Cette technique est faible, dans la mesure où au cours du déplacement, l'élève reconnaît un rectangle et un cercle, mais il n'est pas amené à justifier les raisons de son choix.

Les techniques  $\tau_{4,1,tep,2}$  et  $\tau_{4,2,tep,2}$  de type RPtep<sup>41</sup>, consiste à reconnaître les éléments simples de la construction : reconnaître que ABCP est un rectangle dont le segment [PC] est rendu invisible d'une part et que le cercle a pour diamètre [PC] d'autre part. Cette technique est invisible<sup>42</sup>. La reconnaissance du rectangle ou du cercle se fait par référence à des objets mathématiques en mémoire sans recours à toute justification. L'élève se place au niveau du « dessin ».


Une deuxième étape se déroule dans l'environnement tracenpoche. Un type de tâche est attendu ici, noté T3 : reproduire une figure géométrique dans l'environnement tracenpoche. Plus précisément, il s'agit pour l'élève de réaliser deux tâches. Une première tâche notée  $t_{3,5,tep}$  consiste à reproduire un rectangle et une deuxième tâche notée  $t_{3,6,tep}$  à reproduire un cercle dont un diamètre est le côté du rectangle. La chronologie n'est pas imposée.

Une première technique notée  $\tau_{3,5,tep,1}$  revient à tracer un quadrilatère qui est un rectangle, en tenant compte des propriétés mathématiques, soit en traçant trois angles droits, soit en traçant un angle droit et des parallèles. Cette technique, de type CPTtep, permet d'obtenir la construction attendue. Elle résiste au déplacement. Elle est forte (au sens où nous l'avons défini) dans la mesure où les actions menées dans le logiciel mettent en œuvre explicitement les propriétés mathématiques attendues « si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle » ou « si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle ».

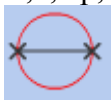
Une deuxième technique notée  $\tau_{3,5,tep,2}$  revient à tracer un quadrilatère qui est un rectangle, en tenant compte des propriétés mathématiques, soit en traçant trois angles droits, soit en traçant un angle droit et des parallèles, mais les connaissances instrumentales telles que la sélection de la nature du point font défaut. Cette technique est de type CPMtep.

Une troisième technique notée  $\tau_{3,5,tep,3}$  revient à tracer un quadrilatère qui est perceptivement un rectangle, sans tenir compte des propriétés mathématiques. Cette technique, de type CPtep, ne permet pas d'obtenir la construction attendue.

Concernant la construction du cercle, nous pouvons présenter de la même manière trois techniques.

Une première technique notée  $\tau_{3,6,tep,1}$  revient à tracer le cercle, de centre le milieu du segment [PC] et qui passe par C, le milieu étant au préalable défini. Le bouton cercle défini par son centre et un point  est sélectionné.

Une deuxième technique notée  $\tau_{3,6,tep,2}$  revient à tracer le cercle, de diamètre [CP]. Le bouton


« cercle défini par un diamètre »  est sélectionné, puis les points C et P sont sélectionnés et validés.

Ces techniques, de type CPTtep, permettent d'obtenir le cercle attendu. Il résiste au déplacement. Elles sont fortes (au sens où nous l'avons défini) dans la mesure où les actions menées dans le logiciel mettent en œuvre les propriétés mathématiques attendues « un cercle est défini par un centre et un point du cercle » ou « un cercle est défini par un diamètre ».

40 Technique RPTtep : technique perceptivo-théorique (Assude & Gélis, 2002), on se place au niveau de la figure lors de la description et de la reconnaissance. Le dessin à l'écran est regardé comme le représentant d'une figure qui reste la même au cours du déplacement.

41 Technique RPtep : technique perceptive, lors de la description et reconnaissance de la figure, construite dans l'environnement tracenpoche.

42 Technique invisible (Assude & Mercier, 2007) : « les techniques invisibles sont celles qui permettent de produire un résultat mais elles ne pas explicitées, car leur usage n'implique ni commentaire ni contrôle langagier ».

Une troisième technique notée  $\tau_{3,6,tep,3}$ , revient à tracer un cercle avec le bouton « cercle de centre donné passant par un point donné » , en sélectionnant le milieu du segment [PC] de manière perceptive en tant que centre du cercle, et validant le point P (ou C) comme point du cercle. Cette technique, de type CPtep, ne permet pas d'obtenir le cercle attendu, puisqu'il ne résiste pas au déplacement.

### 3.3 - Analyse *a priori* du point de vue de l'enseignant

Dans cette deuxième situation, le professeur doit tenir compte des connaissances mathématiques d'une part et des connaissances instrumentales d'autre part. Ainsi, il doit vérifier si la disqualification de la construction est due à une erreur d'ordre géométrique (par exemple, construction à vue), à une erreur d'ordre instrumental (par exemple, définition du point). Cela nécessite de sa part des connaissances instrumentales. En fonction des conséquences du déplacement, l'enseignant doit comprendre ce que les élèves ont construit et chercher à mettre en évidence ce qui ne va pas en utilisant les fonctionnalités du logiciel.

Enfin, l'enseignant peut mettre en évidence certains objets géométriques dans la reproduction de la figure. Le logiciel trace une droite, perpendiculaire à (AB) passant par le point A. Donc l'élève peut commencer la construction et obtenir la droite (AP) (cf illustration 13).

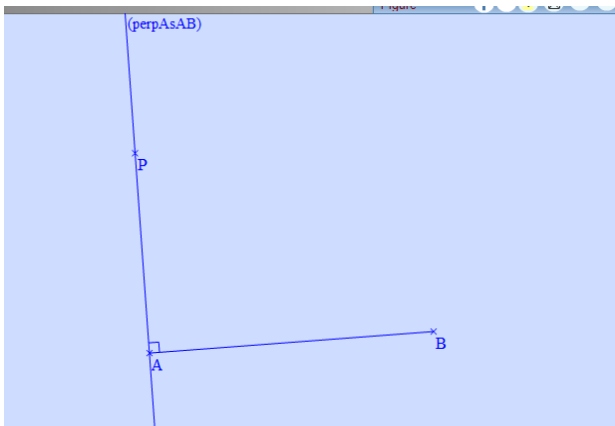


Illustration 13

Par contre, sur la figure à reproduire, [AP] est un segment (pour mémoire, cf illustration 14).

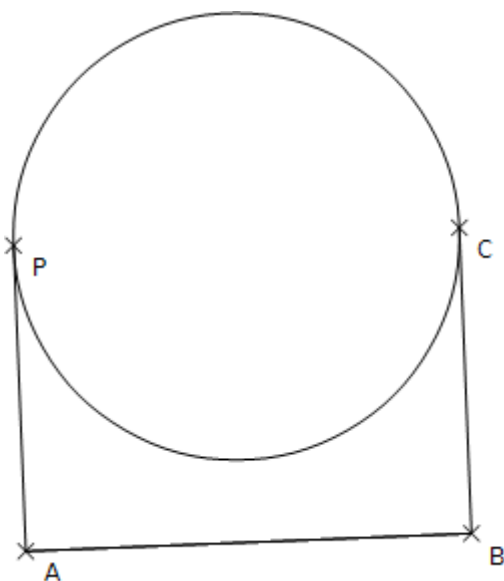



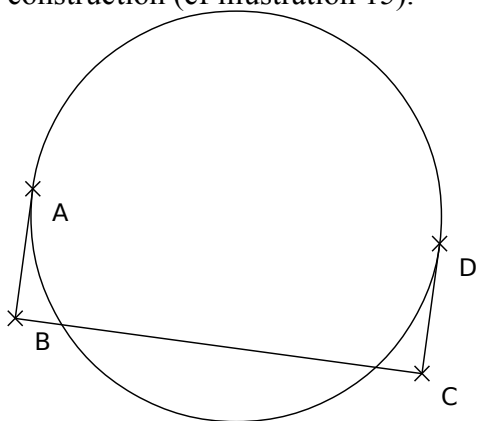
Illustration 14

Le professeur doit donc préciser que la construction qu'il a présentée comportait des éléments géométriques rendus invisibles. Il s'agit donc de connaissances instrumentales, ici le bouton « rendre invisible »  n'a pas d'équivalent dans l'environnement papier-crayon.

Le professeur peut mettre en évidence les effets du déplacement sur le rectangle : le rectangle obtenu dans les différentes situations reste un rectangle au cours du déplacement. Les dimensions et l'orientation du rectangle sont modifiées lorsque les points sont déplacés.

Enfin, l'enseignant doit être attentif aux éléments caractéristiques du cercle : dans l'environnement tracenpoche, le cercle peut être tracé à partir d'un de ses diamètres. Cette construction est propre à l'environnement tracenpoche, dans l'environnement papier/crayon, il serait indispensable de placer alors le milieu du diamètre pour pouvoir y placer la pointe sèche.

L'enseignant peut être amené à valider des constructions qui ne modélisent plus la situation de l'arche et qui sont justes. Ainsi le déplacement des points déplaçables peut provoquer ce type de construction (cf illustration 15).



*Illustration 15:*

Cette construction est validée dans la mesure où le rectangle reste un rectangle, le cercle a pour diamètre un de ses côtés, même si ce dessin ne ressemble plus à une arche.

### 3.4 - Conclusion sur l'analyse a priori

Cette deuxième situation permet un renforcement instrumental du logiciel tep. Cet outil est encore mal connu des élèves. Les tâches proposées reposent sur des connaissances mathématiques anciennes (rectangle, cercle, analyse d'une figure, établissement d'une chronologie de construction). Les contraintes instrumentales pourraient permettre d'explicitier des relations géométriques non verbalisées dans l'environnement papier-crayon, dans les tâches de construction du rectangle. Les connaissances instrumentales sont plus nombreuses (le bouton « point d'intersection » est introduit, par exemple). Nous pensons que les techniques perceptivo-théoriques attendues sont accessibles aux élèves.

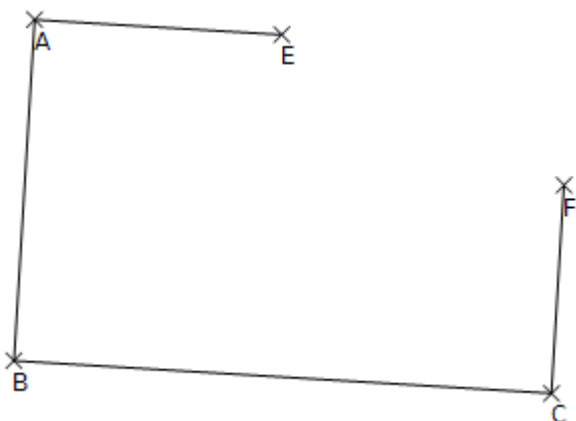
## 4 - Mise en œuvre dans les classes

Les professeurs ont adapté la situation en fonction de leurs contraintes propres. Nous présentons un tableau synoptique puis une mise en intrigue de ce qu'ils ont effectivement programmé en classe.

### 4.1 - Présentation du déroulement dans la classe de M

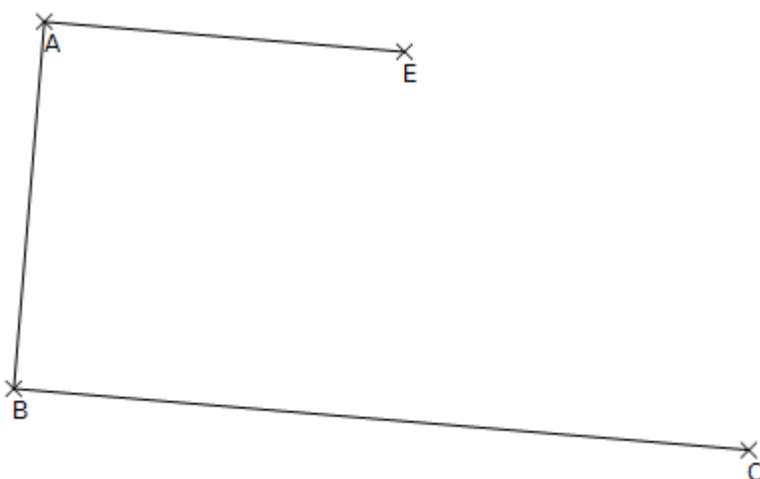
Le professeur a organisé la situation en six séances, certaines se sont déroulées en l'absence du chercheur-praticien (séances 1 et 2). Pour les autres séances, le chercheur-praticien était présent. Au cours des deux premières séances (40 min.), les élèves ont à réaliser la tâche t2,3,pc dans l'environnement papier-crayon et la tâche t3,3,tep dans l'environnement tracenpoche qui consiste à compléter un rectangle ABCD, sachant que les angles  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  et  $\hat{C}$  sont droits (cf

illustration 16).



*Illustration 16*

Au cours de la troisième séance (27 min.), les élèves ont la tâche t2,4,pc à réaliser, qui consiste à compléter un rectangle ABCD, sachant que les angles  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  sont droits (cf illustration 17).



*Illustration 17*

Il demande alors aux élèves de tracer dans l'environnement papier-crayon en réfléchissant déjà à la manière de faire dans l'environnement tracenpoche. Ainsi, lorsqu'un élève effectue la construction du rectangle au tableau, le professeur invite les élèves à expliquer les techniques utilisées. Puis les élèves ont à effectuer la tâche t3,4,tep, à savoir compléter le rectangle dans l'environnement tracenpoche (6 min.).

Dans la cinquième séance, qui dure 30 minutes, le professeur présente la photographie du pont du Gard. Puis il demande aux élèves de faire la tâche t1,3 à savoir représenter une arche sur la photographie elle-même en utilisant les potentialités du tableau blanc interactif (tbi) (cf illustration 18).



*Illustration 18*

Enfin, dans la sixième et dernière séance, qui dure 45 minutes, le professeur demande aux élèves de

reproduire une arche, un rectangle et un cercle, dans l'environnement tracenpoche, tâches notées t3,5,tep et t3,6,tep dans notre analyse a priori. La figure est présente au tableau pendant le temps de recherche des élèves (cf illustration 19).

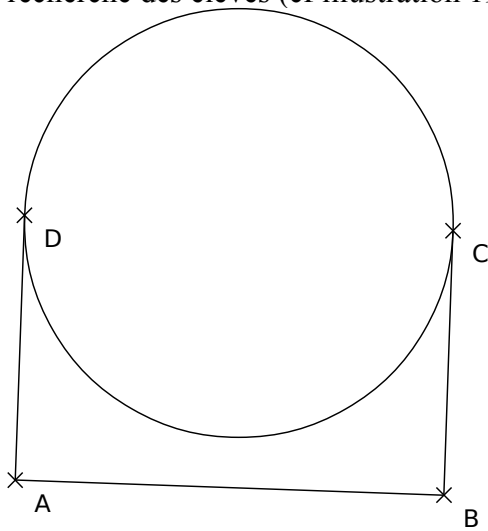


Illustration 19:

#### 4.2 - Présentation du déroulement dans la classe de PB

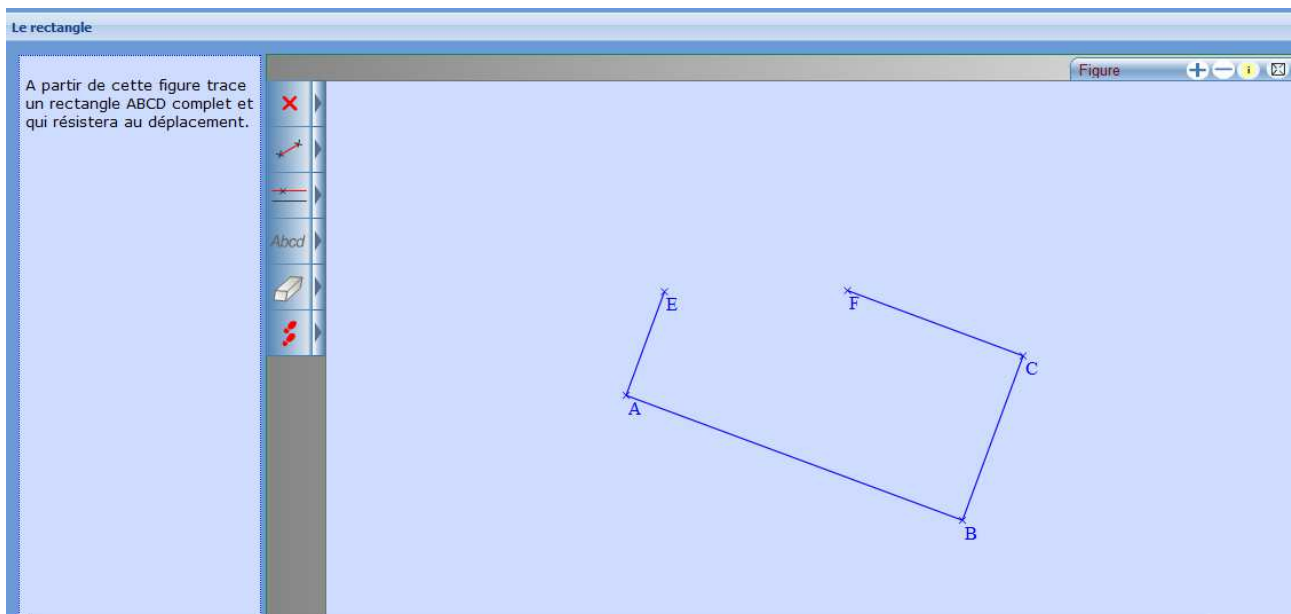
Pour cette situation le professeur de PB a choisi de faire quatre séances.

Dans la première séance, dont le temps est estimé à 30 min (le chercheur-praticien n'était pas présent), les élèves ont réalisé la tâche t2,5,pc\*, à savoir construire un rectangle ABCD dans l'environnement papier-crayon, avec les instruments de leur choix. Puis ils ont écrit un programme de construction, les étapes qu'ils ont faites pour obtenir le rectangle, tâche que nous notons t5,1,pc\*, T5 étant un type de tâche, travailler avec un programme de construction.

Dans la deuxième séance (15 min), le professeur reprend des programmes de construction afin de vérifier s'ils permettent d'aboutir effectivement à la construction, tâche notée t5,2,pc\*.

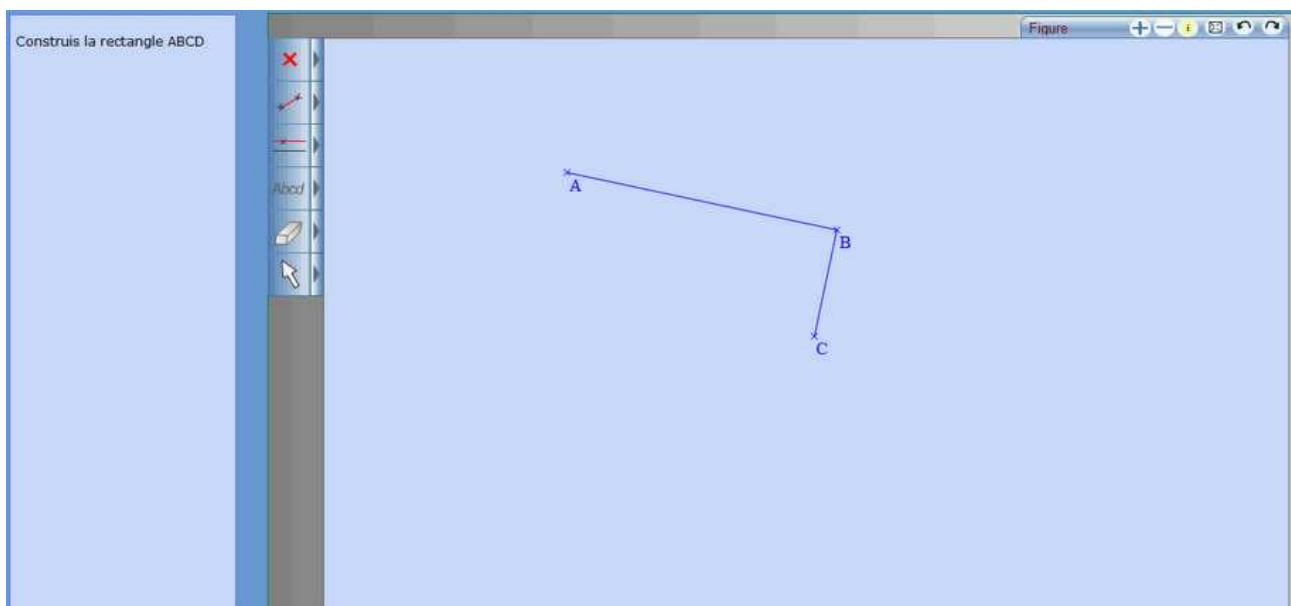
Dans la troisième séance (45 min), dans l'environnement tracenpoche, les élèves, répartis en binômes, doivent compléter le rectangle qui est commencé (cf illustration 20), tâche notée t2,3,tep\*<sup>43</sup>.

43 \* signifie que la tâche n'a pas été prévue dans notre analyse *a priori*. En fait, comme les élèves ne l'ont pas faite dans l'environnement papier-crayon, il s'agit d'une tâche de construction et non de reproduction. Nous prenons les mêmes indices que dans l'environnement papier-crayon ie tâche 2 - construction -, 3 - troisième tâche -, tep - dans l'environnement tracenpoche - .



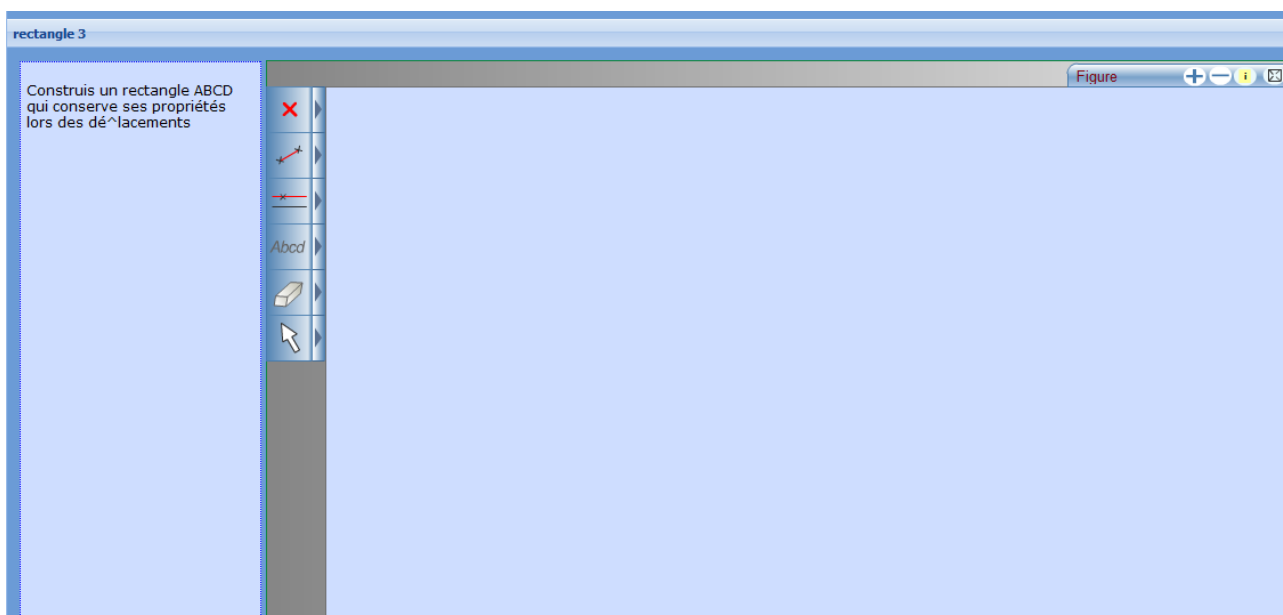
*Illustration 20*

Dans la quatrième séance, les élèves doivent compléter le rectangle commencé (cf illustration 21), tâche notée t2,4,tep\*.



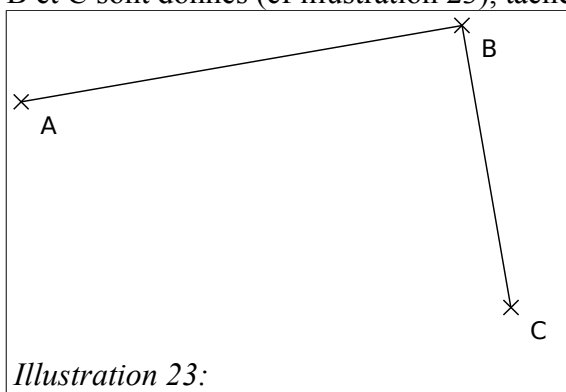
*Illustration 21*

Puis ils ont à construire un rectangle ABCD, sans élément donné (cf illustration 22), tâche notée t2,7,tep\*.



*Illustration 22*

Au fur et à mesure de leur avancée, les élèves quittent la salle informatique quand ils ont terminé le rectangle. Dans l'environnement papier-crayon, ils ont à terminer le rectangle ABCD sachant que A, B et C sont donnés (cf illustration 23), tâche notée t2,4,pc\*.



*Illustration 23:*

Enfin, le professeur leur demande également le programme de construction, tâche t5,1, pc\*.

#### **4.3 - Présentation du déroulement dans la classe de T**

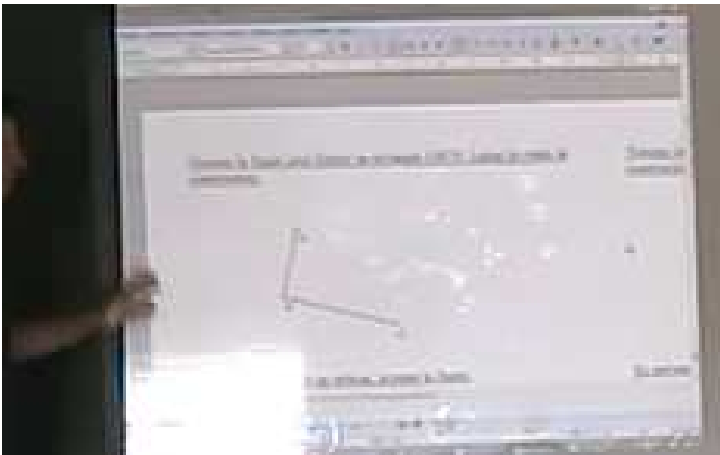
Pour cette situation, le professeur de T a choisi d'organiser une seule séance (78 min.). Dans un premier temps (6 min.), le professeur présente un quadrilatère vidéoprojeté sur le tableau (cf illustration 24). Les élèves avec le professeur vont mettre en évidence l'ordre des lettres du rectangle, le codage des angles droits et des segments de même longueur. Les élèves ont donc à reconnaître un rectangle, tâche que nous notons t4,3,pc\*.



*Illustration 24*

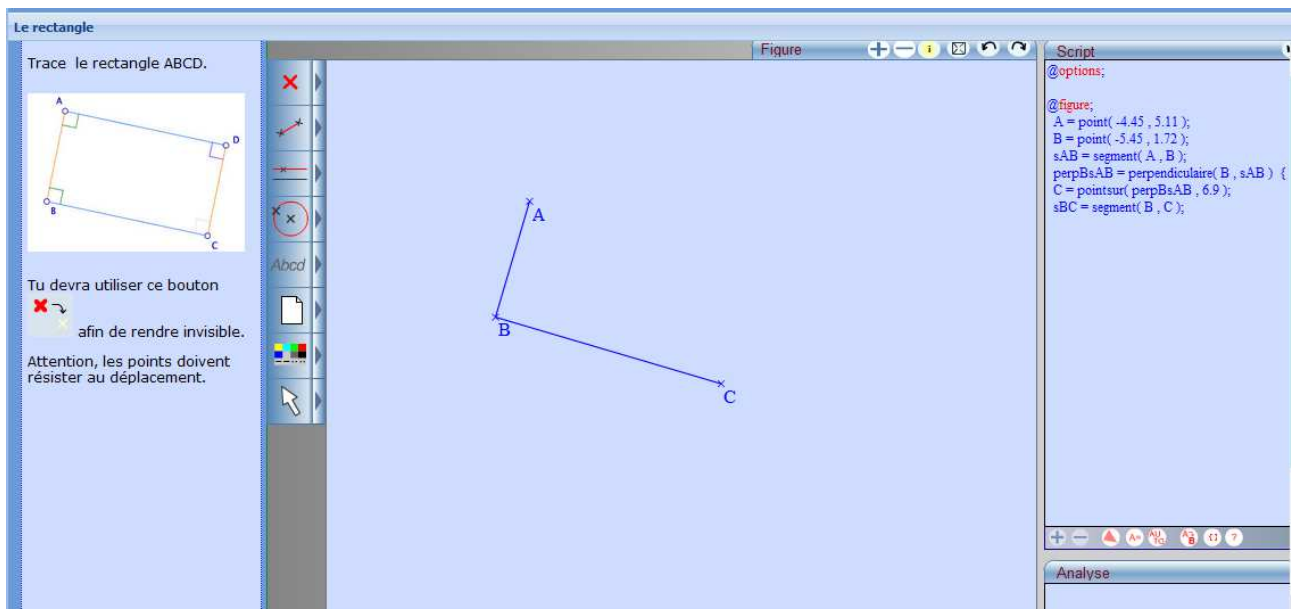
Dans un deuxième temps (10 min.), le professeur projette à l'écran l'exercice à faire (cf illustration 25) : il s'agit pour les élèves de compléter le rectangle dans l'environnement papier-crayon, tâche notée t2,4,pc. Le professeur exclut l'usage du compas.





*Illustration 25*

Dans un troisième temps (46 min.), les élèves sont répartis alternativement dans la salle de classe et dans la salle informatique. Le professeur se déplace dans l'une ou l'autre salle. Les élèves ont à reproduire un rectangle, sachant qu'il est commencé dans l'environnement tracenpoche, tâche notée  $t_{3,4,tep}$ . (cf illustration 26).



*Illustration 26*

Enfin, dans un quatrième temps (16 min.), le professeur propose les travaux enregistrés des élèves. Il leur demande de valider la construction dans l'environnement tracenpoche, tout en déplaçant lui-même les points déplaçables.

#### 4.4 - Tableau synoptique

M.	PB.	T	Temps approximatif (en min)
Séance 1 (30 min, temps estimé) t2,3,pc	Séance 1 (30 min, temps estimé)  t2,5,pc* t5,1,pc*	Séance 1 t4,3,pc* (6min)	0-5
		t2,4,pc t3,4,tep (72 min)	5-10
			10-15
			15-20
			20-25
			25-30
			30-35
			35-40
			40-45
			45-50
Séance 2 (10 min, temps estimé) t3,3,tep	Séance 2 (15 min) t5,2,pc *		50-55
		55-60	
Séance 3 (27 min) t2,4,pc	Séance 3 (45 min) t2,3,tep*	60-65	
		65-70	
		70-75	
		75-80	
		80-85	
		85-90	
Séance 4 (6 min) t3,4,tep		90-95	
Séance 5 (30 min) t1,3	Séance 4 (52 min)  t2,4,tep* t2,7,tep* t3,4,pc* t5,1,pc*	FIN (78 min)	95-100
			100-105
			105-110
			110-115
			115-120
			120-125
			125-130
			130-135
			135-140
			140-145
Séance 6 (45 min) t3,5,tep t3,6,tep	FIN (142 min)		145-150
FIN (148 min)			

Nous rappelons les notations utilisées :

Types de tâches	Tâches
T1 : représenter à main levée une figure	(S2) t1,3 : mettre en évidence un rectangle et un cercle, dont le diamètre est un côté du rectangle.
T2 : construire une figure.	<p>(S2) t2,3,pc : compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles <math>\hat{A}</math>, <math>\hat{B}</math> et <math>\hat{C}</math> sont droits dans l'environnement papier-crayon.</p> <p>(S2_PB) t2,3,tep* qui consiste à compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles <math>\hat{A}</math>, <math>\hat{B}</math> et <math>\hat{C}</math> sont droits dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S2) t2,4,pc : compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles <math>\hat{A}</math> et <math>\hat{B}</math> sont droits, dans l'environnement papier-crayon.</p> <p>(S2_PB) t2,4,tep* : compléter le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles <math>\hat{A}</math> et <math>\hat{B}</math> sont droits, dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S2_PB) t2,5,pc* : construire un rectangle dans l'environnement papier-crayon.</p> <p>(S2_PB) t2,7,tep* : construire un rectangle dans l'environnement tracenpoche.</p>
T3 reproduire une figure :	<p>(S2) t3,3,tep : reproduire le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles <math>\hat{A}</math>, <math>\hat{B}</math> et <math>\hat{C}</math> sont droits, dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S2) t3,4,tep : reproduire le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles <math>\hat{A}</math> et <math>\hat{B}</math> sont droits, dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S2_PB) t3,4,pc* : reproduire le rectangle en plaçant le point D, sachant que les angles <math>\hat{A}</math> et <math>\hat{B}</math> sont droits, dans l'environnement papier-crayon.</p> <p>(S2) t3,5,tep : reproduire un rectangle dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S2) t3,6,tep : reproduire un cercle à partir d'un diamètre, dans l'environnement tracenpoche.</p>
T4 : reconnaître une figure	<p>(S2) t4,1, reconnaître un rectangle ABCP et t4,2, reconnaître un cercle de diamètre [PC]</p> <p>(S2_T) t4,3,pc* reconnaître un rectangle dans l'environnement papier-crayon.</p>
T5 : travailler avec un programme de construction	<p>(S2_PB) t5,1,pc* : écrire un programme de construction</p> <p>(S2_PB) t5,2,pc* : vérifier la validité d'un programme de construction</p>

#### **4.5 - Premières analyses du tableau synoptique**

La construction d'un rectangle dans l'environnement tracenpoche est organisée différemment dans les trois classes. Le professeur de la classe de M a fait compléter des rectangles dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche. Puis, sur la photographie du pont du Gard, il a mis en évidence des éléments du rectangle (deux angles droits et quatre segments) et du cercle. Le professeur de la classe de PB a fait tracer un rectangle dans l'environnement papier-crayon avant de donner à compléter un rectangle et à construire un rectangle dans l'environnement tracenpoche. Le professeur de la classe de T a fait reconnaître les éléments caractéristiques du rectangle dans l'environnement papier-crayon puis il a donné à compléter un rectangle dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche. Nous remarquons cependant une idée commune chez les trois professeurs : ils travaillent sur les éléments caractéristiques du rectangle avant de le faire compléter dans l'environnement tracenpoche. Ces éléments caractéristiques sont organisés par le professeur pour être identifiés par les élèves. Dans les choix de conception de la situation 2, nous avons pris comme support mathématique, le rectangle en tant que quadrilatère connu des élèves. Les professeurs semblent effectivement partager cette idée.

Par ailleurs, le temps consacré à cette situation va du simple (78 min. ) au double (142 et 148 min.). L'entrelacement des tâches dans les deux environnements, papier-crayon et tracenpoche, est globalement choisi dans les trois classes. En cela, les professeurs reprennent l'idée de nos choix de conception. Par contre, les deux professeurs de PB et T n'en ont repris que quelques idées.

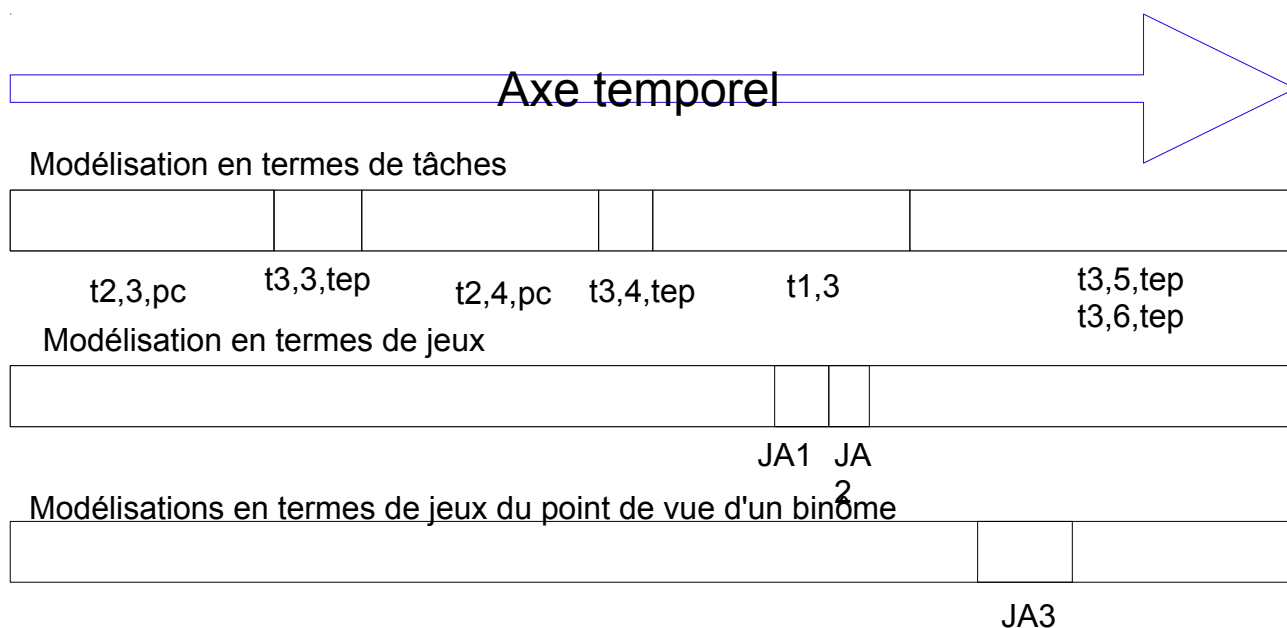
Nous allons nous intéresser plus précisément aux déroulements de chacune des trois classes.

### **5 - Dans la classe de M**

#### **5.1 - Une mise en intrigue**

Comme nous l'avons précisé dans nos choix de conception, nous introduisons l'environnement tracenpoche (nouveau) pour des connaissances mathématiques connues (ancien). Ici, la construction du rectangle dans l'environnement tracenpoche est l'enjeu principal de la situation. Nous avons présenté une schématisation d'une arche, tâche notée t1,3, pour introduire le rectangle. Nous allons nous intéresser à la manière dont le professeur organise les séances pour introduire la tâche de reproduction de l'arche, tâches notées t3,5,tep et t3,6,tep. Nous modélisons deux moments sous forme d'une succession de deux jeux d'apprentissage. Le premier, noté JA1\_S2\_M a pour enjeu de faire représenter collectivement sur la photographie, sous forme de dessin, ce qui sera tracé ultérieurement dans l'environnement tracenpoche. Le deuxième, noté JA2\_S2\_M a pour enjeu de faire compléter sous forme de schéma, ce qui sera tracé ultérieurement dans l'environnement tracenpoche. Enfin, un troisième jeu d'apprentissage, noté JA3\_S2\_M\_G\_Y consiste à faire reproduire une figure tracée au tableau, du point de vue de deux élèves, Guillaume et Yann.

## 5.2 - Représentation synoptique <sup>44</sup>



avec :

JA1\_S2\_M (6 min.) :

enjeu : faire représenter collectivement sur la photographie, sous forme de dessin, ce qui sera tracé ultérieurement dans l'environnement tracenpoche.

JA2\_S2\_M (5 min.) :

enjeu : faire compléter sous forme de schéma, ce qui sera tracé ultérieurement dans l'environnement tracenpoche.

JA3\_S2\_M\_G\_Y (11 min.) :

enjeu : faire reproduire dans l'environnement tracenpoche une figure tracée au tableau du point de vue de deux élèves Guillaume et Yann.

## 5.3 - Jeux d'apprentissage

### 5.3.1 - JA1\_S2\_M (6 min.)

L'enjeu est de faire représenter collectivement sur la photographie, sous forme de dessin, ce qui sera tracé ultérieurement dans l'environnement tracenpoche. Nous découpons en quatre étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de voir des formes géométriques dans des constructions architecturales. En particulier, ils l'ont déjà fait dans la situation 1 avec le pont de Millau.

Des éléments du milieu : dans un dessin à main levée, les élèves ont à retrouver des formes géométriques élémentaires.

Présentation de ce moment : le professeur a présenté le pont du Gard à l'aide d'une photographie : c'est un aqueduc romain. Puis un élève a dessiné les contours de l'arche en rouge sur la photographie<sup>45</sup> (cf illustration 27 et 28)

<sup>44</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 148 min.)

<sup>45</sup> La qualité du film ne permet pas de voir les tracés successifs. Nous avons donc choisi de les repasser en couleur au



Illustration 27



Illustration 28

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de classe.

## Description

### étape 1 : annonce du professeur

Le professeur résume la situation (min. 14:55, tdp 2, P : « *Romain nous a tracé le dessin d'une arche* »). Puis il explique aux élèves qu'ils vont avoir à tracer l'arche dans l'environnement tracenpoche (tdp 2, P : « *Vous aurez à le faire tout à l'heure sur tracenpoche* »). Il précise ce qu'il attend : d'abord les élèves vont avoir à préciser le matériel de géométrie qu'ils auraient à utiliser pour tracer cette arche (min. 15:25, tdp 2, P : « *On va essayer de voir comment tracer cette arche, c'est-à-dire à compléter un petit peu. Tracer cette arche avec du matériel qu'on peut utiliser en géométrie* »). Puis les élèves doivent expliquer quels instruments de géométrie de l'environnement tracenpoche pourraient les aider (min. 17:30, tdp 4, P : « *Qu'est-ce que vous pourriez utiliser avec les instruments de géométrie disponibles sur tracenpoche* »). Le professeur leur explique alors qu'il pourrait avoir à la faire dans l'environnement papier-crayon (min. 17 :30, tdp 4, P : « *Ou même si vous aviez à le faire sur votre cahier d'essai ?* »). Il revient alors à la question initiale (min. 17:51, tdp 5, P : « *De quoi pourriez-vous avoir besoin comme formes géométriques pour réaliser une arche ?* »).

### étape 2 : premières réponses

Yann propose un compas (min. 18,14, tdp 6, Y : « *Un compas* »). Un peu plus tard, Lucie une règle (min. 20:04, tdp 24, L : « *Du compas, euh, non de la règle* »). Dans les deux cas, le professeur recentre les propos sur les objets géométriques (min. 18:24, tdp 9, P : « *Le compas nous sert à quoi en général ?* » puis min. 20:06, tdp 25, P : « *Pour tracer quoi ?* »).

### étape 3 : le cercle

Le professeur demande des explications sur ce cercle (min. 18:31, tdp 9, p : « *Est-ce qu'on peut avoir besoin d'un cercle ?* »). Un élève, Yann, est envoyé au tableau et trace un cercle (min. 18:55) (cf illustration 29<sup>46</sup>).

fur et à mesure des tracés des élèves pour les distinguer sur les photogrammes.

46 Nous avons repassé en couleur le cercle pour qu'il soit visible sur les photogrammes.



*Illustration 29*

Puis le professeur conclut (min.19:55, tdp 23, P : « *Ça nous fait la partie supérieure de l'arche* »).  
étape 4 : les segments

Le professeur demande de poursuivre l'enquête (min. 19:57, tdp 23, P : « *De quoi on peut avoir également besoin ?* »). Lucie évoque effectivement la règle (tdp 24). Le professeur insiste : par trois fois, il repose la même question sur ce qui reste à voir (min. 20:33, tdp 30 : « *Qu'est-ce qui nous manque ?* », puis tdp 32, P : « *Oui, mais là qu'est-ce qui nous manque ?* » et tdp 36, P : « *Qu'est-ce qui nous manque, Yves ?* »). Yves explique que trois segments sont manquants (min.21:12, Y : « *Il faut qu'on trace des segments, un en bas, et deux qui remontent jusqu'au cercle* »).

## Analyse

Le professeur définit le jeu. Il a fait faire le contour de l'arche, en rouge, sur la photographie. C'est ce contour en rouge qui va servir d'appui aux échanges, l'arche passe alors au second plan. La détermination des formes géométriques est l'enjeu de ce jeu. Elle est rendue nécessaire par le tracé ultérieur, dans l'environnement tracenpoche. Autrement dit, le professeur propose une première stratégie pour gagner à ce jeu. Elle consiste à annoncer que les élèves auront à tracer ces formes géométriques dans l'environnement tracenpoche. Une seconde stratégie donnée par le professeur est de penser aux instruments de l'environnement tracenpoche. Les boutons du logiciel sont donc présentés comme les instruments usuels de tracé. Il fait ainsi référence à l'ancien contrat de tracé de l'environnement papier-crayon. Puis il propose une troisième stratégie pour gagner, les élèves peuvent penser à ce qu'ils pourraient faire s'ils avaient à construire cette arche dans l'environnement papier-crayon. Là encore, il fait référence au contrat du tracé en géométrie dans l'environnement papier-crayon, avec lequel les instruments sont au service du tracé. Ainsi lorsque le professeur évoque le tracé dans l'environnement papier-crayon, il semble vouloir proposer une aide aux élèves. Mais les propos sont ambigus : il évoque les instruments de géométrie alors qu'il attend une forme géométrique. Par conséquent, lorsque Yann propose le compas, le professeur veut entendre cercle. Lorsque Lucie propose la règle, il attend probablement rectangle, mais il accepte segment. Puis finalement, le professeur recentre son propos sur des connaissances mathématiques, sans référence aux instruments de géométrie, à savoir la reconnaissance de formes élémentaires. Cette nouvelle stratégie fait appel aux connaissances géométriques, indépendamment de l'environnement considéré.

Dans ce premier jeu d'apprentissage, l'enjeu est de dégager des mots issus du vocabulaire géométrique, ici, cercle et segment, sans établir de relations entre ces objets. Nous nous plaçons donc au niveau du dessin, élaboré à partir de la photographie de l'arche.

### 5.3.2 - JA2\_S2\_M (5 min.)

L'enjeu est de faire compléter sous forme de schéma, ce qui sera tracé ultérieurement dans

l'environnement tracenpoche. Nous découpons en cinq étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont tracé collectivement des formes géométriques élémentaires. Ils savent que ces formes doivent être nommées.

Des éléments du milieu : sur un dessin à main levée, les élèves ont à évoquer ou coder des relations géométriques.

Présentation de ce moment : les élèves ont tracé un cercle. Le professeur demande aux élèves s'ils peuvent en dire plus.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de classe.

## Description

### étape 1 : les angles droits énoncés et codés

Le professeur demande des précisions (min. 21:15, tdp 38, P : « *Rien, pas de précision supplémentaire ?* »). Une élève Solène propose des angles droits et va les tracer au tableau (min. 21:47, tdp 43, S : « *Ici* »).



### étape 2 : les segments montrés

Le professeur établit un lien entre les angles droits et les segments. Il demande alors à Solène de montrer les segments (min.22:14, tdp 45, P : « *Tu traces ici deux angles droits pour montrer ce qui lie combien de segments ?* »). Solène annonce d'abord deux. Le professeur lui repose la question (min. 22:20, tdp 47, P : « *Lesquels ? Viens voir me montrer* »). Solène commence à montrer du doigt et se ravise (min. 22:26, tdp 48, S : « *Celui.. Ah non trois* »). Le professeur insiste (min 22.29, tdp 48, P : « *Montre-les. D'accord* »).

### étape 3 : les segments tracés

Chloé demande la parole pour ajouter une information sur le cercle (min. 22:38, tdp 50, C : « *On pourrait faire aussi deux points au milieu du cercle* »). Comme précédemment, le professeur lui demande de venir compléter le dessin (cf illustration 30).



Illustration 30

Elle place d'abord deux points diamétralement opposés (min. 23:12, tdp 53, P : « *Donc, ça, ce sont les départs de ton segment* ») (cf illustration 23, n°1). Puis elles tracent les segments précédemment évoqués (min. 23:20, tdp 55, P : « *D'accord, tu traces les segments en question* »).

### étape 4 : le rectangle

Le professeur interroge les élèves sur ce qu'ils pourraient voir maintenant (min. 23:59, tdp 55, P : « *On est en train de tracer quoi, plus ou moins, même si ce n'est pas terminé ?* »). Un premier élève Lucas parle des segments. Le professeur insiste en expliquant que lui, il voit une forme géométrique (min. 24:12, tdp 57, P : « *Mais moi, je vois une figure se dessiner. Pas vous ?* »). Il prend appui sur les propos de Chloé, qui a montré les points diamétralement opposés du cercle (tdp 57, P : « *Surtout* »).



que Chloé nous a dit, on a besoin de ce point-là et puis ce point-là, qui sont deux points du cercle »). Hugo explique que c'est un carré, à condition de tracer le dernier segment (min. 24:32, tdp 58, H : « *En blanc, si on ferme ce qui est entre les deux points, ça forme un carré* »). Le professeur trace le segment et pose la question (min. 24:34, tdp 61, P : « *Un carré ?* »). Des élèves répondent par la négative et proposent un rectangle. En s'appuyant sur la proposition de Mathilde (min. 24:54, tdp 64, M : « *Parce qu'on ne peut pas mesurer* »), le professeur explique que c'est un rectangle, parce qu'on sait qu'il y a des angles droits, et se ravise aussitôt, en expliquant qu'il semble qu'il y ait des angles droits.

#### étape 5 : le diamètre du cercle

Le professeur attire alors l'attention des élèves sur le dernier segment (min. 25:09, tdp 65, P : « *Ce segment que Hugo vient de nous faire tracer, qu'est-ce que c'est ?* », puis « *Mais par rapport au cercle ?* ») (Cf illustration 31).



*Illustration 31*

Guillaume donne une première proposition (min. 25:47, tdp 66, G : « *Avec le segment, le cercle devient un demi-cercle* »). Le professeur corrige (tdp 67, P : « *Devient deux demi-cercles* »). Noa propose une nouvelle idée : le milieu du segment va donner le haut de l'arche. Le professeur demande des précisions. Noa reprend son explication (min. 26:23, tdp 72, N : « *Si on met la pointe du compas sur ce point -le milieu du segment -et le crayon de papier, on le met sur l'extrémité, si on fait le demi-cercle, on a l'arche* »). Le professeur reprend les propos de Noa (tdp 73, P : « *T'es en train de nous dire que le milieu du segment (...), c'est aussi ?* »). Il fait dire aux élèves les différents points évoqués : le centre du cercle (tdp 74, C : « *Le centre du rond, euh du cercle* ») et le diamètre du cercle (tdp 75, P : « *Alors, du coup, ça en vert, par rapport au cercle ?* », tdp 76, Pr : « *C'est le diamètre* »).

### **Analyse**

À partir du dessin à main levée, le professeur donne à voir les relations géométriques : il choisit de mettre en évidence le rectangle et non le carré. Le dessin à main levée ne suffit pas à lui-même pour décider. Nous notons que cette décision de la part du professeur ne perturbe pas les élèves.

Contrairement au jeu d'apprentissage précédent, il s'agit ici d'évoquer une autre forme géométrique que le cercle (le rectangle) et les relations entre les objets (un côté du rectangle est un diamètre du cercle). Nous notons une évolution dans les propositions des élèves : règle (JA1), segments (JA1), angles droits (JA2), segments (JA2), carré (JA2) puis rectangle (JA2). Nous nous intéressons ici aux conditions de ces changements.

Les segments proposés sont d'abord décrits comme « Un en bas, et deux qui montent jusqu'au cercle » (JA1). Le professeur demande des précisions supplémentaires. Ce signe (P : « *Rien, pas de précision supplémentaire ?* ») suffit à déclencher une proposition géométrique. Nous sommes ici dans un effet de contrat : la situation se déroule en classe de géométrie. Les élèves savent qu'ils ont à utiliser un vocabulaire spécifique. Un élève propose donc des angles droits.

Nous résumons maintenant la manière dont le professeur organise les conditions pour donner à voir le rectangle. Deux angles droits sont codés (cf illustration 32). Trois segments sont tracés (cf illustration 33).



Illustration 32



Illustration 33

À travers ce codage, du point de vue du professeur, il donne à voir aux élèves le début de « quelque chose », qu'il ne veut pas préciser (P : « *On est en train de tracer quoi, même si on n'a pas terminé ?* »). Puis il propose une devinette aux élèves (P : « *Je vois une figure se dessiner, pas vous ?* »). *Le jeu, pour les élèves, n'est plus de voir sur le « dessin », mais d'imaginer ce que le professeur peut avoir vu.*

Le carré est écarté rapidement, le rectangle retient l'attention. Ainsi, le « bas de l'arche » est repéré comme un rectangle à partir de quatre segments (le quatrième n'est pas tracé à ce moment), et deux angles droits. Or d'un point de vue mathématique, nous savons que deux angles ne suffisant pas à déterminer un rectangle.

Nous regardons maintenant la manière dont le professeur organise les conditions pour donner à voir le cercle. Le cercle est certes nommé dès le début de la séance (tdp 8, JA1). Après avoir mis en évidence le rectangle, le professeur cherche à obtenir des précisions sur le cercle. Le segment évoqué, mais non tracé est l'objet de l'enquête commune (P : « *Ce segment que Hugo vient de nous tracer, qu'est-ce que c'est ? Il ferme le rectangle. Mais par rapport au cercle ?* ») (cf illustration 34). Puis le professeur trace le segment en vert (cf illustration 35).



Illustration 34



Illustration 35

Le professeur montre le dernier segment mais ne le trace pas (min. 24:37).

Le professeur trace le segment, au moment où il demande aux élèves le rôle de ce segment dans le cercle (min. 25:41).

Un élève Noah prend appui sur ce segment qui est tracé. Il change la règle du jeu : il ne donne pas de précision sur le cercle, il explique comment tracer le cercle à partir du segment. Pour cela, il évoque le compas, avec la point sèche placée au milieu du segment et le crayon sur l'extrémité (N : « *Si on met la pointe du compas sur ce point -le milieu du segment -et le crayon de papier, on le met sur l'extrémité, si on fait le demi-cercle, on a l'arche* »). Autrement dit, les éléments caractéristiques du cercle qui permettent de définir le cercle sont nommés au travers d'une action avec les instruments usuels, ici le compas. Le professeur reprend les propos de Noah (P : « *Donc t'es en train de nous dire ...* »), mais en fait il modifie la structure même (P : « *Le milieu du segment, c'est aussi ?* »). Il ne reprend pas l'action virtuelle du compas. Cela suffit à faire produire la réponse

attendue (C : « *Le centre (...)* »). Par contre, le rayon n'est pas repris par le professeur. Ce dernier choisit alors de pointer le rôle de segment particulier (P : « *Ça en vert, par rapport au cercle ?* »). La réponse est immédiate (Pr : « *C'est le diamètre* »). Ainsi, le professeur est parvenu à faire définir les éléments caractéristiques du cercle, le centre - le milieu du segment « vert » -, un diamètre - le segment « vert » -, sur le dessin.

Pour conclure, le dessin à main levée est transformé en schéma au cours des transactions. Deux formes géométriques ont été nommées, le cercle et le rectangle. Les éléments caractéristiques du cercle ont été mis en évidence en prenant appui sur le « segment vert ». Ce dernier est établi comme le lien entre le cercle et le rectangle. Le rectangle, quant à lui, a été défini à partir de quatre segments et deux angles droits, ce qui d'un point de vue mathématique est insuffisant.

### 5.3.3 - JA3\_S2\_M\_G\_Y (11 min.)

L'enjeu est de faire reproduire dans l'environnement tracenpoche une figure tracée au tableau du point de vue de deux élèves Guillaume et Yann. Nous découpons en huit étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves savent qu'ils vont avoir à reproduire cette figure. Ils ont l'habitude d'utiliser les informations données par le professeur.

Des éléments du milieu : les élèves doivent reproduire la figure et elle doit résister au déplacement.

Présentation de ce moment :


Les élèves sont dans la salle informatique. Le professeur a tracé au tableau une figure, un rectangle dont un côté est diamètre d'un cercle. Nous nous intéressons à deux élèves.

Les time code et les tours de parole sont indépendants de ceux du film de la classe (les transcriptions sont en annexe).

## Description

### étape 1 : les élèves commencent

Dès que l'ordinateur est allumé, les élèves commencent (min. 7:30, tdp 1, Y : « *Viens, on s'y met* »). Les élèves tracent sans hésiter le cercle de diamètre [AB]. Pour cela, un des élèves, Yann

(probablement), sélectionne le bouton « cercle de diamètre donné » , il place un point A puis

un point B (cf illustration 36). Le cercle étant tracé, il trace le segment [AB]. Puis il déplace le cercle, le point A et il conclut que le cercle est fait (min. 8:02, tdp 2, Y : « *J'ai déjà fait ça. J'ai déjà fait le cercle avec le diamètre* ») (cf illustration 37).

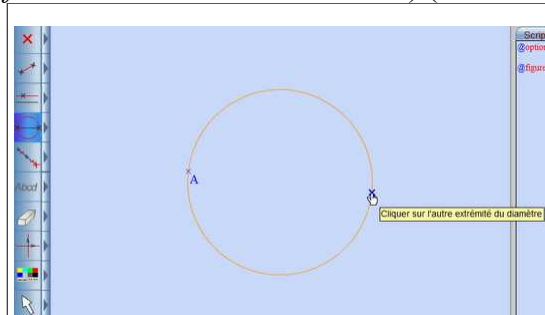


Illustration 36

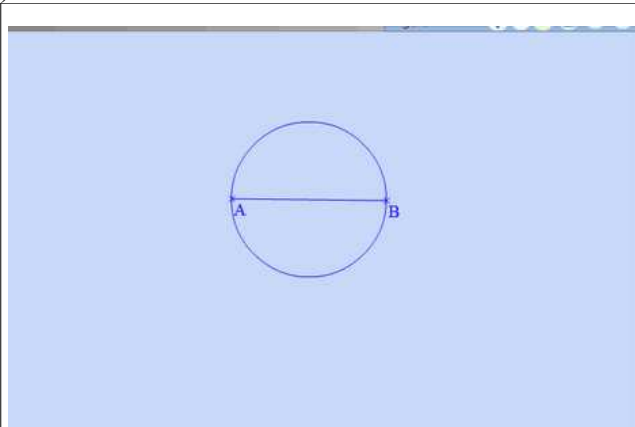


Illustration 37

### étape 2 : le professeur donne la consigne collectivement

Le professeur explique ce qu'il attend des élèves (min. 8:33, tdp 3, P : « *Bien, les enfants, vous avez*

au tableau blanc le modèle de ce que l'on a tracé en classe. Donc voilà ce que vous allez reproduire pour tracer votre arche ». Puis il rappelle les aides apportées par le logiciel (tdp 3, P : « Vous allez réfléchir. Je vous rappelle qu'il faut prendre le temps de lire ce qu'il y a sur les bandeaux jaunes, de ne pas se précipiter, pour avoir une construction qui tiennent debout »). Il évoque alors les conditions de validation, sans entrer dans les détails (P : « Et vous vous souvenez comment on sait si la construction tient debout. Non, non, vous savez. Et vous vérifierez comme vous avez appris »).

#### étape 3 : les élèves veulent tracer la perpendiculaire (premier essai)

Yann explique à son voisin ce qui reste à tracer, à savoir deux segments et montre en déplaçant la souris (min. 9:53, tdp 4, Y : « Il faut faire ça et ça »). Pour Guillaume, il suffit de tracer un segment (min. 09:54, tdp 5, G : « Mais trace un segment ! »). Yann sélectionne le bouton « segment », sélectionne et valide le point A. Avant de sélectionner la deuxième extrémité du segment, il la déplace (cf illustration 38) en utilisant le segment en construction (orangé) pour rappeler à son camarade que la direction de ce segment est à définir (min. 10:06, tdp 7, y : « Mais ton segment on ne saura jamais comment y va être ») (cf illustration 39). Il montre un segment vertical, comme le résultat attendu, sans le valider (tdp 7, Y : « Normalement c'est bien tout droit ») (cf illustration 40). Il efface alors le segment tracé.

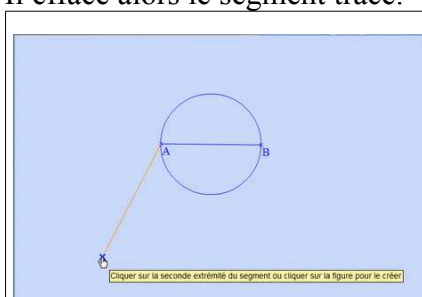


Illustration 38

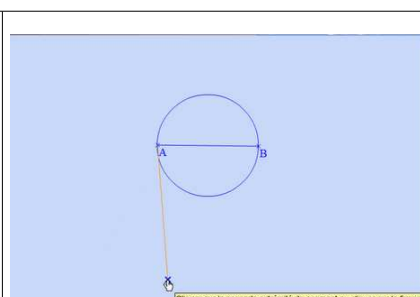


Illustration 39

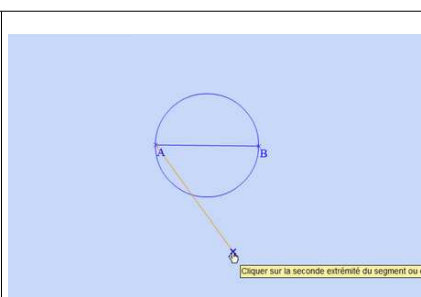


Illustration 40

#### étape 4 : les élèves tracent la perpendiculaire à (AB) passant par A

Yann explique qu'il veut faire un angle droit (min.10:55, tdp 11, Y : « Il faut que ça fasse un angle droit, mais faut trouver »). Par conséquent, ils font défiler tous les menus. Lorsqu'il déroule le deuxième menu (le menu dans lequel il y a les boutons « parallèle », « perpendiculaire », « médiatrice »...) et l'enlève, Guillaume lui demande d'ouvrir à nouveau ce menu (tdp 12, G : « Là, là »). Il lit les bandeaux jaunes et écarte le bouton « médiatrice » (tdp 13, Y : « Construire une médiatrice, c'est pas ça »). Puis, il sélectionne le bouton « perpendiculaire », sans être sûr du résultat (min. 11:21, tdp 16, G : « Vas-y, vas-y, essaie »). Il sélectionne et valide successivement le point A, puis le segment [AB]<sup>47</sup>. Le résultat obtenu correspond à leurs attentes (min. 11:30, tdp 17, G : « Ouais »). Il trace alors la deuxième perpendiculaire sans aucune hésitation<sup>48</sup>.

#### étape 5 : les élèves tracer la perpendiculaire à (d1) passant par un point C

Yann propose alors de tracer un nouveau segment (min. 11:39, tdp 18, Y : « Oui mais là comment on va tracer un segment là-dessus »). il suit avec la souris le mouvement que nous avons représenté par un trait horizontal (cf illustration 41).

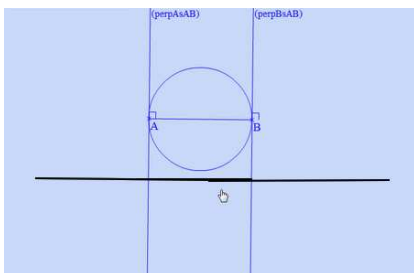


Illustration 41

47 Dans la description qui suit, nous nommons (d1) la perpendiculaire à (AB) passant par A.

48 Dans la description qui suit, nous nommons (d2) la perpendiculaire à (AB) passant par B.

D'un côté Guillaume propose de tracer un segment, qui sera nécessairement perpendiculaire (min. 11:46, tdp 19, G : « *Tu mets un segment comme ça. Il va être forcément perpendiculaire* »). D'un autre côté, Yann montre qu'il faut choisir le bouton « perpendiculaire » et le fait (tdp 20, Y : « *Non, c'est là-dedans* »). Il trace ainsi la droite<sup>49</sup>, perpendiculaire à (d1) passant par C, un point qui semble être sur (d2) (cf illustration 42).

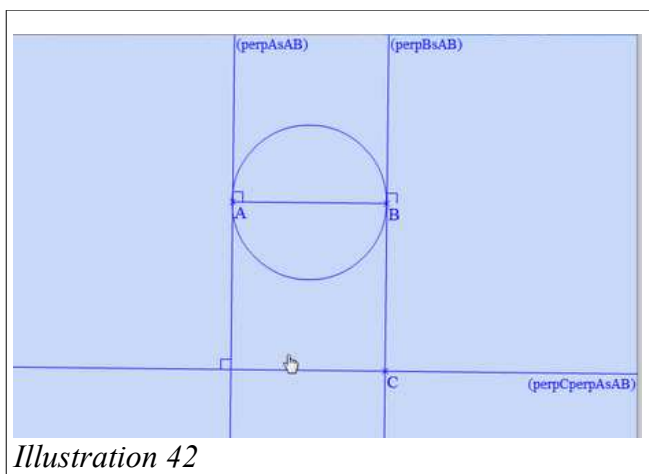


Illustration 42

#### étape 6 : les élèves ne sont pas d'accord

Guillaume veut rendre invisibles les segments (min. 12:04, tdp 21). Yann se pose la question du quatrième angle droit en C (min. 12:05, tdp 22, Y : « *Oui, mais comment faut faire pour que ce soit un angle droit là ?* »).

#### étape 7 : le chercheur-praticien intervient

Guillaume propose de gommer les droites (min. 13:11, tdp 25, G : « *Il faut gommer ça* »). Le chercheur-praticien, qui se trouve là par hasard, intervient sur la nécessité de déplacer (min.13:16, tdp 26, PR : « *Avant de gommer, il faut bouger pour voir si ça reste accroché* »). Les élèves déplacent le point C, qui ne reste pas en tant que point d'intersection des droites (d2) et (d3) (cf illustration 43). Yann reconnaît que la construction est fausse (tdp 27, Y : « *Ah non. Le C* »). Le chercheur-praticien confirme (min. 13:21, tdp 28, P : « *Ah non, le C, ça ne va pas* »). Puis le chercheur-praticien s'en va. Les deux élèves effacent alors la droite qu'ils viennent de tracer, ils déplacent le point B. La figure intermédiaire est juste. Ils en concluent que c'est le point C qui ne convient pas (cf illustration 44) (min. 13:29, tdp 29, Y : « *Par contre, là, ça reste bien accroché. Alors c'est le point C qui est faux* »).

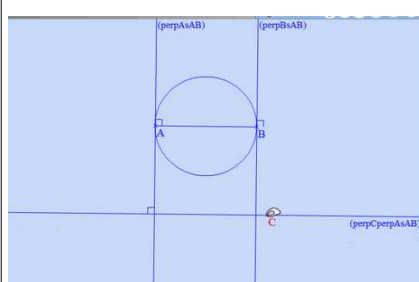


Illustration 43

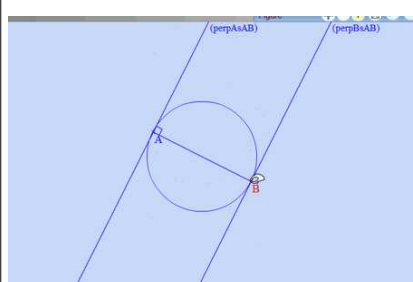


Illustration 44

#### étape 8 : les élèves proposent une construction

Après quelques essais infructueux, les élèves recommencent de la même manière, le tracé de la perpendiculaire. Yann explique que c'est la construction fausse faite précédemment (min. 16:22, tdp 34, Y : « *Y : Tu vois c'est comme tout à l'heure* »). Puis ils déplacent le point C (cf illustration 45). Guillaume a alors l'idée de laisser la construction et de placer des points (min. 16:27, tdp 35, G : « *Je sais, vas-y, fais-là. Va dans les points* »). Yann place les points D et E respectivement à

<sup>49</sup> Dans la description qui suit, nous nommons (d3) la droite qui semble perpendiculaire à (d1) et qui passe par C.



l'intersection de (d1) et de (d3) et à l'intersection de (d2) et de (d) (cf illustration 46). Guillaume ne comprend pas ce qu'a fait Yann (tdp 42, G : « *Qu'est-ce que tu as fait ?* »), mais ce dernier ne sait pas expliquer (tdp 43, Y : « *Je ne sais pas* »). Puis il déplace le segment [AB] (cf illustration 47) et conclut qu'ils ont réussi. Ils appellent le professeur pour lui faire valider la construction, même s'ils ont un point inutile (min. 17:17, tdp 44, Y : « *Maître, là, ça marche mais on a un point qui ne sert à rien* »).

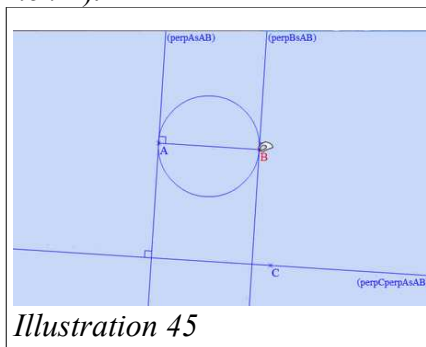


Illustration 45

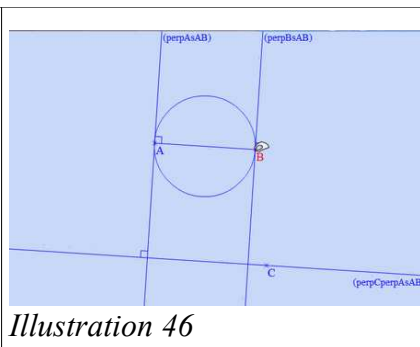


Illustration 46

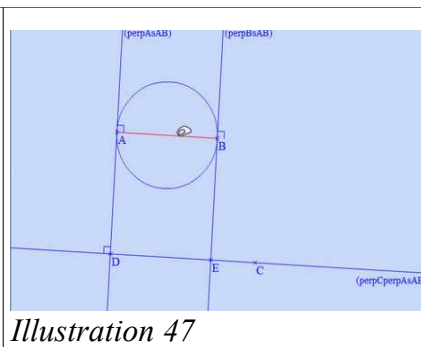


Illustration 47

#### étape 9 : le professeur valide la construction

Les élèves ont obtenu un rectangle ABED, qui résiste au déplacement. Ils appellent le professeur puisqu'ils sont parvenus à tracer un rectangle, qui résiste au déplacement. Ils expliquent qu'ils ont un point C parasite (min. 18:06, tdp 45, Y : « *Maître, nous on a un point qui sert à rien. Le point C il se balade sur la ligne. Mais ceux-là, ça va* »). Le professeur valide la construction, puisqu'il leur demande d'enlever les traits de construction.

### Analyse

Le professeur définit le jeu dans la deuxième étape : les élèves ont à reproduire l'arche. Il va de soi que cette reproduction ne peut être à faire que dans l'environnement tracenpoche : ils sont dans la salle informatique. Le professeur a tracé le « dessin » d'un rectangle et d'un cercle, dont un diamètre est un côté du rectangle. Le « dessin » illustre ce qu'il y a à faire. Mais le professeur ne rappelle pas les propriétés géométriques. Nous pouvons penser qu'il estime que le lien entre le travail effectué sur la photographie de l'arche annotée dans la séance précédente (moments modélisés sous forme de jeux d'apprentissage JA1 et JA2) et le dessin au tableau sera établi par les élèves. Il s'attend donc à ce que les élèves puissent s'engager dans le travail de construction de la figure dans l'environnement tracenpoche. Effectivement, c'est ce que font les élèves, avant même que le professeur explique ce qu'il attend d'eux. Le « dessin » au tableau est le signe pour les élèves de ce qu'ils ont à reproduire (étape 1). Par ailleurs, le professeur énonce de nouveau une règle stratégique qu'il avait déjà précisée lors des séances précédentes, à savoir prendre appui sur les phrases proposées par le logiciel. Nous remarquons, à ce niveau, que le choix du logiciel tracenpoche semble être apprécié par le professeur relativement aux bandeaux jaunes explicatifs. Enfin, le professeur fait allusion à la règle définitoire du déplacement dans l'environnement tracenpoche. La question du déplacement pour valider la construction est donc présente, mais elle n'est pas explicitée. C'est ainsi que « *si on déplace la droite, elle bouge et les points vont avec* » de la situation 1 devient « *Vous vous souvenez comment on sait que la construction tient debout* » dans la situation 2.

Dans la séance précédente (JA1\_M), le professeur et les élèves ont mis en évidence que le diamètre du cercle est un côté du rectangle, sur la photographie. Cette identification préalable permet aux élèves de s'engager dans les tâches t3,3,tep. (cf analyse *a priori* : t3,3,tep reproduire un cercle connaissant un diamètre). Le contrat actualisé lors du jeu d'apprentissage précédent permet aux élèves d'avoir une première appréhension du milieu. Toujours au cours de cette séance précédente, le professeur a évoqué la question de la chronologie des tâches t3,2,tep (cf analyse *a priori* : t3,2,tep reproduire un rectangle) et t3,3,tep sans donner la priorité à l'une ou l'autre.

Les élèves construisent d'abord le cercle. Pour cela, il déroule le menu des cercles. Le bouton


« cercle de diamètre donné »  suffit aux élèves pour faire signe de la déclaration d'un cercle à partir de son diamètre, ce qui est renforcé par l'apparition d'un cercle en construction (orangé) dès le tracé du premier point (cf illustration 29). On se rappelle que sur la photographie du pont (JA2), les points diamétralement opposés avaient mis en évidence (pour rappel, cf illustration 48).

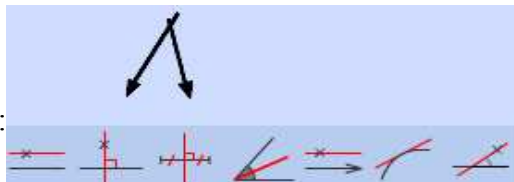


Illustration 48

Il est à noter que les élèves utilisent une règle stratégique évoquée lors de la situation précédente, à savoir déplacer au fur et à mesure pour valider la construction au fur et à mesure, alors que le professeur n'en a pas parlé.

Dans la troisième étape, les élèves veulent construire la perpendiculaire à (AB) passant par le point A. Devant la nécessité de déclaration des propriétés dans l'environnement tracenpoche, les deux élèves n'en sont pas au même point. Guillaume voit un segment (au tableau ou sur la photographie dans la séance précédente). Il veut donc construire un segment à partir du bouton « segment ». Nous pouvons dire qu'il est dans le contrat du « dessin » : ce qui est visible à l'écran à l'instant t doit correspondre au modèle du tableau. Yann suit les instructions de Guillaume, mais il semblerait qu'il sait que cette technique ne convient pas. En effet, avant de valider la deuxième extrémité du segment, il montre à Guillaume que la place du deuxième point n'est pas fixée, alors qu'elle devrait l'être. Il n'est plus dans le contrat du dessin. En effet, il n'a pas besoin de valider le deuxième point et de déplacer pour vérifier que la construction est fausse. Il le sait. Mais c'est en faisant qu'il peut le montrer à Guillaume. Il fait donc comme s'il anticipait le déplacement. À partir de ce moment, nous pouvons dire que l'élève a montré à son camarade la nécessité de quelque chose de plus. Il s'appuie sur les rétroactions possibles de l'environnement tracenpoche pour dire que le segment doit vérifier une propriété supplémentaire. Il l'exprime avec des connaissances spatiales (Y, « *C'est tout droit* »). Dans le cas présent, nous illustrons comment un élève peut s'appuyer sur les rétroactions de l'environnement tracenpoche pour mettre en défaut une technique perceptive.

Les élèves s'attendent à tracer un angle droit. C'est précisément cette expression qui a été utilisée dans la séance précédente. Dans l'environnement papier-crayon, tracer un angle droit et tracer deux droites perpendiculaires sont synonymes et nécessitent l'usage de l'équerre. Dans l'environnement tracenpoche, tracer deux droites perpendiculaires avec le bouton « perpendiculaire » est la seule manière de faire. À ce moment-là, pour les élèves, l'équivalence entre ces deux connaissances mathématiques n'est pas disponible, représentant ainsi un empêchement de poursuivre la construction. Les élèves cherchent donc comment tracer un angle droit (connaissance mathématique sous-jacente, si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle) dans l'environnement tracenpoche.



Ils déroulent les menus du troisième bouton :

Les boutons

« perpendiculaire » et « médiatrice » vont permettre aux élèves de faire le lien entre angle droit et droite perpendiculaire. Autrement dit, l'équivalence mathématique devient disponible, à partir des icônes proposées dans les menus du logiciel.

Lorsque les élèves choisissent le bouton « perpendiculaire », ils lisent le bandeau jaune « construire une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite », aide proposée par l'environnement

tracenpoche. Yann semble convaincu d'être sur le bouton attendu (« *T'es sûr que c'est pas ça ?* »), Guillaume est plutôt dans une autre stratégie d'essai-erreur (« *Vas-y, vas-y, essaie* »). Nous savons que la facilité de construction dans l'environnement tracempoche peut induire des stratégies d'essai-erreur jusqu'à l'obtention de la construction attendue. Nous retrouvons ici un décalage entre ces deux élèves, le premier est dans un contrat d'essai/erreur. Le deuxième entre dans le contrat des propriétés.

En suivant les indications du bandeau jaune (effet de contrat), Yann sélectionne successivement le point A, puis le segment [AB]. Concernant la sélection du point A, Yann utilise ses connaissances de l'environnement papier-crayon, pour tracer un angle droit en A, il aurait placé son équerre en A. Nous pouvons dire qu'il assimile le nouveau milieu par un ancien contrat. Concernant le segment [AB], Yann a un moment d'hésitation. Il déplace la souris et le segment [AB] devient rouge, en tant que candidat possible à sélectionner. C'est le seul candidat possible, aucune autre direction n'est disponible. Nous pouvons dire que le logiciel produit un genre d'effet Topaze. Puis, la droite que les élèves obtiennent à l'écran est exactement ce qu'ils voulaient obtenir. Nous pouvons penser que les élèves valident leur construction dans la mesure où le logiciel construit la droite en codant la construction avec l'angle droit (cf illustration 49). Yann trace la deuxième perpendiculaire (d2) sans lire les bandeaux jaunes.

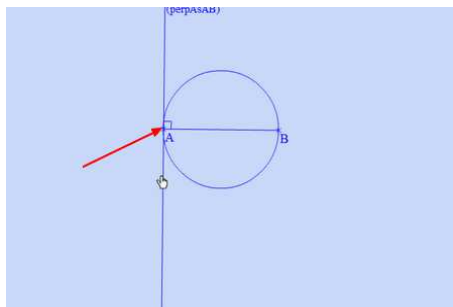


Illustration 49

Dans cette première partie de la construction, nous voyons ici comment les élèves passent d'une technique perceptive à une technique perceptivo-théorique, passant ainsi du contrat du dessin au contrat de figure, en prenant appui sur les éléments sémiotiques du milieu, à l'effet Topaze près.

Dans l'étape 5, le décalage entre les deux élèves est toujours présent. Guillaume veut tracer un segment. Contrairement à une étape précédente (étape 3), le segment qu'il propose ne se veut pas être conforme au modèle, il se veut être perpendiculaire, ce segment est donc défini avec des propriétés géométriques, du point de vue de Guillaume. Comme si, par expérience, il arrive que des segments aient des propriétés alors qu'ils n'ont pas été définis comme tels. Nous pensons qu'effectivement les élèves de cycle 3 font cette expérience.

Cette technique perceptive est écartée par Y, qui se place directement au niveau des propriétés géométriques. Il pense utiliser la même technique que celle qui lui a permis de gagner dans l'étape 4. Il sélectionne le bouton perpendiculaire, la droite (d1) et un point C situé de manière perceptive sur la droite (d2) (cf illustration 50)

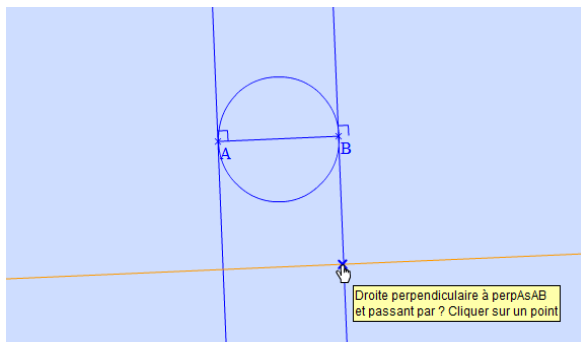
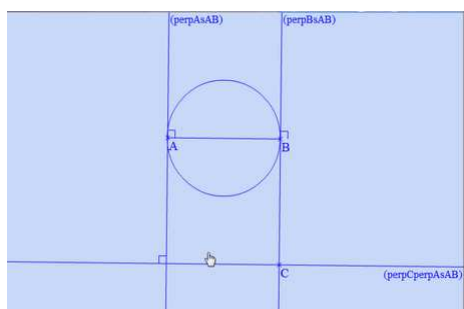


Illustration 50



Il utilise une technique perceptive, puisque le point C n'est pas sur (d1). Cependant, il a déclaré la relation de perpendicularité. Nous avons cette technique perceptive, qui tient compte de certaine propriété mathématique. Aucun signe ne permet de se rendre compte que le point C créé au cours de la construction, est un point quelconque de la perpendiculaire et non un point de (d2) (cf illustration 51).



*Illustration 51*

Comme nous l'avons évoqué plus haut, Yann fait l'expérience de la présence de l'angle droit en C, bien qu'il ne l'ait pas déclaré comme tel. Il se pose alors la question du quatrième angle droit, à bon escient. L'angle droit est effectivement présent, conséquence de construction mathématique, mais il n'est pas codé comme tel.

À la septième étape, le chercheur-praticien passe auprès des élèves. Il rappelle la règle stratégique, donnée par le professeur lors d'une séance précédente, à savoir déplacer les points déplaçables à chaque étape de la construction. Il n'attend pas que les élèves aient obtenu un rectangle ABCD. Le chercheur-praticien explicite le rôle du déplacement « *pour voir si ça reste bien accroché* ». Le professeur de la classe avait choisi de l'expliquer sous une autre forme « *pour voir si la construction tient debout* ». Ces expressions, bien que différentes, semblent compréhensibles pour les élèves.

Le déplacement des points déplaçables fait partie du nouveau contrat dans l'environnement tracenpoche. Même si les élèves ne déplacent pas spontanément au cours de la construction, ils le font à la demande du chercheur-praticien. Ils savent que le déplacement va leur permettre de valider ou non la construction : c'est ce qui se passe ici. Yann est capable de dire que la construction proposée est fausse (Y : « *Ah, non, le C* »). Le chercheur-praticien explique que le point C ne convient pas (PR : « *Ah, non, le C ça ne va pas* »). *A posteriori*, nous ne sommes pas sûrs que les deux personnes étaient au même niveau d'interprétation. Pour Yann, il pouvait penser que la construction est fausse car le point C « se promène ». Pour le chercheur-praticien, il affirme la raison de la non-validité de la construction qui tient à une erreur concernant le point C. Ce qui est remarquable, c'est que les élèves vont chercher à démontrer que c'est effectivement le point C. Ils élaborent une nouvelle stratégie. Si la construction est juste à l'étape n-1 et qu'elle est fausse à l'étape n, c'est que le passage de l'étape n-1 à n est faux. La construction est fausse lorsqu'ils ont tracé la droite (d3) et le point C (étape n). Ils effacent le point C et la droite (d3) et déplacent le point B. La construction est juste (étape n-1). Ils en concluent que c'est le point C qui est faux (passage entre l'étape n-1 et n).

Les contraintes instrumentales sont telles que la perpendiculaire tracée sans avoir au préalable placé le point C sur (d2) ne correspond pas exactement à ce que les élèves attendent. En effet, au cours du déplacement du point C, le point C ne reste pas à l'intersection des deux droites. Dans la première partie, c'est ce que les élèves ont fait. Dans la deuxième partie, suite à l'intervention du chercheur-praticien, ils sont d'accord sur le fait que le point C ne convenait pas. Dans cette troisième partie, le déplacement du point C leur fait rencontrer un rectangle, en tant que quadrilatère ayant trois angles droits et deux sommets nommés ici A et B. Nous passons ainsi d'une construction qui a été déclarée fausse (par les élèves et le chercheur-praticien) à cette même construction qui est retenue juste (par les élèves). Nous savons que cette droite permet effectivement de tracer un rectangle en tant que quadrilatère ayant trois angles droits. Deux sommets sont A et B, les élèves nomment les deux autres E et F. Le rectangle ABED est construit en tenant compte des propriétés mathématiques - trois

angles droits - , il résiste donc au déplacement, la construction est donc validée par les élèves. Ces derniers demandent une validation par le professeur, soit par effet de contrat, soit du fait de la présence du point C. Le professeur, lui, ne prend pas appui sur ce point C « inutile ». Il ne saisit pas l'occasion de faire préciser aux élèves ce qu'ils ont construit. Il reste en retrait au moment de la validation. Est-ce qu'il est aisé pour lui d'interpréter la construction proposée ? Les élèves travaillent dans le même but, à savoir construire une figure, qui conserve ses propriétés au cours du déplacement. Ils y sont parvenus. Le professeur, absent aux moments des échanges, sera appelé uniquement pour validation. Il semblerait que la complexité de la démarche de l'élève n'ait pas été saisie par l'enseignant.

## **5.4 - Conclusion par rapport à cette classe**

### **5.4.1 - Rappel de la chronologie**

Le professeur a choisi d'organiser la situation sur six séances. Nous nous sommes particulièrement intéressés au cœur de la situation, la construction du rectangle et du cercle dont un diamètre est un côté du rectangle. Au cours de la situation 5, le professeur a donné à voir collectivement sur une photographie des éléments géométriques, un cercle et un rectangle. Puis dans la situation 6, les élèves ont à reproduire cette figure, tracée au tableau, pour représenter l'arche analysée précédemment.

### **5.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **5.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Au cours de la séance 5, le professeur et les élèves sont en train de modéliser l'arche par un dessin à main levée. Les élèves repèrent des segments, qu'ils décrivent par rapport à une position spatiale (JA1\_S2\_M, étape 4 : Y explique qu'« *il faut qu'on trace des segments, un en bas et deux qui remontent jusqu'au cercle* »). Le professeur intervient pour solliciter des connaissances mathématiques (JA2\_S2\_M, étape 1 : P demande « *des précisions supplémentaires* »). Il s'agit d'un effet de contrat, le professeur explique qu'il attend implicitement une relation géométrique. Effectivement les élèves répondent par « des angles droits ».

Par contre, lorsque les deux élèves sont face à l'ordinateur, ils se posent la question de tracer les segments (JA3\_S2\_M\_G\_Y, étape 3, Yann montre le segment qui ne peut pas rester vertical et le montre « *Mais ton segment on ne saura jamais comment y va être* »). Il s'agit d'un effet du milieu : Yann donne à voir à Guillaume que le segment dessiné verticalement ne peut pas le rester. Ils ont donc réalisé, dans l'environnement tracenpoche, sans l'aide du professeur la nécessité de donner « *des précisions supplémentaires* ».

L'environnement tracenpoche peut enrichir l'expérience des élèves. Le binôme Guillaume et Yann font l'expérience de l'équivalence entre la notion d'angle droit et la perpendiculaire. Yann sait qu'il faut faire un angle droit (JA3\_S2\_M\_G\_Y, étape 4, Y : « *Il faut que ça fasse un angle droit, mais faut trouver* »). En cela, il reprend les propos de la séance précédente (JA2\_S2\_M, étape 1, Solène précise qu'il y a « des angles droits » et les code sur le schéma). En cherchant parmi tous les boutons, ils découvrent le bouton « perpendiculaire ». Mais en sélectionnant ce bouton, ils ne sont sûrs de rien (G : « *Vas-y, vas-y, essaie* »). Pourtant, ils tracent correctement la perpendiculaire à (AB) passant par le point A, en sélectionnant la droite (AB) et le point A. Le concept de l'angle droit

est ainsi mis à l'épreuve, sans intervention du professeur.

Au cours des séances 5 et 6, le statut de la représentation graphique évolue, soit dans l'environnement papier-crayon soit dans l'environnement tracenpoche. La photographie est superposée à un dessin à main levée - cercle et segment - puis à un schéma dont les relations géométriques sont précisées – angles droits, rectangle, cercle et diamètre - . C'est effectivement dans les transactions, que collectivement cette transformation a lieu. Le codage de la photographie par les élèves, sous l'impulsion du professeur est le signe de cette évolution. Dans la salle informatique, au tableau blanc, le « dessin » proposé par le professeur devient implicitement une « figure » lorsqu'il donne la consigne aux élèves (JA3\_S2\_M\_G\_Y, étape 3, P explique : « *Vous avez au tableau blanc le modèle de ce que l'on a tracé en classe. Donc voilà ce que vous allez reproduire pour tracer votre arche* »). Les élèves ont à se souvenir des relations géométriques, même si « la figure » n'est pas codée. Là encore, c'est sous l'impulsion du professeur que ce changement peut advenir. C'est l'environnement tracenpoche qui validera leur construction en tant que « figure » si elle résiste au déplacement, en lien avec ce que le professeur et les élèves ont fait auparavant. Le professeur s'efface dans la dernière séance de manière à laisser toute la place à la construction dans l'environnement tracenpoche, en ayant au préalable balisé le chemin du « dessin » à la « figure ».

#### **5.4.4 - Initiatives du professeur**

Nous avons pensé à une modélisation d'une arche du pont du Gard pour faire travailler le rectangle. Le professeur reprend cette idée et l'adapte. C'est sur la photographie qu'il fait tracer d'abord un dessin à main levée - cercle et segments - puis un schéma - cercle et rectangle dont un côté est diamètre du cercle - . Il conserve ainsi la photographie, établissant ainsi un lien entre l'arche et les activités géométriques.

Le codage de l'angle droit, repéré au cours de la situation précédente par le professeur, permet aux élèves de vérifier leur « angle droit », la droite (d1) est effectivement la perpendiculaire à (AB) passant par le point A. L'absence de codage en C pose question à Yann : dans sa construction, le quadrilatère est un rectangle, il a trois angles droits codés par le logiciel (JA3\_S2\_M\_G\_Y, étape 6). Il ne sait pas y répondre et les élèves continuent.

Nous avons rencontré un moment intéressant dans le travail de recherche des deux élèves. Guillaume et Yann cherchent à tracer un angle droit. Ils déroulent le menu des « droites » : ils hésitent à prendre le bouton « perpendiculaire ». C'est le résultat obtenu à l'écran qui leur permet de valider leurs choix de sélection. Le logiciel produit ainsi une sorte d'effet Topaze. Le résultat des élèves est obtenu par les « indications » du logiciel. Elles sont suffisantes parce que la construction est simple. C'est précisément dans ce type de situation simple que nous pourrions faire expliciter les actions menées dans l'environnement tracenpoche. Ici, le fait d'avoir réussi pour ces élèves n'est pas nécessairement renouvelable.

## **6 - Dans la classe de PB**

### **6.1 - Une mise en intrigue**

Le professeur a demandé aux élèves de tracer un rectangle ABCD, puis d'écrire un programme de construction, tâches notées t2,5,pc\* et t5,1,pc\*. À partir de là, il présente les productions de certains élèves pour faire vérifier la validité d'un programme de construction, tâche notée t5,2,pc\*. Nous modélisons ce premier moment par un jeu d'apprentissage, noté JA1\_S2\_PB, dont l'enjeu est de faire établir une chronologie de la construction d'un rectangle à partir des programmes de construction. Puis le professeur donne à terminer un rectangle ABCD dans l'environnement tracenpoche, tâche notée t2,3,tep\*. Nous modélisons trois moments sous la forme de jeux

d'apprentissage donnant à voir les spécificités des transactions. Le deuxième jeu d'apprentissage, noté JA2\_S2\_PB\_D\_E a pour enjeu de faire compléter un rectangle, sachant qu'il est commencé, du point de vue de deux élèves, Dalina et Eloïse. Le troisième jeu d'apprentissage, noté JA3\_S2\_PB a pour enjeu de faire partager collectivement des connaissances mathématiques illustrées par des connaissances instrumentales, sachant que ces connaissances mathématiques ont été présentées dans la première partie de la situation. Le quatrième jeu d'apprentissage, noté JA4\_S2\_PB, a pour enjeu de montrer collectivement une nouvelle connaissance instrumentale « la règle » et de faire voir son rôle.

## 6.2 - Représentation synoptique<sup>50</sup>

avec

JA1\_S2\_PB (8 min. )

enjeu : faire établir une chronologie de la construction d'un rectangle à partir des programmes de construction.

JA2\_S2\_PB\_D\_E (9 min.)

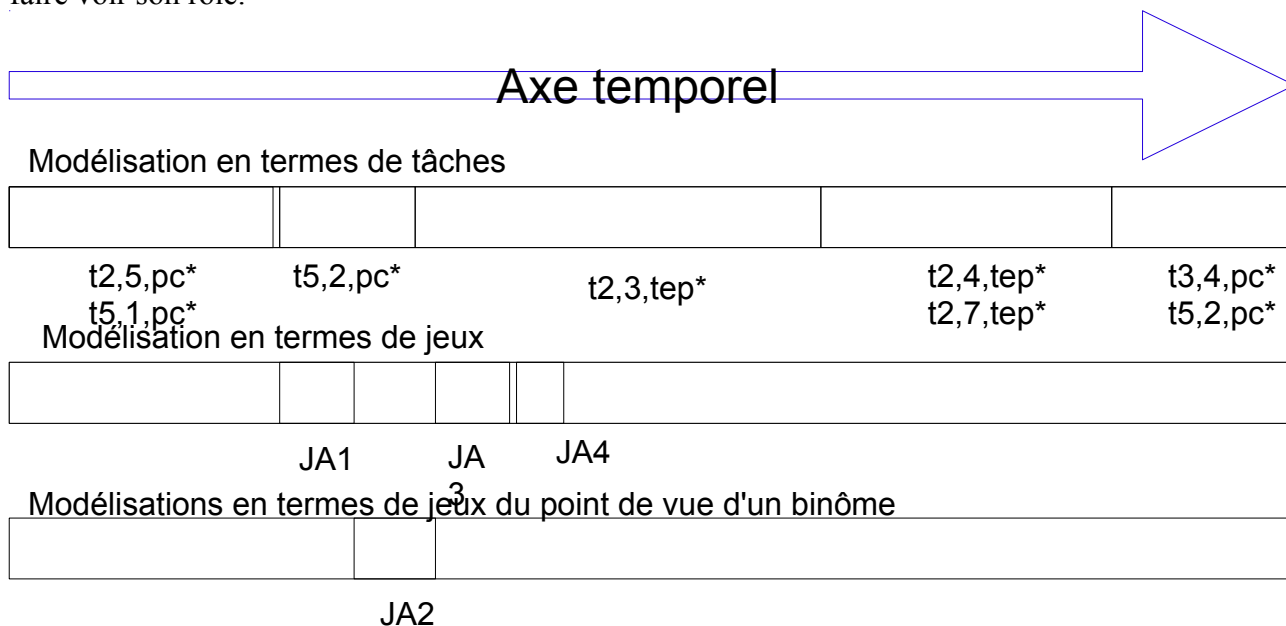
enjeu : faire compléter un rectangle, sachant qu'il est commencé, du point de vue de deux élèves Dalina et Eloïse.

JA3\_S2\_PB (8 min.)

enjeu : faire partager collectivement des connaissances mathématiques illustrées par des connaissances instrumentales, sachant que ces connaissances mathématiques ont été présentées dans la première partie de la situation.

JA4\_S2\_PB (5 min.)

enjeu : montrer collectivement une nouvelle connaissance instrumentale, « la règle », et de faire voir son rôle.



## 6.3 - Jeux d'apprentissage

### 6.3.1 - JA1\_S2\_PB (8 min.)

L'enjeu est de faire établir une chronologie de la construction d'un rectangle à partir des programmes de construction. Nous découpons en trois étapes, mettant en évidence la manière

<sup>50</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (142 min.).

dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont construit un rectangle ABCD. Ils savent ce qu'est un rectangle, et ils savent en construire un. Ils ont écrit un programme de construction. Ils ont l'habitude de rendre publique leur production.

Des éléments du milieu : collectivement, les élèves doivent décider si ces éléments écrits permettent effectivement de tracer le rectangle.

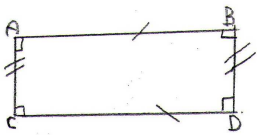
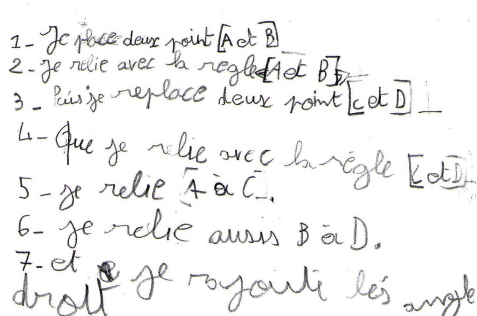
Présentation de ce moment : il s'agit du début de la séance 2. Le professeur a, dans sa main, toutes les propositions écrites des élèves, le rectangle tracé et le programme de construction sur une feuille. Il commence par montrer la feuille d'Esteban.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : la proposition d'Esteban.

Le professeur a la feuille d'Esteban (min. 1:20, tdp 6, P : « Je vois sur la feuille d'Esteban, il a bien fait un rectangle, a priori je n'ai pas à vérifier avec l'équerre, on dirait un rectangle, ça ressemble à un rectangle. Et derrière il a fait le programme de construction. J'en prends une au hasard ») (cf illustration 52 et 53). Il demande alors aux élèves de la commenter (min. 1:27, tdp 6, P : « Je la lis et vous me dites ce que vous en pensez »). Le professeur commence à lire ce qui est écrit (min. 1:32, tdp 7, P : « Je place un point A et B, je relie avec la règle A et B »). Le professeur fait une pause, il s'adresse à tous les élèves puis à Esteban (tdp 7, P : « Il a mis entre crochets, ça veut dire tu traces un ? »). La réponse d'Esteban est immédiate (tdp 10, Est : « Segment »). Le professeur reprend la chronologie du début du tracé (min. 1:44, tdp 11, P : « Un segment. Il a placé A et B, il a tracé le segment »). Puis il reprend la suite de la lecture (min. 1:46, tdp 11, P : « Puis je replace deux points, C et D »). Le professeur commente la phrase (tdp 11, P : « Directement, comme ça »). Puis il reprend le fil de la lecture (tdp 12, P : « Que je relie avec la règle »). Il alterne ainsi les moments où il commente le programme de construction (tdp 12, P : « Il fait un autre segment [CD] ») et où il le lit (tdp 12, P : « Et je rajoute les angles droits »). Le professeur conclut que ce programme de construction est une explication (tdp 13, P : « Voici une des explications »).

Recto de la feuille d'Esteban	Verso
 <p>Illustration 52</p>	 <p>Illustration 53</p>

### étape 2 : la proposition de Sophie

Au lieu de lire le programme de construction, il demande à Sophie de se souvenir de ce qu'elle a fait (min. 2:26, tdp 15, P : « Dis-nous ton programme de construction si tu t'en souviens. Comment tu traces un rectangle ? »). Sophie commence à évoquer le segment [AB] (min. 2:28, tdp 18, S : « Ben au début je trace un segment AB, que j'appelle AB, à chaque extrémité du segment, je place le point A et B »). Puis elle explique qu'elle a tracé « sa perpendiculaire », autrement dit la perpendiculaire à (AB). Le professeur demande des précisions (min. 2:49, tdp 19, P : « La perpendiculaire au segment [AB] passant par un point ou pas ? »). Elle explique alors qu'elle a pris 10cm. Le

professeur corrige (tdp 22, P : « *Je n'avais pas donné de mesure* »). Sophie continue (min. 3:00, tdp 24, S : « *Donc, après, à la fin du segment BC, je ...* »). À la fin du programme de construction, Sophie explique qu'elle place le point D sur la droite (CD) (min. 4:01, tdp 46, S : « *Après j'ai placé un point D sur la droite.* »). Le professeur demande des précisions (min. 4:15, tdp 49, P : « *Tu l'as mis n'importe où ?* ») mais il ne souhaite pas une explicitation du lieu du point D (min. 4:25, tdp 51, P : « *C'est tout ce qui m'intéresse. Je voulais savoir si tu l'avais mis n'importe où ou pas* »).

#### étape 3 : la proposition d'un élève E

Un peu plus tard, un élève demande la parole pour donner une autre méthode de construction. Le professeur décide de faire un schéma (min. 6:29, tdp 81, P : « *Alors, attends, je regarde. Tu as fait un segment. Je le fais à main levée. Un segment A, B. Ensuite ? Tu as pris le compas ?* ») (cf illustration 54). Il trace des arcs de cercle à la main selon les indications de l'élève (cf illustration 55). Le triangle dessiné à main levée ne ressemble pas à un triangle rectangle.



Illustration 54



Illustration 55

L'élève reprend alors la parole et propose de mettre un angle droit (min. 7:06, tdp 93, E : « *Faut mettre un angle droit* »). Le professeur efface les arcs de cercle et laisse le segment [AB]. Puis demande des précisions (min. 7:10, tdp 94, P : « *Un angle droit, ça revient à tracer quoi ?* »). L'élève répond par « *une droite* ». Le professeur repose la question et y répond (min. 7:21, tdp 96, P : « *Comment on appelle la droite formée par un angle droit ? Une perpendiculaire* »). Après un échange entre le professeur, l'élève E et Sophie, Sophie explique que le point C est « *sur* » la droite (min. 7:48, tdp 107, S : « *Sur* »), le professeur conclut (tdp 108, P : « *Sur la droite. Il y a une différence entre placer sur et placer au bout* »). L'élève propose alors de placer le point D, « *de l'autre côté de C* » (min.8:38, tdp 118, E : « *De l'autre côté de C* »). Le professeur trace à main levée la perpendiculaire à (AB) passant par A (min. 8:11, tdp 113, E : « *Une perpendiculaire à AB, sur A* ») (cf illustration 56<sup>51</sup>).

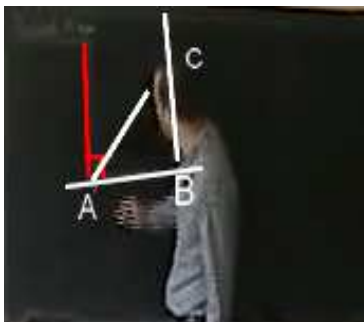


Illustration 56

L'élève E continue la dictée (min. 8:35, tdp 116, E : « *Je fais un point D* »). À ce moment, le professeur choisit de ne pas comprendre et place le point D en dehors de la droite qui vient d'être

<sup>51</sup> La qualité des données filmiques ne permet pas de dire si le professeur a codé l'angle droit.

tracée (cf illustration 57). L'élève précise (min. 8:43, tdp 119, E : « *Sur la droite* »). Puis le professeur place le point D sur la droite, de sorte que les distances AD et BC soient perceptivement différentes (cf illustration 58). L'élève demande alors au professeur de placer le point D en face de C. Devant l'incompréhension du professeur (min. 8:53, tdp 122, P : « *Je suis en face* »), l'élève propose alors de tracer la troisième perpendiculaire. Le professeur effectue alors la construction à l'aide de l'équerre (cf illustration 59).



Illustration 57



Illustration 58



Illustration 59

## Analyse

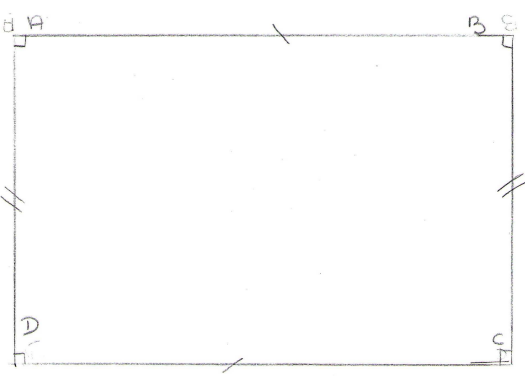
L'organisation du professeur évolue au fur et à mesure des énoncés des programmes de construction. Avec le programme de construction d'Esteban, le premier élève, il lit et choisit de montrer sur la feuille d'Esteban, autrement dit, il semble accepter des phrases du type « *tracer un segment* », sans autre précision, alors que, par ailleurs nous savons que le segment doit être perpendiculaire au segment déjà tracé. Avec Sophie, il ne fait pas référence à son programme de construction. Il ne se base que sur ce qu'elle dit et éventuellement modifie certaines propositions. Il ne cherche pas sa feuille écrite. Avec le programme de construction de l'élève E, le professeur choisit de faire le tracé sur un schéma. Et il met en scène les défauts des propositions de phrases qui relèvent d'un programme de construction.

Nous allons d'abord regarder plus précisément le programme de construction d'Esteban. Le rectangle tracé par Esteban ne correspond pas à ce qui est attendu. D'une part, les angles  $\hat{A}$  et  $\hat{D}$  ne sont pas droits (1 à 3 millimètres d'écart). D'autre part, le rectangle dessiné se nomme ABDC et non ABCD. En effet, explicitement, le professeur avait rappelé dès la première minute de la séance que les élèves avaient tracé un rectangle ABCD (tdp 4, P : « *La seule chose que je vous avais indiquée, c'était de tracer un rectangle qui s'appelait comment ?* »). Les élèves avaient alors répondu ensemble « ABCD » (tdp 5). Puis le professeur utilise un procédé de type prétérition (min. 1:20, tdp 6, P : « *A priori, je n'ai pas à utiliser l'équerre, on dirait que c'est un rectangle* »). Il parle de l'équerre, l'instrument nécessaire pour vérifier que le dessin obtenu est un rectangle. Il choisit de ne pas l'utiliser puisque le dessin, tel qu'il est présenté, suffit à dire que c'est un rectangle. Il est difficile d'interpréter cette assertion « *on dirait un rectangle* ». Nous pouvons penser que le dessin est reconnu perceptivement comme un rectangle. Nous pouvons également envisager que le codage sur le dessin, quatre angles droits et les côtés opposés de même longueur, permet de reconnaître le rectangle. Dans ce cas, le statut du dessin est modifié et la construction sur la feuille est une figure. Par ailleurs, l'enjeu initial qui consiste à « *dire ce qu'on pense du programme de construction* » est détourné.

Nous allons maintenant nous intéresser au programme de construction proposé par Sophie. Dans le programme de construction exposé à l'oral, de mémoire, Sophie semble se souvenir de ce qu'elle a fait (cf illustration 60 et 61). Le professeur ne l'a pas devant lui au moment où Sophie parle. Elle censure les éléments contenant des indications sur les longueurs, conformément à la demande du professeur. Ce dernier interrompt régulièrement Sophie pour qu'elle soit plus précise. Aucun élève ne remet en cause le programme de construction. Sophie, elle, sait qu'elle a réussi à tracer un rectangle, donc elle pense probablement que son programme de construction devrait aboutir. Les



autres élèves ne sont pas sollicités. L'enjeu, ici, qui consiste à « dire ce qu'on pense du programme de construction » est vérifié par Sophie parce qu'elle a pu construire le rectangle, mais les autres élèves ne sont pas sollicités.

Recto de la feuille de Sophie	Verso
 <p><i>Illustration 60</i></p>	<p>Sophie :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. J'ai commencé à tracer un segment de 15cm = AB</li> <li>2. J'ai tracé sa [⊥] de 10cm = BC</li> <li>3. J'ai tracé sa [⊥] de 15cm = CD</li> <li>4. J'ai tracé sa [⊥] de 10cm = DA</li> <li>5. Je place un signe sur AB et sur CD pour montrer qu'elles sont [//]</li> <li>6. Je place un signe sur AD et sur BC pour montrer qu'elles sont [//]</li> </ol> <p>7. Je place les lettres et les angles droits.</p> <p><i>Illustration 61</i></p>

Nous allons maintenant développer la proposition de la chronologie de la construction du troisième élève E (nous ne connaissons pas son prénom, donc nous n'avons pas pu retrouver son programme de construction). Le professeur choisit ici de faire un schéma au fur et à mesure de la dictée. Il interprète les phrases de sorte à mettre en évidence leur précision insuffisante. C'est donc le professeur qui crée de la nécessité ici. Ainsi, « *placer le point D de l'autre côté* » est pris comme une connaissance spatiale, le professeur place le point D dans le demi-plan délimité par la droite (BC) contenant le point A. Puis « *placer le point D sur la droite* » est interprété effectivement comme une position quelconque sur la droite, il place le point D sur la droite, sans contrainte supplémentaire. Ou encore, le professeur montre ce qu'il y a à voir, (E : « *En face* », P : « *Je suis en face !* »). Le schéma au tableau devient le lieu de validation des propos de l'élève. Le dialogue installé entre l'élève E qui propose la construction et le professeur intéresse alors vivement les élèves. Ainsi, à la minute 7:03, lorsque le triangle proposé n'est pas rectangle, nous sommes dans une situation de dialogue entre le professeur et l'élève E (cf illustration 62). Puis lorsque le professeur met en scène les commandes de l'élève (min. 9: 03), les doigts se lèvent (cf illustration 63). Le dialogue s'ouvre et fait la place à d'autres élèves potentiels.



*Illustration 62*



*Illustration 63*

Enfin, dans ces échanges, nous voulons montrer la distance entre ce que les élèves disent ou écrivent et ce que le professeur les incite à dire.



Nous rapportons les premiers échanges entre le professeur et Sophie :

S : *Ben au début, je trace un segment AB, que j'appelle AB, à chaque extrémité du segment, je place le point A et B.*

P : *Oui*

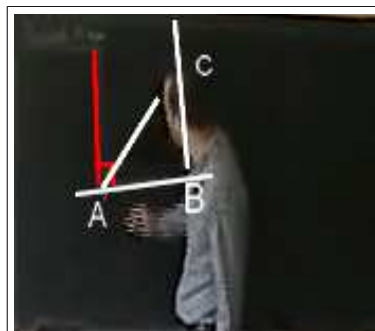
S : *Après, je trace sa parallèle, euh non sa perpendiculaire.*

P : *La perpendiculaire au segment AB passant par un point ou pas ?*

S : *Oui passant par le point B.*

Du point de vue de Sophie, elle dit qu'elle « trace sa perpendiculaire » et cette perpendiculaire semble unique. C'est le professeur qui lui demande de préciser si la droite passe par un point. La réponse est immédiate de la part de Sophie. Tout se passe comme si la connaissance mathématique était là mais l'élève n'éprouve pas la nécessité de préciser, ni à l'oral, ni à l'écrit. En effet, elle a écrit sur son programme de construction « J'ai tracé sa  $\perp$  de 10cm : BC ».

Nous juxtaposons maintenant des extraits des échanges entre le professeur et l'élève E, concernant cette question de la perpendiculaire, qui montre une certaine avancée de l'élève E3 dans la formulation.



(min. 8:13)

E : *Une perpendiculaire à AB, sur A*

P : *Une perpendiculaire à AB passant par le point A, donc, en gros, comme ça.*



(min. 9:09)

E3 : *Une perpendiculaire à BC, passant par le point C.*

P : *D'accord. Voilà enfin ce que j'attendais. Une explication en géométrie.*

### 6.3.2 - JA2\_S2\_PB\_D\_E (9 min.)

L'enjeu est de faire compléter un rectangle, sachant qu'il est commencé (cf illustration 64), du point de vue de deux élèves, Dalina et Eloïse. Nous découpons en quatre étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont déjà tracé un rectangle dans l'environnement papier-crayon.

Des éléments du milieu : le rectangle étant commencé, les élèves ont à construire un rectangle dans l'environnement tracenpoche. Ils savent que le rectangle doit rester un rectangle, quelle que soit la position des points.

Présentation de ce moment : les élèves ont travaillé sur le rectangle dans l'environnement papier-crayon. Ils sont dans la salle informatique. Ils savent que l'exercice se nomme « Rectangle ». Un rectangle est commencé ABCD est commencé, ils doivent le compléter. (cf illustration 64).

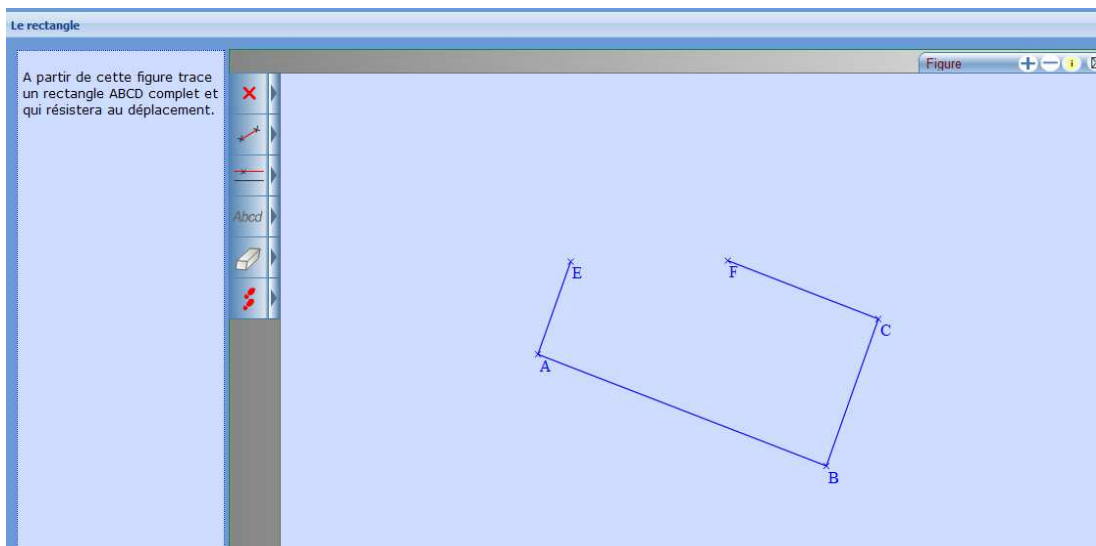


Illustration 64

Les time code et les tours de parole sont indépendants de ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 :

Les deux élèves Dalina et Eloïse ont sélectionné l'exercice à compléter. Elles lisent l'énoncé (min. 10:42, tdp 1, D : « *Trace un rectangle complet qui résistera au déplacement* »). Eloïse demande ce qu'elle doit faire (min. 10:54, tdp 3, E : « *On fait quoi ?* »). Dalina la renvoie à l'énoncé (min. 10:55, tdp 5, D : « *Il faut faire ce qui est marqué* »). Le chercheur-praticien répète cette assertion (min. 10:56, tdp 6, PR : « *Faut faire ce qui est marqué* »). Dalina explique son idée : elle montre le segment de « là » (F) à « là » (D qui n'est pas encore tracé), ainsi que le segment de « là » (E) à « là » à D avec la souris (min. 11:23, tdp 12 et 14). Mais elles hésitent. Le chercheur-praticien arrive et les élèves l'interpellent. Elles ne savent pas ce qu'il y a à faire (min. 13:01, tdp 39, D : « *On doit faire quoi, là ?* »). Il les renvoie à la consigne du professeur (min. 13:03, tdp 30, PR : « *C'est quoi la consigne ?* »). Mais, pour Eloïse, cette consigne n'est pas suffisante (min. 13:06, tdp 32, E : « *Moi, je ne comprends pas* »). Le chercheur-praticien pointe l'attention des élèves sur le début du rectangle (min. 13:13, tdp 34, PR : « *Qu'est-ce qu'il y a sur ta figure ? A...* », D : « *B, C* »). Il enchaîne aussitôt sur la position du point D (min. 13:19, tdp 36, PR : « *B, C et D, il doit être où ?* »). Dalina semble avoir compris (tdp 39, D : « *Ah !* »). Finalement le chercheur-praticien conclut (min. 13:25, tdp 40, PR : « *Le E et F on ne s'en occupe pas !* »).

### étape 2 : premier essai

Eloïse (il est probable que ce soit elle qui a la souris) sélectionne le bouton « segment » et trace un segment [EG], G étant placé approximativement<sup>52</sup> (cf illustration 65). Puis elle trace un segment [FG] (cf illustration 66). Dalina essaie de la conseiller (tdp 44, D : « *Tu le places là* »). Eloïse justifie ce qu'elle est en train de faire (min. 13:33, tdp 45, E : « *Non, droit* »). Dalina explique alors qu'il leur manque une règle (min. 13:33, tdp 46, D : « *Faudrait prendre une règle* »). Elles voient que la construction est fautive (cf illustration 67) (tdp 47, D : « *Mais ça ne fait pas un angle droit* », tdp 48, E : « *Non, ça ne va pas* »). Eloïse efface immédiatement.

<sup>52</sup> Le professeur de la classe a programmé l'exercice en traçant d'abord un rectangle ABCD, puis il a rendu invisible le point D. Les élèves ne peuvent donc pas créer un point D. Les élèves du binôme vont le nommer G (H ou h), en validant la proposition du logiciel.

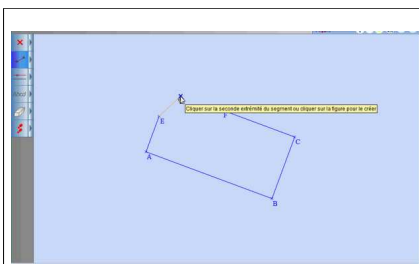


Illustration 65

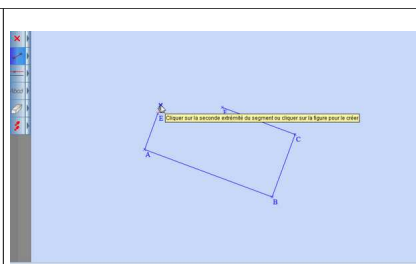


Illustration 66

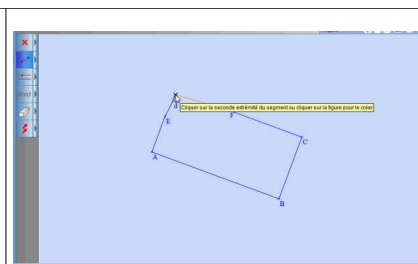


Illustration 67

### étape 3 : deuxième essai

Eloïse recommence puis efface (cf illustration 68). Dalina conclut que cette manière de faire ne convient pas (min. 14:51, tdp 54, D : « *Ça ne fera jamais un angle droit* »). Elle recommence ainsi plusieurs fois, sans succès. Puis Dalina propose de prolonger les segments (min. 17:39, tdp 58, D : « *Si on prolonge, ça va bien finir par se croiser* »). Eloïse déplace les points E et F de sorte que les segments soient sécants (cf illustration 69). Elle place le point H à l'intersection des deux segments [CF] et [AE]. Elles pensent avoir terminé (min. 18:34, tdp 61, D : « *OK, voilà* »).

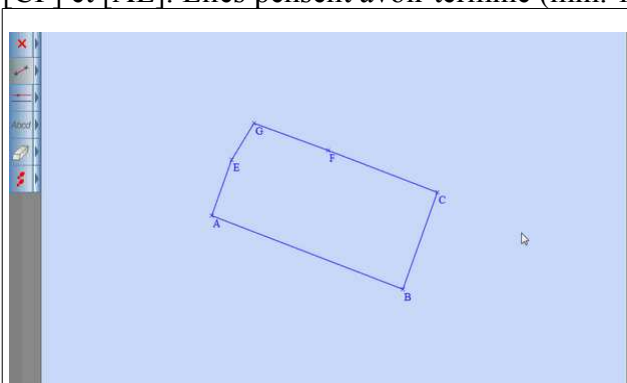


Illustration 68

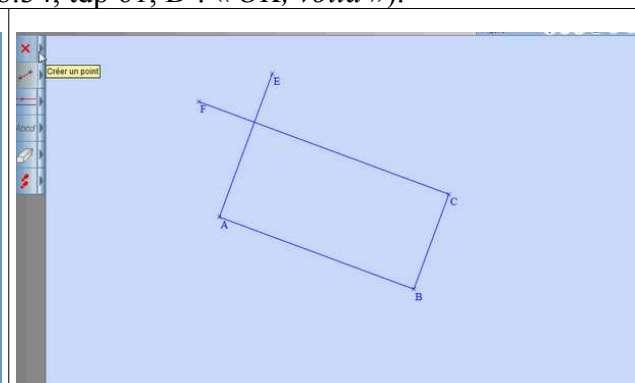
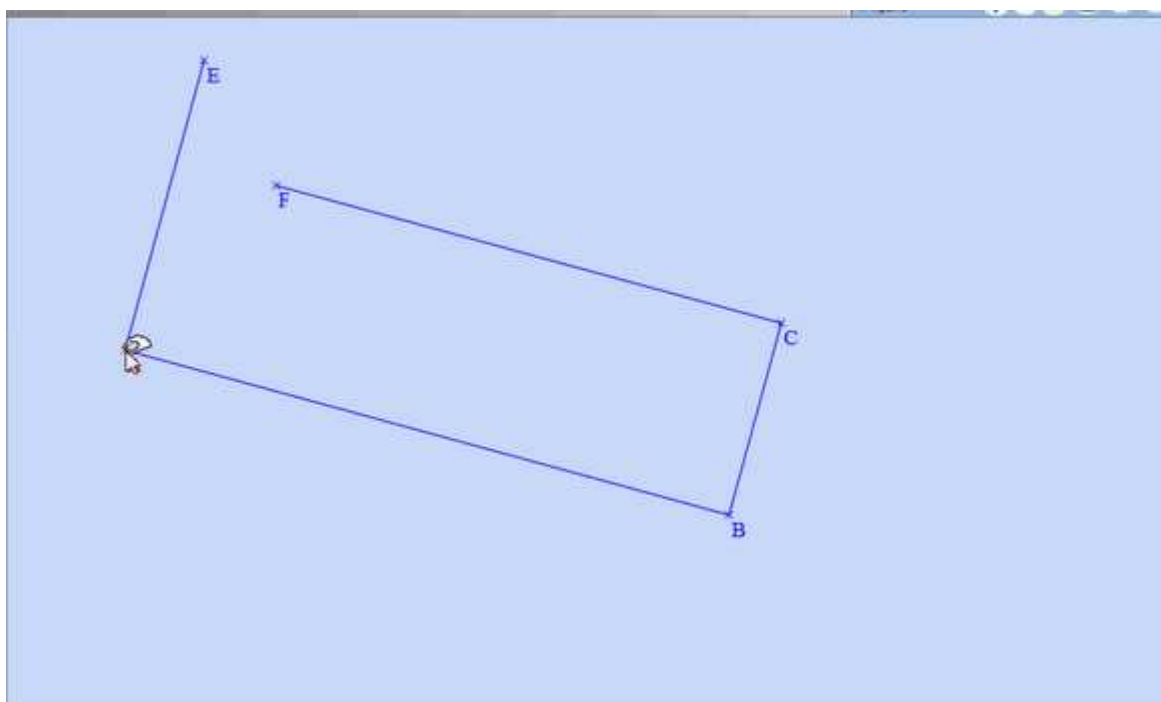


Illustration 69

### étape 4 : validation

Le chercheur-praticien puis le professeur viennent auprès de ce binôme (min. 18:51, tdp 61, PR : « *Le E ?* » puis min. 19:34, P : « *A,B,C, h... Vous le déplacez ?* »). Eloïse déplace le point A (cf illustration 70). Le professeur déplace à son tour les points E, C puis B.



## Analyse

Après avoir tracé les segments [EG] et [FG], les élèves voient que le dessin à l'écran ne correspond pas à ce qui est attendu. Elles recommencent plusieurs fois. Ce qui leur permet de dire que la construction est fautive, c'est le dessin à l'écran qui ne correspond pas à ce qui est attendu. De leur point de vue, le déplacement est inutile.

À un moment, une des élèves évoque la règle : dans l'environnement papier-crayon, la règle permettrait de tracer la demi-droite [Ex) dont l'extrémité fixée est E, la demi-droite ne contenant pas A, en prenant appui sur [AE], à partir du moment où la règle est posée le long du segment [AE]. La règle est l'instrument porteur de l'alignement des points, ainsi prendre la règle en la plaçant sur le segment [AE] revient à tracer la droite (AE). Mais les élèves, eux, ne voient que le segment [EG], sans voir le support (AE). Par conséquent, les deux élèves ne peuvent pas transposer cette technique dans l'environnement tracenpoche. C'est ainsi que quand elles sélectionnent le bouton « segment » et qu'elles ne parviennent pas au résultat attendu, elles ne peuvent pas remettre pas en cause ce choix.

La facilité relative d'utilisation des boutons conduit les élèves à mettre en œuvre une règle stratégique dans l'environnement tracenpoche, à savoir recommencer la construction plusieurs fois. Ici, dans la mesure où elles ne modifient pas la méthode de construction, cette stratégie ne permet pas d'aboutir. À chaque fois, le rectangle vu à l'écran n'est pas le rectangle attendu. Puis les deux élèves reviennent à leur idée initiale, déplacer les points E et F. Nous pouvons dire qu'elles ont transposé la technique de l'environnement papier-crayon. Elles obtiennent ainsi un trait, tel qu'elles le voulaient depuis le début. Elles obtiennent à l'écran un rectangle ABCh : il s'agit du dessin d'un rectangle dans la mesure où selon le déplacement de points déplaçables, la construction à l'écran ne fait plus apparaître le rectangle. Mais, ni le chercheur-praticien, ni le professeur n'interviennent. Cette stratégie n'a pas été envisagée dans notre analyse *a priori* : elle nous a surpris.

### 6.3.3 - JA3\_S2\_PB(6 min.)

L'enjeu est de faire partager collectivement des connaissances mathématiques illustrées dans des connaissances instrumentales, sachant que ces connaissances mathématiques ont été présentées dans la première partie de la situation. Nous découpons en six étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves s'attendent à voir et à entendre une manière de faire qu'ils pourront éventuellement utiliser pour reconstruire un rectangle.

Des éléments du milieu : les élèves ont à écouter la construction de Sophie.

Présentation de ce moment : les élèves ont complété le rectangle dans l'environnement tracenpoche. Les élèves doivent maintenant tourner le dos aux ordinateurs. Le professeur choisit Sophie pour qu'elle vienne reproduire leur propre construction.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : la répartition des rôles

Le professeur a annoncé que la construction proposée par Sophie est intéressante (min.42:40, tdp 221, P : « *J'ai Sophie qui a une construction intéressante* »). Il lui demande de devenir au tableau le faire (tdp 221, P : « *Je voudrais qu'elle la fasse devant vous* ») (cf illustration 71). Les élèves ont à regarder la construction se faire (tdp 221, P : « *Vous observez* »).

écran de l'ordinateur vidéoprojeté  
élève-sherpa



professeur

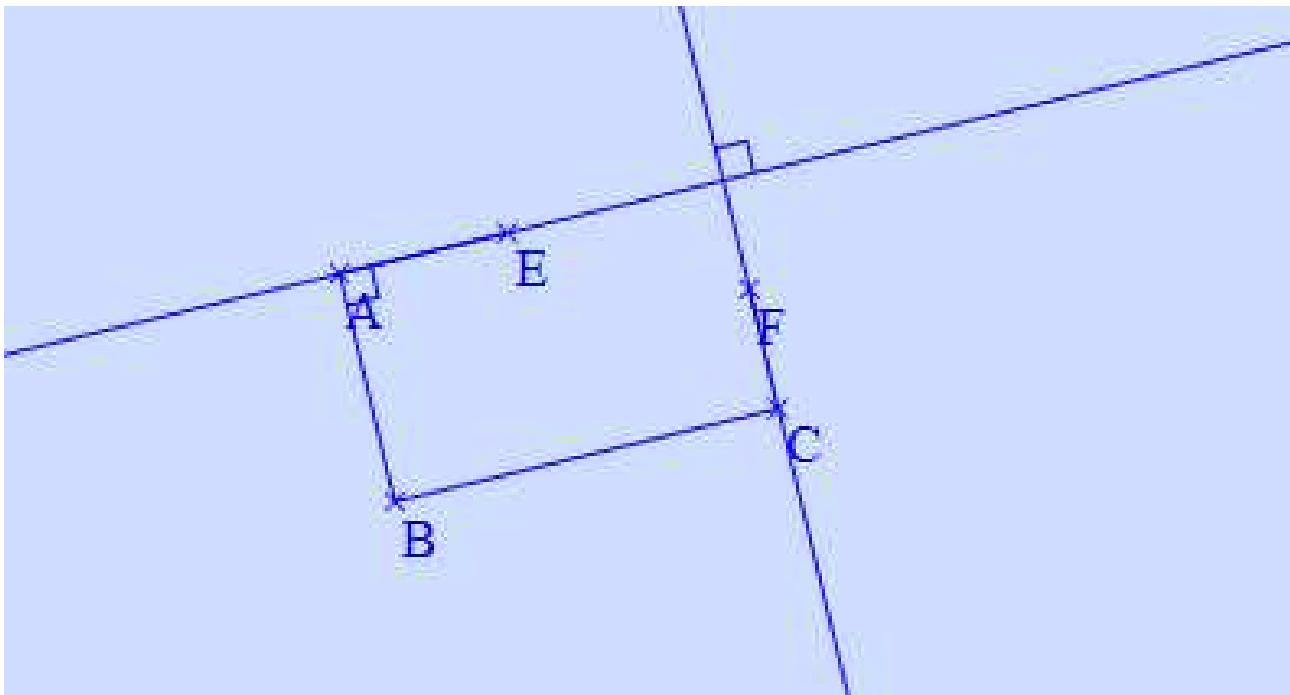
*Illustration 71*

étape 2 : commentaires de Sophie

En même temps qu'elle sélectionne les boutons dans l'environnement tracenpoche, elle explique ce qu'elle fait (min. 42:52, tdp 222, S : « *Alors déjà, je vais dans le troisième, je clique sur le côté. Puis je prends le deuxième* »). Le professeur corrige (min. 43:00, tdp 224, P : « *Tu prends perpendiculaire* »).

Note : nous n'avons pas de trace de l'écran de l'élève. Nous pouvons seulement préciser que Sophie prend le troisième bouton à partir du haut (« dans le troisième »), et le deuxième bouton dans le menu déroulant (« le deuxième »). Il s'agit du bouton « perpendiculaire ».

étape 3 : explicitation



*Illustration 72*

Le professeur nomme le bouton choisi « perpendiculaire » (min. 43:00, tdp 224, P : « *Tu prends perpendiculaire* »). Sophie continue à décrire son action (min. 43:09, tdp 225, S : « *Après, je clique là où je veux que la perpendiculaire passe* »). Le professeur acquiesce puis demande de préciser (tdp 228, P : « *Tu la fais passer par un point, où tu la mets ?* »). Sophie répond encore une fois par l'action (min. 43:39, tdp 231, S : « *Je vais cliquer sur celle-là* »). Le professeur insiste pour avoir des explicitations (min. 43:44, tdp 232, P : « *Tu vas tracer perpendiculaire à quel segment ?* » puis, min. 44:01, tdp 238, P : « *Oui, mais tu ne nous as pas expliqué la perpendiculaire à quoi ? Passant par quoi ?* »). Puis le professeur décide de faire refaire le tracé de la perpendiculaire à Sophie. Il intervient alors à chaque action dans le logiciel. Quand Sophie cite le chemin pour accéder au bouton (tdp 240, S : « *Je vais dans le troisième, je clique sur la flèche, et là je prends construire la perpendiculaire* »), le professeur enchaîne aussitôt (tdp 241, P : « *Tu prends la perpendiculaire. Maintenant, tu vas tracer quoi ? La perpendiculaire à quoi ?* »). Quand Sophie sélectionne le segment [AB], le professeur insiste pour avoir « *le segment [AB]* ». Sophie peut alors le valider. Le professeur continue (tdp 247, P : « *Passant par quel point ?* »). Cette fois, Sophie répond en le nommant « *A* » (tdp 248, S : « *A* »), le sélectionne et le valide. Elle conclut qu'elle a terminé, en raison de la présence du codage (min. 45:16, tdp 250, S : « *Donc, là, il y a un angle droit* »). Puis elle trace la droite, perpendiculaire à la droite qu'elle vient de tracer, et la fait passer par le point F. Tout en faisant, elle l'explique (tdp 252, S : « *Après, je prends encore perpendiculaire. Et là, je clique sur la perpendiculaire que je viens de faire et je place le point F. Et là ma perpendiculaire, elle marque l'angle droit là* ») (cf illustration 72<sup>53</sup>).

#### étape 4 : le point d'intersection

Sophie cherche à placer le point G, à l'intersection des deux perpendiculaires. Elle sélectionne le bouton « point sur » (min. 46:05, tdp 254, S : « *Je prends construire un point sur un objet* »). Puis Sophie explique ce qui se passe à l'écran (tdp 256, S : « *Quand on voit que la droite, elle devient rouge, j'essaie de mettre à l'intersection. Voilà* »). Le professeur prend appui sur le mot « *intersection* » pour rappeler qu'il existe trois sortes de points (tdp 257, P : « *On a trois types de point, « point libre », « point sur » et « point d'intersection ».* Et tu viens de me dire « je place à l'intersection »). Sophie corrige alors rapidement en sélectionnant le bouton « point d'intersection ».

<sup>53</sup> Nous n'avons pas l'écran projeté dans nos données vidéo. Il s'agit d'une reconstruction en fonction des données orales que nous avons.

#### étape 5 : validation par la conservation des angles droits

Sophie conclut qu'elle a obtenu un rectangle (min. 47:06, tdp 264, S : « *Et après ça forme un rectangle* »). Elle vérifie en déplaçant (tdp 264, S : « *Et après, si je prends le point A, tout bouge* »). Le professeur confirme (tdp 265, P : « *Tout bouge, d'accord* »). Il cherche à préciser si les propriétés du rectangle sont conservées (tdp 265, P : « *Mais est-ce que le rectangle garde ses propriétés, c'est-à-dire quatre angles droits ?* »). La réponse de Sophie est immédiate (tdp 266, S : « *Oui parce qu'ils sont toujours marqués* »).

#### étape 6: validation par la conservation des longueurs des côtés opposés.

Le professeur rappelle une autre propriété du rectangle (min. 47:42, tdp 267, P : « *On avait vu une autre propriété pour les rectangles. C'est que les côtés opposés sont ?* »). Immédiatement Sophie répond par l'égalité des longueurs. Le professeur voudrait savoir s'il est possible de voir cette propriété. Il suggère alors d'écarter les points A et B (tdp 271, P : « *Essaie d'écarter A et B* »). Sophie annonce que c'est un moyen (tdp 273, S : « *On peut savoir comme ça* »). Lorsqu'il demande l'avis des élèves, ils sont d'accord (tdp 274, E : « *C'est juste* »).

### **Analyse**

Sophie joue le rôle de l'élève-sherpa<sup>54</sup>. Elle est amenée à refaire sa construction publiquement. Mais les attentes de l'élève et du professeur ne sont pas au même niveau. Celles du professeur sont des connaissances mathématiques. Quant à Sophie, elle a interprété le contrat sous la forme de connaissances instrumentales, par exemple le bouton « perpendiculaire » est dans le troisième menu, à la deuxième place. De la même manière, quand elle trace la droite perpendiculaire à (AB) passant par A, elle explique qu'elle clique « là », mais n'explicite pas. Le professeur l'interrompt et la fait recommencer. Et contrairement à ce qui s'est passé au début, le professeur l'interrompt pour lui faire expliciter. Ainsi, le professeur parvient à faire accompagner l'action dans l'environnement tracenpoche d'un discours mathématique, où la relation de perpendicularité est précisée, en utilisant les termes « perpendiculaire à ? » et « passant par ». Nous remarquons que Sophie s'en empare alors lorsqu'elle trace la seconde perpendiculaire (tdp 252, S : « *Après, je prends encore perpendiculaire. Et là, je clique sur la perpendiculaire que je viens de faire et je place le point F* »).

La validation par le déplacement du point A est pris en charge par l'élève et est accepté par le professeur. Nous savons que le déplacement d'un seul point peut s'avérer insuffisant, mais le professeur n'intervient pas.

Par ailleurs, nous notons que le codage de l'angle droit est prégnant. La conservation des angles droits est signifié aux élèves par le maintien du codage. Or nous avons pensé l'ignorer. Il nous semble donc à prendre en compte. Cependant, nous savons que ce codage n'est présent que pour les droites construites comme étant perpendiculaires. Or, le rectangle tracé par Sophie n'en a en fait que deux (cf illustration 72). L'argument de l'élève (tdp 266, S : « *Ils - les quatre angles droits - sont toujours là* ») n'est donc pas exact. Il nous semble cependant difficile à ce niveau de faire une différence entre les angles droits construits et les angles droits advenus en tant que conséquence dans une construction.

Le professeur institutionnalise ainsi une manière de terminer le rectangle.

#### **6.3.4 - JA4\_S2\_PB (5 min.)**

L'enjeu est de montrer collectivement une nouvelle connaissance instrumentale « la règle » et son rôle. Nous découpons en trois étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves s'attendent à voir et à entendre une manière de compléter le rectangle.

---

<sup>54</sup> Élève-sherpa, défini par Trouche, L. (2005). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations., Recherches en didactiques des mathématiques, vol 25, n°1 pp. 91-138.



Des éléments du milieu : les élèves ont à écouter la construction du professeur ou à faire en même temps que lui.

Présentation de ce moment : Sophie a montré comment faire un rectangle dans l'environnement tracenpoche. Les élèves ont de nouveau recherché en binômes pour tracer un rectangle. Puis le professeur propose à ceux qui n'y sont pas parvenus de le faire en même temps que lui, sachant que le rectangle est construit au fur et à mesure devant eux.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : construction du rectangle par le professeur

Le professeur donne les étapes de sa construction en reprenant certaines expressions de Sophie (min. 57:31, tdp 283, P : « *Je choisis la perpendiculaire, c'est-à-dire que c'est dans la troisième ligne, deuxième image* »). Il précise alors que ce bouton « perpendiculaire » se nomme aussi « équerre ». Il poursuit sur les éléments caractéristiques de la droite à tracer (tdp 283, P : « *Je vais tracer la perpendiculaire au segment AE, donc je clique sur AE passant par le point F* »). Il fait une pause pour s'assurer que tous les élèves suivent. Il continue (tdp 285, P : « *Pour terminer mon rectangle, je suis obligé de tracer une autre perpendiculaire. Je vais sur perpendiculaire. Cette fois, c'est la perpendiculaire à AB, je clique sur AB, passant par le point E* »). Un élève lui fait remarquer qu'il aurait dû inverser l'ordre de construction (min. 58:35, tdp 286, E : « *Maître, il fallait commencer par la droite en haut* »). Mais le professeur n'en tient pas compte et continue (tdp 292, P : « *Donc je vais sur point d'intersection entre deux droites. Je vais l'appeler H* »).

### étape 2 : validation par le déplacement

Rapidement le professeur vérifie en déplaçant (tdp 292, P : « *Maintenant, je vérifie en déplaçant* »). Il déplace les points A, C puis B.

### étape 3 : l'égalité des longueurs dans le rectangle

Le professeur cherche à montrer une nouvelle connaissance instrumentale à partir des propriétés du rectangle (min. 60:27, tdp 293, P : « *Je vais vous montrer une autre chose que vous pouvez faire. Vous m'avez dit que les propriétés du rectangle, c'est quatre angles droits et des côtés opposés de même longueur* »). Il rejette une proposition d'un élève sur les axes de symétrie et continue. Il explique alors comment mesurer un segment avec le logiciel (min. 60:50, tdp 296, P : « *J'utilise la règle là où il y a les lettres ABCD, je prends la règle, et la main me dit, clique sur le premier point, puisqu'une distance, c'est entre deux points, je vais prendre par exemple H, elle me dit cliquer sur le deuxième point C* »). Le résultat donné par le logiciel est lu par le professeur (P : « *10cm 1* »). Puis le professeur interroge les élèves pour donner le segment de même longueur (tdp 296, P : « *Logiquement, quel est l'autre segment qui doit avoir la même mesure ?* »). Les élèves répondent d'abord par le côté « opposés » puis « AB ». Le professeur vérifie alors en mesurant le segment [AB]. Un élève s'interroge des effets du déplacement (tdp 301, E : « *Et si on bouge ?* »). Le professeur explique alors que « ça doit rester pareil ». Puis il déplace. L'élève est surpris (tdp 303, E : « *Ça augmente* »). Le professeur complète alors les effets du déplacement sur les longueurs (min. 61:41, tdp 305, E : « *Non, mais ça conserve l'égalité* »). Un élève demande alors ce qu'il en est pour les deux autres côtés (tdp 305, E : « *Oui, mais sur les autres côtés* »). Le professeur leur demande alors de le faire sur les autres côtés, de leur propre rectangle (tdp 307, P : « *Vous pouvez faire sur les autres côtés* »).

## Analyse

La manière de faire du professeur ne respecte pas la chronologie de Sophie. Un élève le lui fait remarquer. Cependant, le professeur n'éprouve pas la nécessité de prendre en compte la remarque. Pourtant, nous pouvons dire que, s'ils placent tous les deux, un angle droit en A et « D », les droites sont les mêmes, mais la manière de définir les droites et la chronologie sont distinctes.

Sophie trace la perpendiculaire à (AB) passant par A, puis la perpendicularité à cette droite passant



par F.


Le professeur trace la perpendiculaire à (AE) passant par F, puis la perpendiculaire à (AB) passant par E.

Quand Sophie trace la perpendiculaire à (AB) passant par A, elle ne tient pas compte du point E.

Par contre le professeur utilise les points E et F.

Nous avons vu précédemment que les angles droits sont attestés par le codage de l'angle droit. Ici, le professeur utilise le déplacement des points pour montrer que la construction résiste au déplacement.

Nous allons nous intéresser au codage proposé par le logiciel. Nous savons que le codage des angles droits apparaît dès que deux droites ont été construites en tant que perpendiculaires. Par contre l'égalité des longueurs n'est pas attestée par un signe. Le professeur met donc en place une

connaissance instrumentale, de sa propre initiative. Il choisit d'introduire le bouton « règle » ,

qui permet de mesurer la longueur d'un segment et donc le résultat s'affiche sur le segment. Il est donc possible d'obtenir la longueur d'un segment et qu'elle s'affiche. Le professeur met en œuvre le déplacement et en montre les effets sur la construction (le rectangle reste un rectangle) et sur les longueurs (les mesures des côtés sont modifiées du fait du déplacement des points, tout en restant égales entre elles). Ainsi, l'expression « *Si je prends le point A, tout bouge* », expression de l'élève-sherpa devient « *ça conserve l'égalité* » de la part du professeur.

## **6.4 - Conclusion par rapport à cette classe**

### **6.4.1 - Rappel de la chronologie**

Dans la classe de PB, le professeur a choisi la situation en quatre séances. Nous nous sommes particulièrement intéressés au début. Ainsi, le professeur a choisi de faire tracer un rectangle et de faire écrire un programme de construction. Il prend appui sur les productions des élèves, que ce soit sur leur trace écrite ou leur souvenir, pour faire énoncer des relations géométriques (JA1\_S2\_PB). Puis il demande aux élèves de terminer le rectangle dans l'environnement tracenpoche, nous avons analysé un binôme (JA2\_S2\_PB\_D\_E). Il choisit alors une manière de faire, celle de Sophie (JA3\_S2\_PB). Il laisse à nouveau du temps pour que les élèves puissent faire ou refaire la construction. Puis il propose à nouveau une manière de faire, proche de celle de Sophie. Enfin, il indique aux élèves comment mesurer une longueur dans l'environnement tracenpoche (JA4\_S2\_PB).

### **6.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **6.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Nous illustrons la manière dont le dessin est transformé en une figure lorsque le professeur présente les programmes de construction.

Dans les deux programmes de construction écrits que nous avons présentés ou dans les propos des élèves, nous voyons qu'ils savent tracer un rectangle (plus ou moins, selon les élèves). Par contre, lorsque le professeur demande d'écrire ou de dire ce qu'ils ont fait, nous constatons que les élèves ne parviennent pas à préciser les relations géométriques qui leur permet de parvenir à la construction effective. De leur point de vue, ils n'éprouvent pas la nécessité de le faire. Ainsi, par exemple, le

programme de construction du premier élève ne permet pas de construire effectivement un rectangle si l'on choisit de tracer ce qui est écrit dans le cas général. Mais la question est de savoir comment montrer que c'est insuffisant d'autant que le professeur valide la construction du rectangle. Pour la proposition de Sophie, le professeur est plus inquisiteur. Il demande des précisions sur la perpendiculaire ou sur la position du point. Là encore, il lui semble difficile de savoir si le programme de construction convient, puisque justement, le rectangle est construit. Le professeur interroge un troisième élève et là, il fait le schéma. Il donne à voir ce que les élèves pensent dire mais ne disent pas. Ainsi, le point D « *qui est en face* » devient le prétexte à faire prendre conscience que c'est la construction d'une droite perpendiculaire qu'il convient de préciser. Nous pouvons dire que « le dessin à main levée » devient alors un « schéma », où les droites sont parfaitement définies, par exemple « *Une perpendiculaire à BC, passant par le point C* ». ce moment est l'arrière-plan qui va permettre de tracer dans l'environnement tracenpoche. Ainsi, quand Sophie présente sa construction, elle n'a pas compris au départ. Pour elle, elle devait expliquer les boutons qu'elle utilisait. Le professeur l'incite alors à dire ce qu'elle fait. Les débuts sont plutôt difficiles « *Je vais dans le troisième, je clique sur la flèche, et là je prends "construire la perpendiculaire"* ». En s'appuyant sur l'environnement tracenpoche, il fait expliciter les différentes droites tracées, par exemple, Sophie termine la construction en exprimant ce qu'elle fait de la manière suivante : « *Après, je prends encore perpendiculaire. Et là, je clique sur la perpendiculaire que je viens de faire et je place le point F* ». Nous voyons ainsi se construire autour de l'environnement tracenpoche une occasion de mettre en évidence qu'une droite perpendiculaire, est une droite qui est perpendiculaire à une direction, et qu'elle passe par un point. Cette explicitation est une première approche pour ne plus voir la trace dans l'environnement papier-crayon ou dans l'environnement tracenpoche, comme un dessin ou une figure. Il est clair cependant que ce travail est à poursuivre. Nous entendons un élève E3 qui reproche au professeur de ne pas avoir tracé la « *droite en bas* ».

#### **6.4.4 - Initiatives du professeur**

Le professeur a choisi d'introduire le bouton « règle » qui permet de donner la longueur d'un segment pour faire vérifier aux élèves une propriété du rectangle, concernant l'égalité des longueurs des côtés opposés. Les élèves s'en saisissent. La réaction d'un élève montre sa surprise. Le professeur explique alors l'effet du déplacement sur les longueurs, le déplacement permet de voir que « *ça conserve l'égalité* ».

Nous allons nous intéresser maintenant à des moments particuliers dans la classe de T.

## **7 - Dans la classe de T**

### **7.1 - Une mise en intrigue**

La situation est proposée dans un temps assez court (78 min.). Nous allons nous intéresser à quatre moments. Nous présentons un premier moment, que nous modélisons sous forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA1\_S2\_T, dont l'enjeu est de faire coder collectivement un quadrilatère pour le reconnaître comme un rectangle. Le professeur donne ensuite une nouvelle tâche, notée t2,4,pc dans notre analyse *a priori*. Nous modélisons ce moment sous forme d'un nouveau jeu d'apprentissage noté JA2\_S2\_T, dont l'enjeu est de faire évoquer collectivement les propriétés géométriques qui permettent de compléter un rectangle à travers l'usage des instruments usuels de tracé (règle, équerre). Nous étudions un binôme dans la tâche de construction dans l'environnement tracenpoche, notée t3,4,tep dans notre analyse *a priori*. Nous modélisons ce moment sous forme d'un jeu d'apprentissage noté JA3\_S2\_T\_L\_S, dont l'enjeu est faire compléter le rectangle dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves L et S. Enfin, le professeur expose les travaux des élèves, moment que nous modélisons sous forme d'un jeu d'apprentissage noté

## 7.2 - Représentation synoptique<sup>55</sup>



t4,3,pc\*                      t2,4,pc    t3,4,tep

 $t_{3,4,tep}$ 

--	--	--	--	--

JA4

Modélisations en termes de jeux du point de vue d'un binôme		

JA1 S2 T (6 min.)

JA2 S2 T (8 min.)

JA3 S2 T L S (6 min.)

JA4 S2 T (2 min.)

### 7.3 - Jeux d'apprentissage

Présentation de ce moment : il s'agit du début de la séance. Un quadrilatère est vidéoprojeté au

175

tableau.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe<sup>56</sup>.

## Description

### étape 1 : voir un rectangle

Le professeur (cf illustration 73) présente un quadrilatère, vidéoprojeté (cf illustration 74). Il demande aux élèves de dire ce qu'ils voient (min. 7:49, tdp 2, P : « *Qu'avez-vous devant les yeux ?* »). Les élèves répondent en chœur que c'est un rectangle. Le professeur interroge sur cette évidence (tdp 4, P : « *Est-ce que vous en êtes sûrs ?* »). Au départ, un élève explique qu'il est sûr, puis un désaccord a lieu. Le professeur reprend alors sa question (min. 8:08, tdp 8, P : « *On n'est pas sûr que c'est un rectangle ? Pourquoi est-ce qu'on n'est pas sûr ?* »). Une première élève, Charline explique la nécessité du codage (tdp 9, C : « *Il n'y a pas de traits, il n'y a pas d'angle droit* »). Quant à Amélie, elle explique qu'elle n'a besoin de rien pour être sûre (min. 8:21, tdp 11, A : « *Je suis sûre que c'est un rectangle* »). Le professeur lui montre l'écran de l'ordinateur sur lequel les angles droits ne sont pas respectés (min. 8:34, tdp 14, P : « *Alors, viens voir ! Regarde, c'est la même chose que ce qui est sur mon ordinateur. T'es sûre qu'ils ont deux côtés égaux ?* »). Amélie accepte alors de reconnaître qu'elle n'est pas sûre (tdp 15, A : « *Non* »). Le professeur insiste en expliquant un problème de projection à l'écran (tdp 16, P : « *Ah, tu vois et c'est le même. Parce qu'il est projeté tout simplement* »).

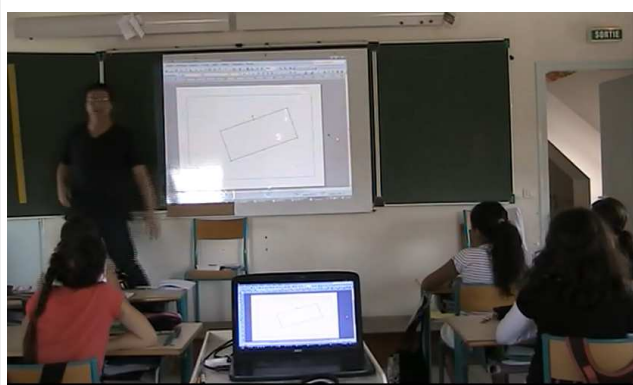


Illustration 73



Illustration 74

### étape 2 : le rôle des instruments

Le professeur revient sur cette question de s'assurer des propriétés d'un quadrilatère (min. 8:43, tdp 17, P : « *À partir du moment où tu ne peux pas être sûr, soit on mesure, on prend les outils. Quels outils on peut prendre ?* »). L'équerre est citée pour vérifier les angles droits, la règle pour mesurer la longueur des côtés. Le professeur essaie de faire dire aux élèves que les côtés opposés doivent être de même longueur (tdp 31, P : « *Alors, pour un rectangle, lesquels doivent être pareils, identiques ?* »). Les échanges sont nombreux pour y parvenir (tdp 32 à 45).

### étape 3 : coder le rectangle

Le professeur se place au milieu des élèves (cf illustration 75). Il invite Charline à venir coder le rectangle, qui est au tableau (cf illustration 76) (min. 9:53, tdp 47, P : « *Charline, tu viens nous mettre les petits signes* »). puis il se ravise. Il veut d'abord faire nommer le rectangle (tdp 47, P : « *On va lui donner un nom* »).

<sup>56</sup> Le début du film de la classe ne correspond pas au début de la séance. La séance dure 78 minutes, elle a commencé environ 8 minutes après le début du film. Dans les transcriptions, nous avons conservé les time code du film de la classe et non celui de la séance.



Illustration 75



Illustration 76

Charline nomme les sommets du rectangle ABCD. Puis, le professeur demande s'il est possible de compléter le rectangle (min. 11:42, P : « *Est-ce qu'on va noter autre chose ?* »). Un premier élève va coder quatre angles droits (cf illustration 77). Le professeur pose la question du nombre d'angles droits puis laisse l'élève en mettre quatre. Une élève élève propose de compléter le rectangle par des « traits ». Elle va donc au tableau coder les côtés opposés (cf illustration 78). Puis le professeur conclut (min. 14:21, tdp 66, P : « *Et là, on est sûr que c'est un rectangle* »).



Illustration 77



Illustration 78

## Analyse

Le professeur présente un quadrilatère, il veut mettre en évidence son statut de dessin (E : « *Un rectangle* », P : « *Est-ce que vous en êtes sûrs ?* »). Dans un premier temps, un dialogue entre le professeur et un élève repose sur la certitude d'avoir un rectangle. Mais la reprise de l'assertion par le professeur provoque une contestation de certains. Ainsi, les avis des élèves sont divergents. Certains sont sûrs que c'est un rectangle, d'autres non. C'est précisément sur ces divergences que le professeur s'appuie et il reprend le propos de Charline, qui évoque l'absence de codage. Le professeur cherche ainsi à faire évoluer les élèves vers la figure, en passant par le codage des angles droits et des côtés opposés de même longueur. Dans un troisième temps, il est interrompu par Amélie, qui, elle, est convaincue de se trouver face à un rectangle. Il ne répond pas sur la nécessité du codage, mais il se place à un niveau purement technique, l'écran de l'ordinateur n'a pas la même définition que celle du vidéoprojecteur : le rectangle sur l'ordinateur n'a pas d'angle droit.

Le professeur demande alors à une élève de venir coder le dessin, c'est-à-dire, le codage devient le signe que l'objet d'étude est le rectangle, en tant que quadrilatère ayant des propriétés géométriques. Puis il se ravise. Il demande aux élèves d'évoquer les instruments pour faire appel aux propriétés géométriques. Il s'appuie donc sur l'action potentielle dans l'environnement papier-crayon, dans lequel les instruments sont porteurs des propriétés géométriques. Autrement dit, il évoque la figure, sur laquelle on vérifie les propriétés avec les instruments. Les élèves parlent d'abord de l'équerre, puis de la règle. Il demande aux élèves d'explicitier l'égalité des longueurs des côtés opposés. Les élèves semblent ignorer cette expression « côtés opposés » (un seul élève signalera ce terme). Nous notons ici l'importance des instruments usuels de tracé et de mesure dans les tâches de

reconnaissance, qui peuvent passer avant les propriétés mathématiques.

Le professeur a donc fait transformer le dessin du rectangle en une figure où le rectangle est reconnu en tant que quadrilatère ayant ses côtés opposés de même longueur et quatre angles droits.

### 7.3.2 - JA2\_S2\_T (8 min.)

L'enjeu est de faire évoquer les propriétés géométriques qui permettent de compléter un rectangle à travers l'usage des instruments usuels de tracé (règle, équerre). Nous découpons en sept étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de tracer avec la règle ou l'équerre, prenant ainsi en compte les propriétés géométriques.

Des éléments du milieu : les élèves ont à évoquer les propriétés à travers l'usage potentiel des instruments.

Présentation de ce moment : le début d'un rectangle est affiché (cf illustration 79). Le professeur présente l'exercice.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe<sup>57</sup>.

## Description

### étape 1 : la consigne

Le professeur donne la consigne orale (min. 15:22, tdp 72, P : « *Le travail que je vais vous demander de faire, c'est de compléter cette figure pour obtenir un triangle ABCD. Attention, A B C et le point D va arriver quelque part* »). Il projette au tableau la feuille que les élèves auront (cf illustration 79). La consigne écrite est visible : « *Termine la figure pour former un rectangle ABCD. Laisse les traits de construction* ». Le professeur demande comment tracer, sachant que le compas est interdit (min. 15:54, tdp 76, P : « *Quels sont les outils qui seront nécessaires, sachant que dans la consigne, j'interdis le compas* »).

### étape 2 : un angle droit

Valentin propose de prendre l'équerre et la règle (tdp 80, V : « *L'équerre, la règle* »). Le professeur veut des précisions (min. 16:22, tdp 81, P : « *Quels sont les moyens que vous allez utiliser pour obtenir ce rectangle, s'il vous plaît ? Comment vous allez vous y prendre ? Techniquement, avec votre équerre et votre règle, qu'est-ce que vous allez chercher à tracer ? Quelles sont les solutions ?* » ). Justine explique qu'elle va prendre l'équerre et va montrer comment poser l'équerre sans tracer (cf illustration 80).

---

57 Le début du film de la classe ne correspond pas au début de la séance. La séance dure 78 minutes, elle a commencé environ 8 minutes après le début du film. Dans les transcriptions, nous avons conservé les time code du film de la classe et non celui de la séance. La qualité du film est médiocre. Les échanges ne sont pas tous audibles.





Illustration 79



Illustration 80

#### étape 3 : évocation du troisième segment

Justine a placé son équerre sur le segment  $[BC]$  (cf illustration 81). Le professeur l'interroge sur ce qu'elle peut tracer en agissant ainsi (tdp 87, P : « *Quel segment tu vas tracer ?* »). Elle répond qu'elle peut tracer le segment «  $[CD]$  ». Le professeur lui demande de suivre avec son doigt sans tracer (tdp 89, « *Trace-le avec ton doigt pour qu'on imagine* »)(cf illustration 82).



Illustration 81



Illustration 82

#### étape 4 : le quatrième segment

Le professeur récapitule ce qui a été fait et demande à Léna de continuer (min. 17:28, tdp 90, P : « *Léna, oui après ? Pour nous montrer ce qui manque maintenant. On a vu un segment imaginaire que Justine a fait ici avec l'équerre. Qu'est-ce que fait Léna, après pour continuer ?* »). Léna pose alors l'équerre sur le segment  $[AB]$  (cf illustration 83).



Illustration 83

#### étape 5 : contestation

Alors que Léna pose son équerre, Justine explique qu'elle aurait pris la règle (min. 17:38, tdp 92, J : « *Moi, je l'aurais fait avec la règle* »). Le professeur reprend cette affirmation et demande de la commenter (min. 17:41, tdp 93, P : « *Est-ce qu'on peut le faire avec la règle toute seule?* »). Les avis des élèves sont différents. Un élève explique qu'il aurait pris l'équerre après la règle pour vérifier. Le professeur réfute cette manière de faire, qui l'oblige à gommer si c'est faux (min. 18:03, tdp 103, P : « *Si c'est faux, tu es obligé de gommer* »). Il insiste en rappelant que la méthode de Léna ne nécessite pas de vérification (tdp 103, P : « *Mais là, Léna, elle ne va pas vérifier une deuxième fois. Une fois qu'elle aura posé son équerre, elle est sûre que le trait qu'elle va tracer, il va être à angle droit* »). Il prend la règle, trace un trait (tdp 105, P : « *Tu traces un trait* ») (cf illustration 84). Il prend l'équerre (tdp 105, P : « *Et après t'es obligé de reprendre ceci, pour vérifier* ») (cf illustration 85). Puis il conclut que ça ne va pas et efface (tdp 105, P : « *Ah mince, il n'y a pas d'angle droit, donc j'efface. Il faut que je recommence* »).



Illustration 84



Illustration 85

#### étape 6 : incompréhension

Alors qu'il vient de tracer avec la règle et de vérifier avec l'équerre, Justine ne comprend pas (tdp 106, J : « *Pourquoi ?* »). Des élèves répondent aussitôt quant à l'absence d'angle droit (tdp 107, E : « *Il n'y aura pas d'angle droit* »). Le professeur recommence. Il trace alors la droite, perpendiculaire à (BC) passant par le point C en utilisant l'équerre (cf illustration 86). Il demande alors à l'élève d'imaginer le lieu de la règle (min. 18:47, tdp 110, P : « *Maintenant tu prends ta règle, et comment tu sais où tu vas aller ?* ») (cf illustration 87). Puis il conclut au rôle de l'équerre (min. 18:51, tdp 110, P : « *Tu vois, pourquoi, c'est l'équerre ?* »). Puis il clôt cette méthode (tdp 111, P : « *Là, c'est la solution des droites perpendiculaires* »).



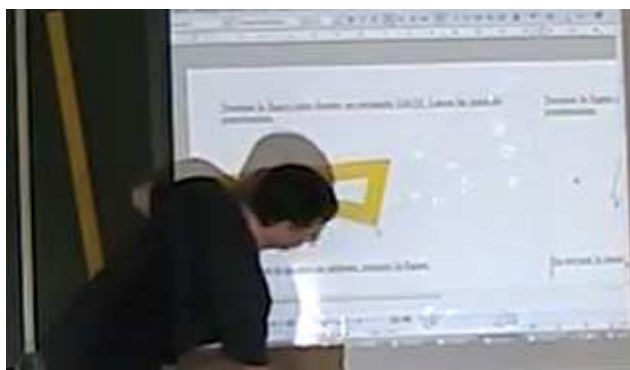


Illustration 86



Illustration 87

#### étape 7 : la consigne (reprise)

Le professeur explique que cette tâche sera à faire sur la feuille et sur l'ordinateur (tdp 115, 117, P : « *C'est le travail que je vais vous demander sur la feuille et c'est le travail que je vais vous demander sur l'ordinateur* »). Il rappelle la nécessité d'utiliser le bouton « rendre invisible ». Il explique que le logiciel ne trace pas des segments perpendiculaires (tdp 118, P : « *Vous ne pouvez pas sur l'ordinateur tracer des segments perpendiculaires* »). Il montre alors qu'il souhaite un rectangle dont les côtés sont des segments (tdp 120, P : « *Et moi, à la fin, je veux que vous me trouviez, je veux que voir apparaître ceci* ») (cf illustration 88).

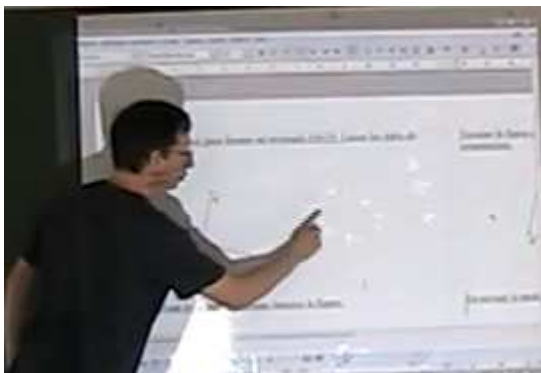


Illustration 88

### **Analyse**

Pour tracer le rectangle, à partir de ce qui est commencé, les élèves devront utiliser les propriétés caractéristiques du rectangle. Ils sont empêchés de prendre le compas pour reporter une longueur et la règle graduée pour mesurer ou reporter une longueur. En effet, un travail identique dans l'environnement tracempoche est prévu, environnement dans lequel le report de longueur n'est pas prévu. Le professeur cherche à obtenir ce que les élèves ont l'intention de faire en demandant immédiatement les instruments à privilégier. Finalement, il envoie Justine au tableau afin qu'elle pose son équerre. Il semblerait donc que la formulation de l'action n'est pas explicitable à ce moment. Le professeur prend alors appui sur l'action de l'élève – elle a posé l'équerre sur [BC] de sorte que l'angle droit soit placé en C- pour essayer de faire formuler ce qu'elle peut tracer avec l'équerre (P : « *Quel segment vas-tu tracer?* »). Effectivement, par effet de contrat, l'élève nomme ce qu'elle a l'intention de faire, à savoir le segment [CD]. Pourtant ce segment n'est pas encore défini, puisque le point D n'est pas encore défini. Autrement dit bien que l'équerre soit posée, la formulation de l'action n'a pas encore abouti.

Au départ, le professeur semble ne pas souhaiter tracer effectivement les perpendiculaires au tableau. Ainsi, lorsque Justine puis Léna vont au tableau, elles ne font que montrer comment placer l'équerre. Mais, il doit convaincre particulièrement une élève que la règle ne suffit pas à tracer le quatrième segment. L'explication orale ne semble pas suffisante. Il modifie alors le milieu évoqué

en un milieu matériel (cf illustration 87). La droite perpendiculaire à (BC) passant par le point C, est tracée, c'est-à-dire, le support du troisième côté est tracé. Dans ce contexte, seul le tracé du dernier côté est à anticiper. Il réduit donc ici l'incertitude en limitant les tracés à anticiper.

Ainsi, les connaissances mathématiques concernant le rectangle ont été évoquées à travers l'usage de l'équerre. Cependant, nous notons que seule l'action avec l'équerre est détaillée, mais les connaissances mathématiques ne sont pas formulées explicitement. Une nouvelle connaissance instrumentale fait l'objet d'une attention particulière : le professeur rappelle que le bouton « rendre invisible » est indispensable. Il explique que le logiciel va tracer des droites alors qu'il attend des segments. Les modalités d'action restent à la charge entière des élèves.

### 7.3.3 - JA3\_S2\_T\_L\_S (6 min.)

L'enjeu est de faire compléter le rectangle dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves L et S (ce sont les mêmes élèves dont nous avons analysé les essais au cours de la situation 1). Nous découpons en neuf étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont une certaine connaissance de l'environnement tracenpoche.

Des éléments du milieu : le rectangle obtenu doit rester un rectangle au cours du déplacement.

Présentation de ce moment : les deux élèves Léa et Sirine se connectent à leur espace de travail dans labomep. Elles découvrent l'écran (cf illustration 89). Nous pouvons penser qu'elles lisent la consigne (les données filmiques ne nous permettent pas de le confirmer). C'est probablement Sirine qui a la souris.

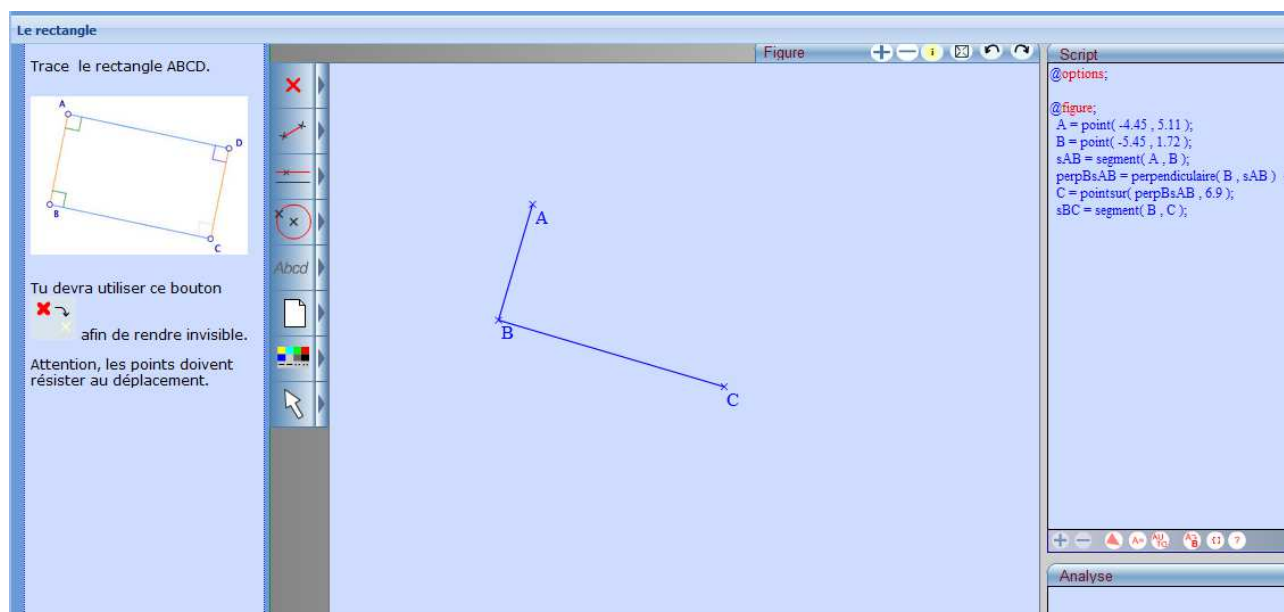


Illustration 89

Les time code et les tours de parole sont ceux du film des élèves enregistrés avec CamStudio. Ils sont donc indépendants du film de la classe.

## Description

### étape 1 : pas de perpendiculaire

L'écran qui est devant les élèves est tel que le professeur l'a préparé (cf illustration 90). Sirine est surprise par l'absence du bouton « perpendiculaire » (min. 2:09, tdp 1, S : « Il n'y a pas d'équerre »).

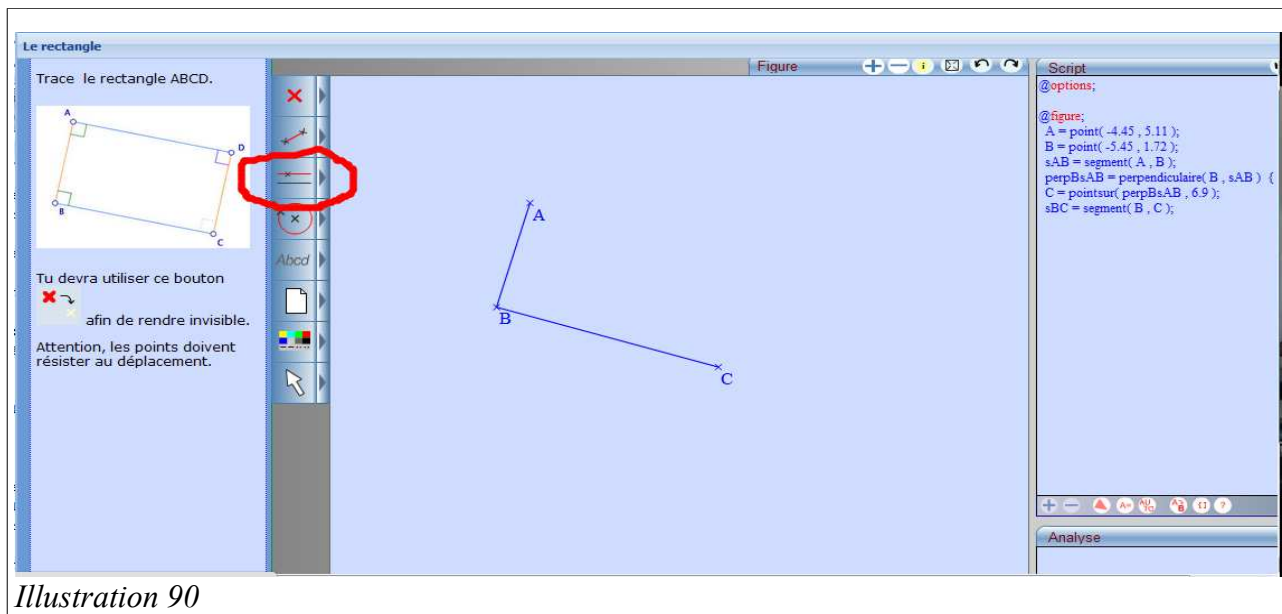


Illustration 90

### étape 2 : la première parallèle

Elle déroule le menu « parallèle et perpendiculaire » (cf illustration 91).

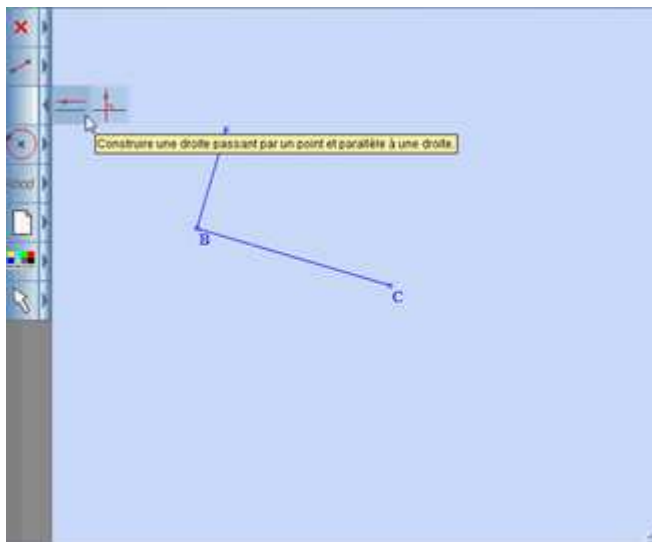


Illustration 91

Elle sélectionne le bouton « parallèle » (cf illustration 92). Sirine explique que ce n'est pas difficile (min. 2:30, tdp 5, S : « Et ben, voilà, c'est pas difficile »).

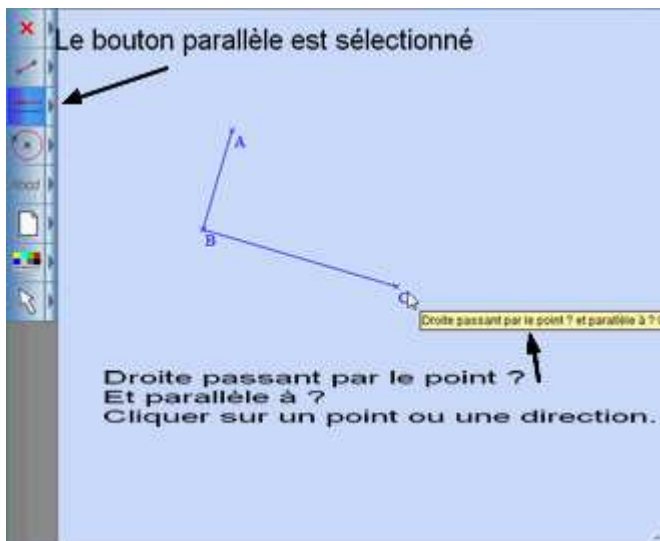


Illustration 92

Puis elle déplace la souris sur le point C. Elle sélectionne et valide le point C (cf illustration 93).

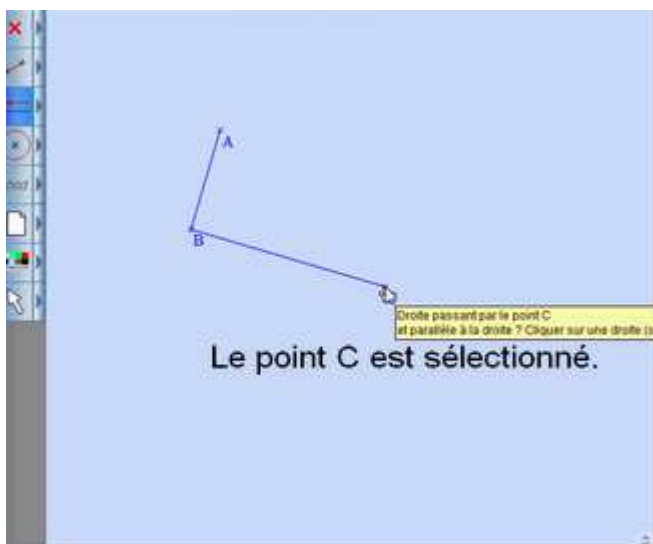


Illustration 93

Enfin elle déplace la souris sur le segment [AB], sélectionne et valide. Lorsque le segment [AB] est rouge, S demande si c'est là qu'elle doit cliquer ( tdp 6, S : « Ça ? »).

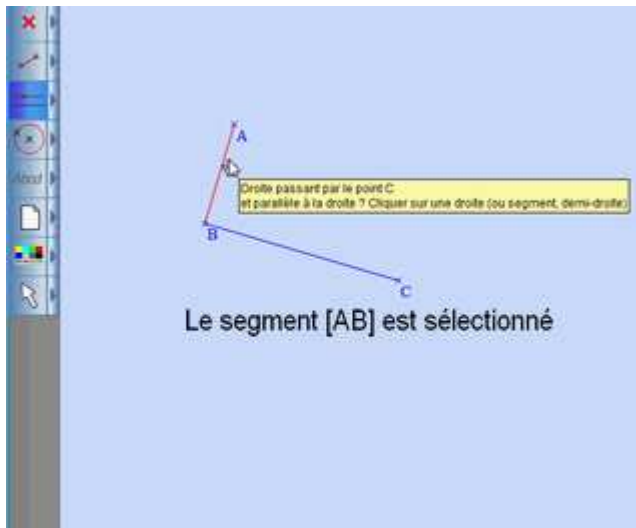


Illustration 94

### étape 3 : la deuxième parallèle

Les élèves cherchent à tracer une autre parallèle (min. 2:58, tdp 9, S : « Là, on va refaire une droite »). Sirine sélectionne le bouton « parallèle ». Elles ne sont pas d'accord. Pour Sirine, il faut sélectionner un point (tdp 10, S : « *Passant par le point* »). Pour Léa, il faut sélectionner la droite (AB) et la droite sera celle attendue (tdp 11, L : « *Oui, mais là c'est parallèle* »). Finalement, Sirine valide le segment [BC]. Le logiciel propose alors une droite, en orange (cf illustration 95). Léa est satisfaite (tdp 14, L : « *Ben voilà* »). Elle montre probablement le point D avec la main (tdp 15, L : « *Ben là, tu fais un point là* »).

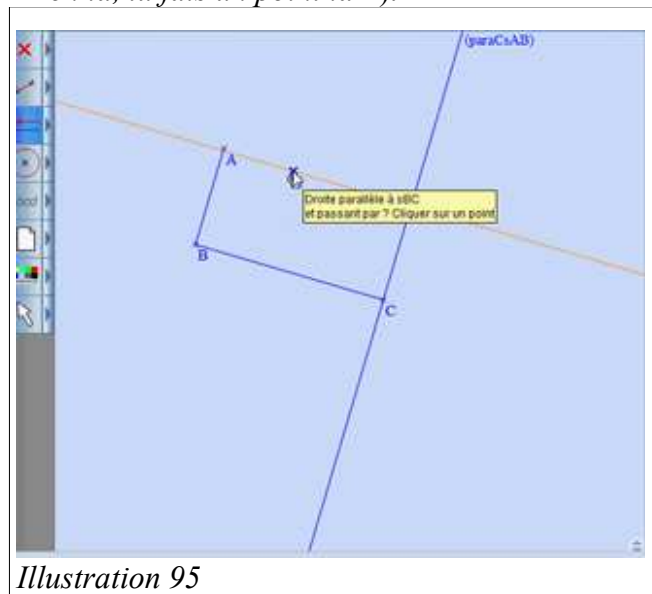


Illustration 95

Sirine essaie de placer le point D, approximativement sur la droite (cf illustration 96).

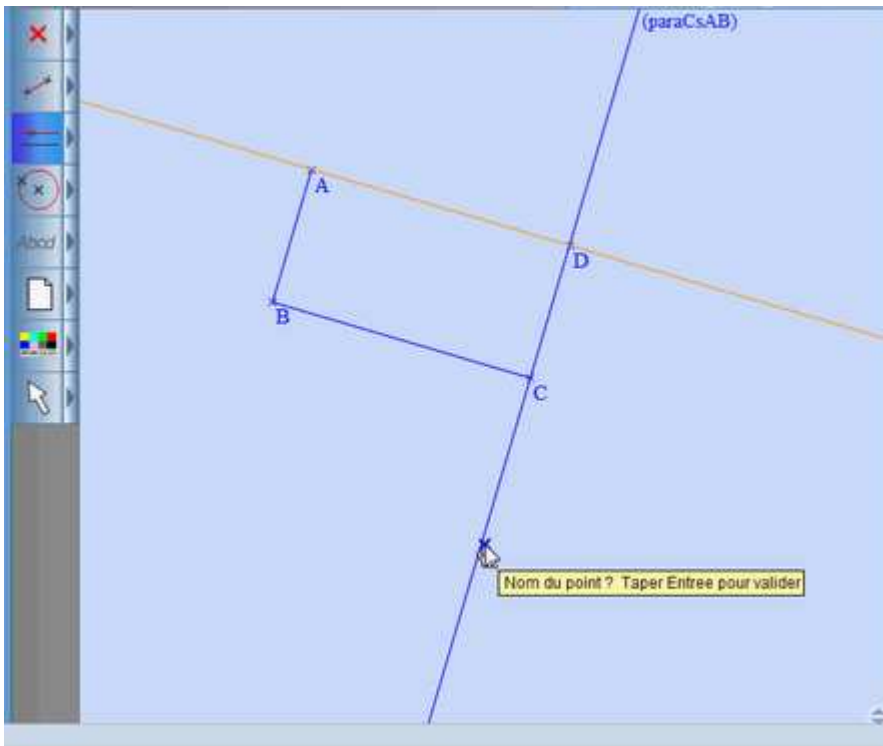


Illustration 96

Mais un problème technique intervient : le point D est placé sans lien avec la parallèle qui est alors effacée elle aussi. Elle trace alors le segment [AD].

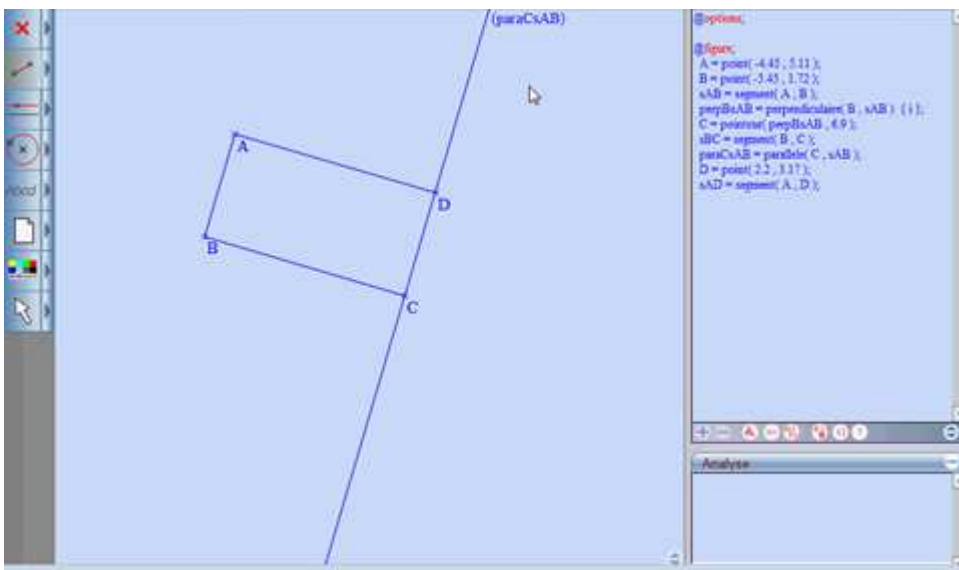


Illustration 97

Elle rend invisible la droite (CD) et trace le segment [CD] (cf illustration 98). Elle obtient un rectangle ABCD.

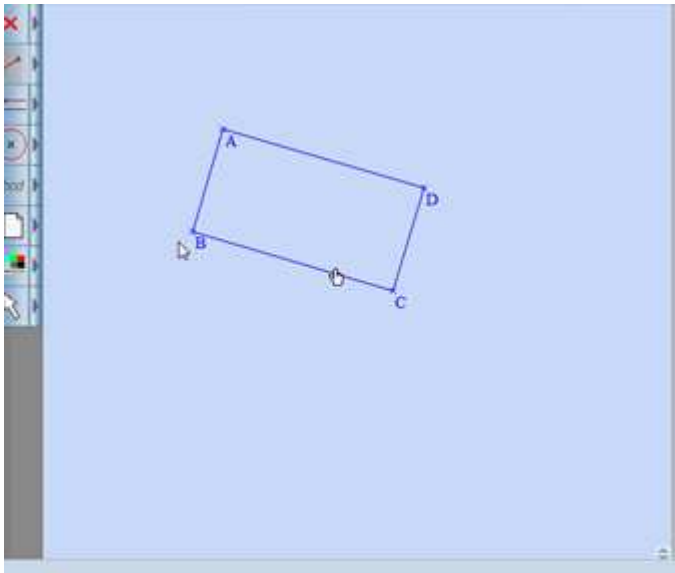


Illustration 98

Léa lui demande de bouger (min. 4:59, tdp 23, L : « *Vas-y, bouge le point* »). Sirine déplace le point B.

#### étape 4 : validation

Sirine déplace le point B : le quadrilatère n'est plus un rectangle (cf illustration 99).

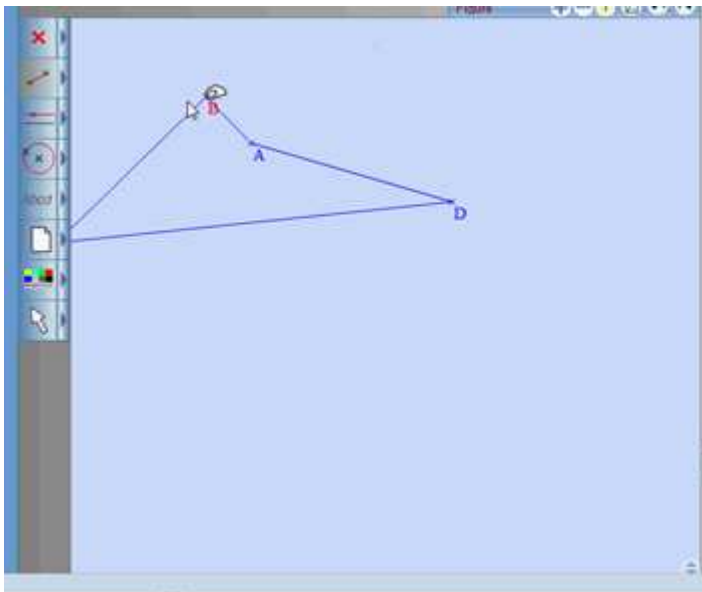


Illustration 99

Le chercheur-praticien arrive à ce moment et leur demande si elles ont vérifié leur construction avant d'avoir rendu invisibles des traits de constructions (min. 5:06, tdp 25, PR : « *Avant d'effacer, est-ce que vous avez trouvé que c'était un rectangle ?* »). Sirine semble s'amuser (tdp 26, S : « *Peut-être* »). Le point B étant déplacé, le chercheur-praticien repose la question sur les effets du déplacement (tdp 27, PR : « *Ça fait un rectangle ça, quand on déplace ?* »). Sirine annonce qu'elles obtiennent un rectangle (min. 5:13, tdp 28, S : « *Oui, toujours* ») (cf illustration 100). Léa n'est pas d'accord et l'explique par l'absence d'angle droit (min. 5:14, tdp 29, L : « *Ah non, il n'y a pas d'angle droit* »). Le chercheur-praticien confirme (tdp 30, PR : « *Il n'y a pas d'angle droit* »). Il leur demande alors d'en faire (tdp 32, PR : « *Donc il faut faire d'abord des angles droits* »). Tout en écoutant, Sirine déplace les points pour obtenir un rectangle (cf illustration 101).

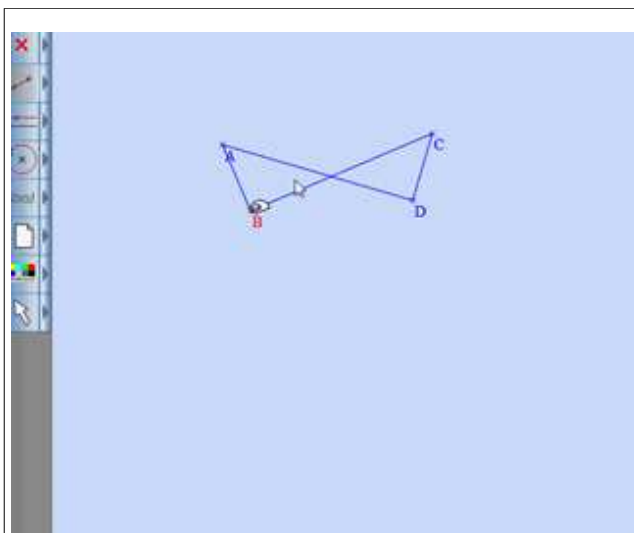


Illustration 100

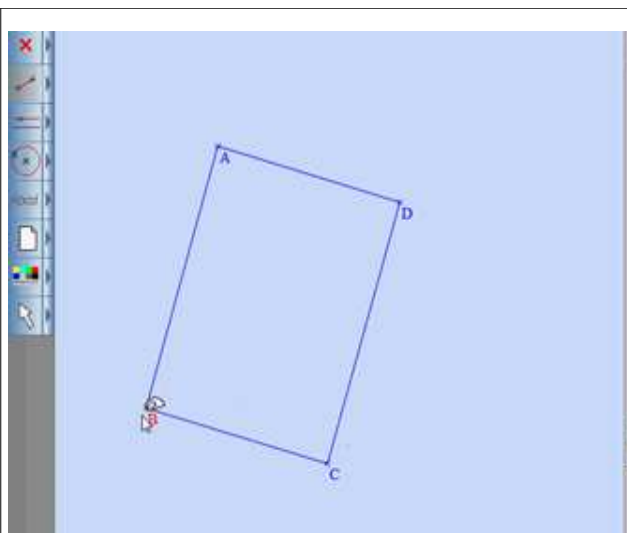


Illustration 101

#### étape 5 : la première perpendiculaire

Sirine sélectionne maintenant le bouton « perpendiculaire ». Elle sélectionne et valide le point C, sélectionnent et valident le segment [AB] (cf illustration 102). Léa conclut à une erreur (min. 5:54, tdp 38, L : « Ah non, ne n'est pas celle-là »). Sirine efface et recommence. Elle sélectionne et valide le point A puis le segment [BC] (cf illustration 103). Là encore, Léa conclut à une erreur (tdp 41, L : « Ben non »). Sirine efface.

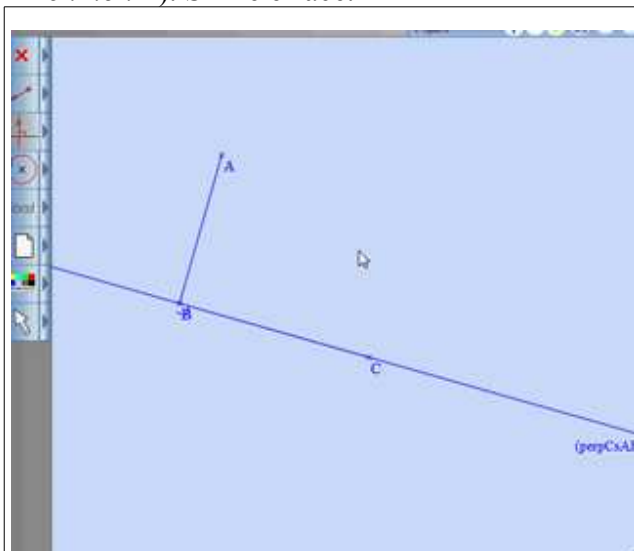


Illustration 102

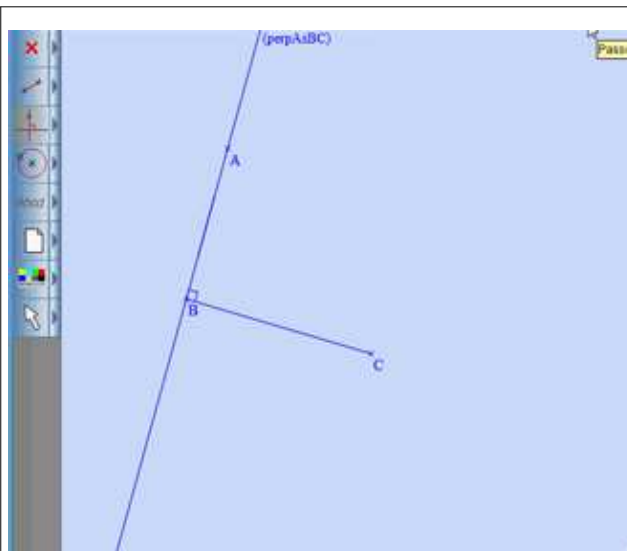


Illustration 103

#### étape 6 : une parallèle

Le chercheur-praticien intervient au moment où elles obtiennent une droite, qui n'est pas celle qui est attendue. Il leur demande de préciser leurs actions (min. 6:54, tdp 43, PR : « Qu'est-ce que vous voulez faire ? Dites-moi »). Léa explique qu'elle veut faire « une parallèle ». Le chercheur-praticien demande des précisions (tdp 45, PR : « À quoi ? »). Léa montre probablement du doigt la droite (BC) (tdp 46, L : « À celle-là »). Le chercheur-praticien insiste pour avoir d'autres précisions (tdp 47, PR : « Elle doit passer par quel point ? »). Cette fois Sirine répond (tdp 48, S : « C »). Il semblerait que Léa reprenne la souris. Elle sélectionne le bouton « parallèle ». Au fur et à mesure de sa construction, Léa explique ce qu'elle fait (tdp 50, L : « Droite passant par le point A », puis tdp 52, L : « Parallèle à (BC) ») (cf illustration 104 et 105). Le chercheur-praticien leur demande de valider (min. 7:11, tdp 53, PR : « Est-ce que c'est ce que vous vouliez ? ») (cf illustration 106). Sirine confirme. Le chercheur-praticien conclut sur la nécessité d'explicitier les actions (tdp 55, PR :



« Donc il faut juste dire à l'ordinateur exactement ce que vous voulez »).

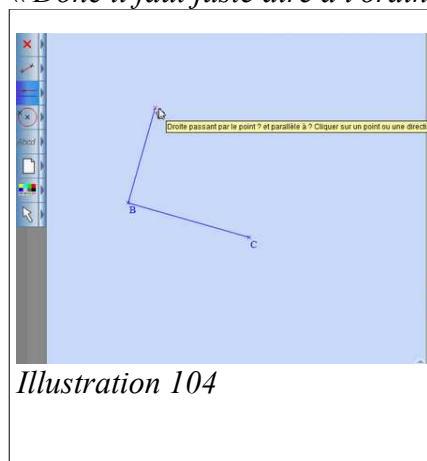


Illustration 104

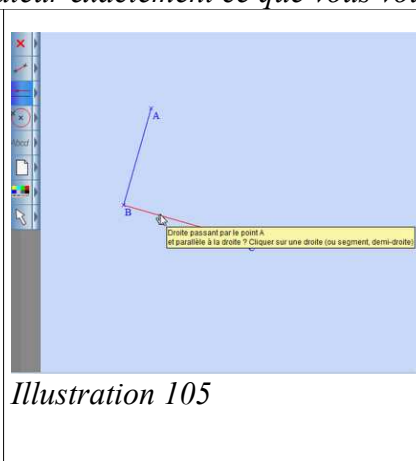


Illustration 105

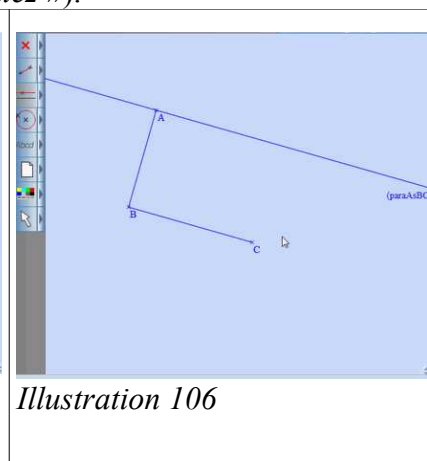


Illustration 106

### étape 7 : une perpendiculaire

Le chercheur-praticien demande comment poursuivre (min. 7:19, tdp 55, PR : « *Qu'est-ce que vous voulez d'autre ?* »). Sirine montre avec la souris ce qu'elle veut obtenir (cf illustration 107). Elle explique qu'elle veut un angle droit et sélectionne le bouton « perpendiculaire ». Puis elle répond au chercheur-praticien en montrant deux angles droits avec la souris, en C et en « D » (cf illustration 109). Le chercheur-praticien essaie d'obtenir des précisions (tdp 60, PR : « *Où ça ? Là. Donc passant par ?* »). Léa répond par le point « C » et Sirine sélectionne et valide le point C. Elle cherche une direction à sélectionner. Quand elle est sur le segment [AB], en rouge, le chercheur-praticien demande de réfléchir sur la direction à privilégier (min. 7:39, tdp 64, PR : « *Perpendiculaire à quoi ?* »). Sirine répond à « ça », en ayant sélectionnant [AB] (cf illustration 109).

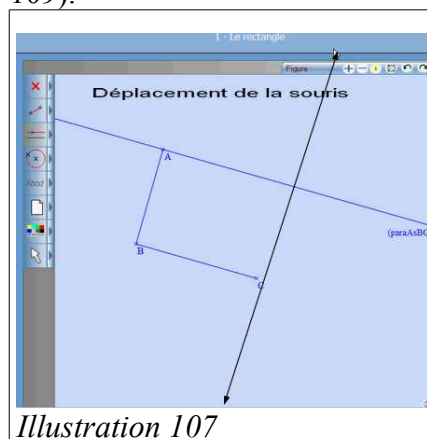


Illustration 107

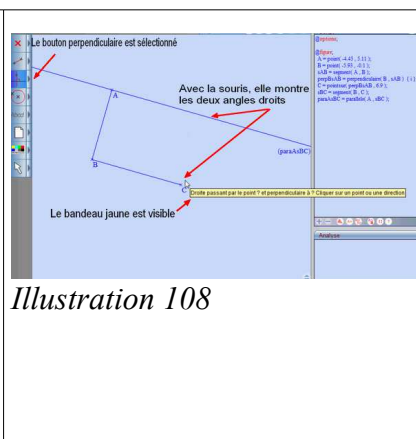


Illustration 108

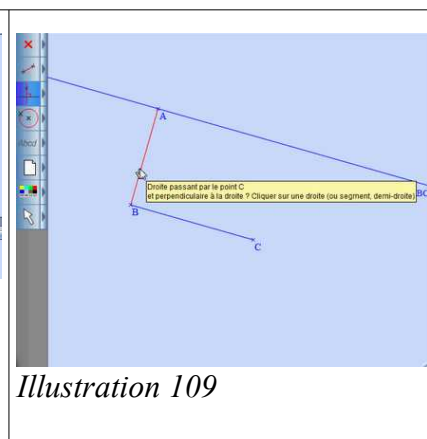


Illustration 109

Léa corrige (min. 7:42, tdp 66, L : « *Ben non à ça* »). Sirine sélectionne alors l'autre droite (cf illustration 110). Le chercheur-praticien demande alors de conclure (tdp 66, PR : « *Est-ce que c'est ce que vous vouliez ?* ») (cf illustration 111). Les deux élèves répondent en chœur « oui ».

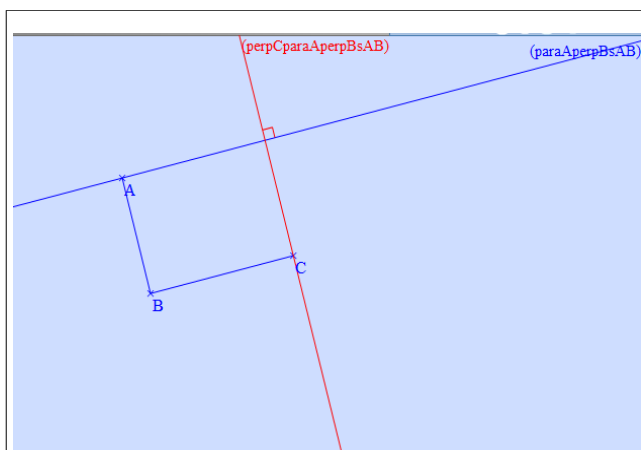


Illustration 110

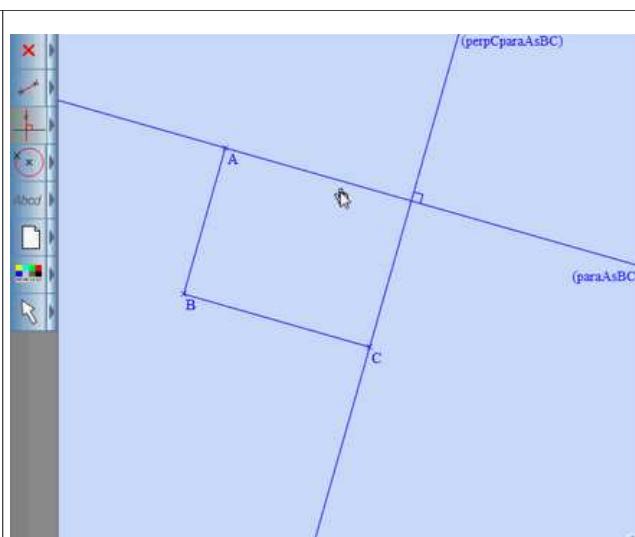


Illustration 111

#### étape 8 : validation intermédiaire

Le chercheur-praticien demande aux élèves de valider la construction (min. 7:48, tdp 69, PR : « *Alors vous bougez les points pour être sûr* ») (cf illustration 112). Léa voudrait placer un point avant de déplacer, mais le chercheur-praticien reporte à plus tard (tdp 71, PR : « *Oui, mais après* »). Léa déplace le point B (cf illustration 113). Le chercheur-praticien pose la question : « *Est-ce que ça, c'est un rectangle ?* ». Sirine confirme.

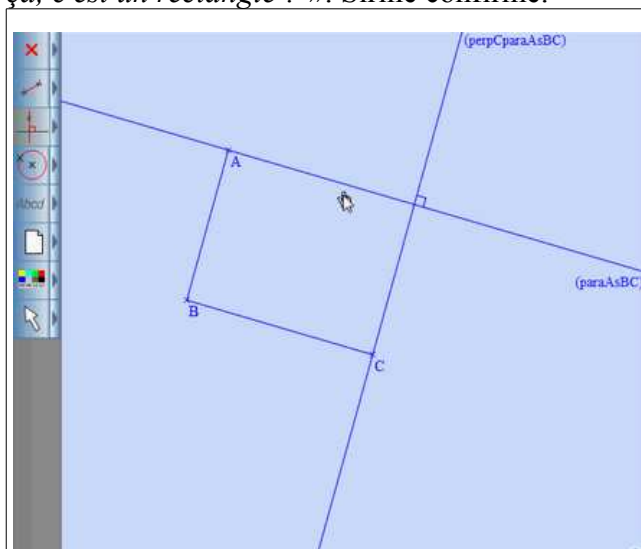


Illustration 112

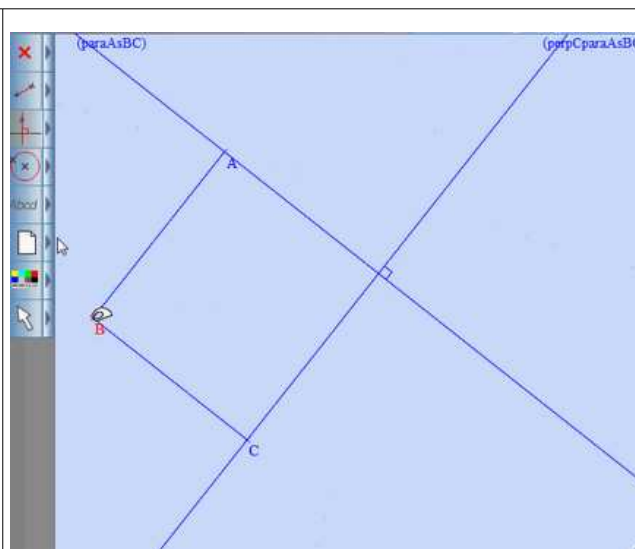


Illustration 113

#### étape 9 : le point D

Puis le chercheur-praticien les quitte. Il semble que Sirine reprend la souris. Sirine déplace le point C. Elle sélectionne le menu des points, guidée par Léa (tdp 78, L : « *C'est pas celui-là* »). Elle sélectionne le bouton « point d'intersection ». Elle tâtonne autour du point d'intersection (cf illustration 114) de sorte que les deux droites soient successivement validées (cf illustration 115).

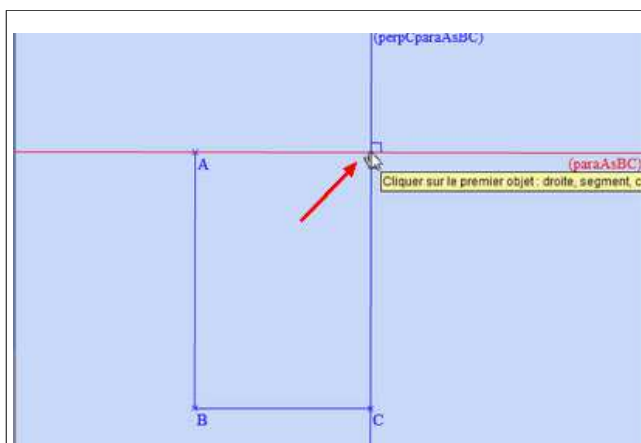


Illustration 114

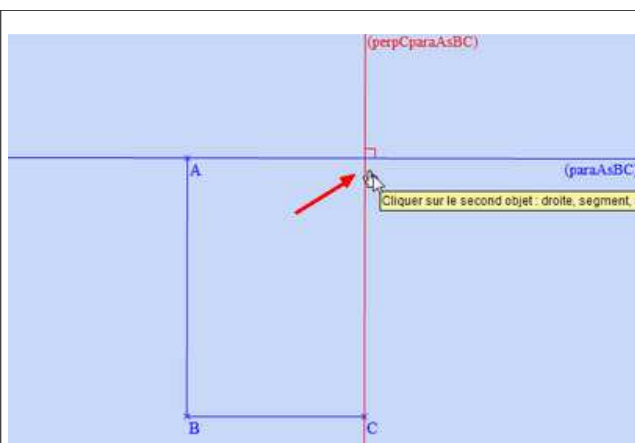


Illustration 115

Elle place ainsi le point D en tant que point d'intersection (cf illustration 115). Léa lui demande alors de bouger (min. 8:30, tdp 82, L : « Ben, voilà. Vas-y bouge maintenant »). Puis elle conclut (min. 8:38, tdp 83, L : « Voilà, c'est bon, c'est juste ») (cf illustration 116). Sirine veut enlever les traits de construction.

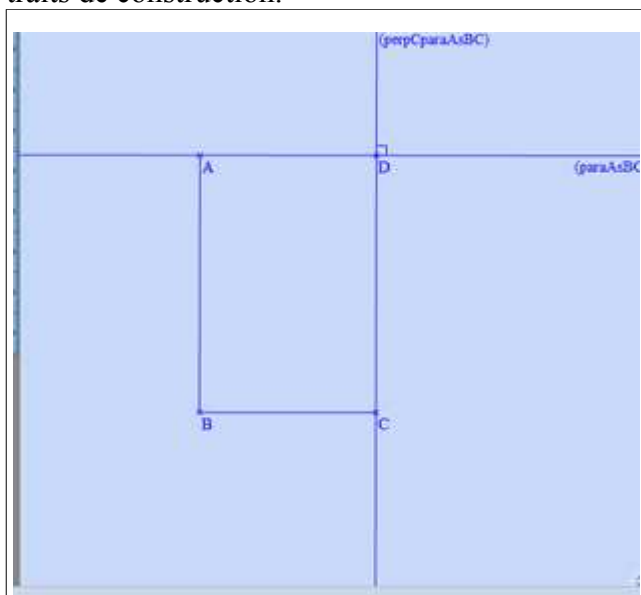


Illustration 116

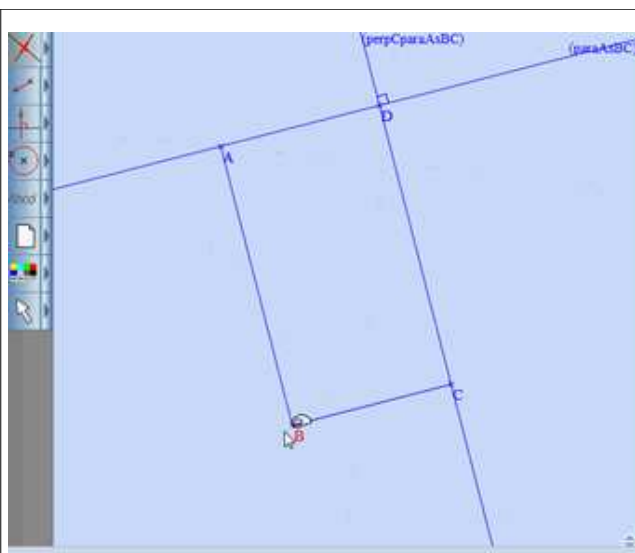


Illustration 117

## Analyse


La tâche consiste à reproduire un rectangle ABCD sachant que les élèves ont déjà le rectangle qui est commencé, les segments [AB] et [BC] sont tracés, l'angle droit en B est présent mais il n'est pas codé comme tel. Par contre dans le rectangle-modèle de l'énoncé, l'angle droit en B l'est. Ainsi, nous notons deux indicateurs d'angles droits. D'une part le rectangle-modèle dans l'exercice est codé à l'aide de trois angles droits (en A, B et D). D'autre part, l'esquisse de la construction au tableau s'est faite à l'aide de l'équerre, instrument porteur de l'angle droit. Dans le cas présent, les élèves sont effectivement dans le contrat des angles droits, elles font référence à l'équerre, comme elles le feraient dans l'environnement tracenpoche (« Il n'y a pas d'équerre »). Elles utilisent donc ici le mot « équerre » comme représentant de la propriété de perpendicularité.

Les élèves déroulent le menu, qui fait apparaître les boutons « parallèle » et « perpendiculaire »



. Dans leur recherche de l'« équerre », nous pouvons penser qu'elles l'ont trouvée.



Pourtant, elles décident d'utiliser le bouton « parallèle ». La présence de l'icône  semble être le catalyseur d'une autre technique, à savoir tracer les parallèles. Cette technique a été esquissée également collectivement (min. 21 du film de la classe, les données filmiques ne nous permettent pas d'être plus précis). La technique du tracé de cette première parallèle, la parallèle à la droite (AB) et passant par le point C convient: les éléments nécessaires à la construction sont sélectionnés et validés au fur et à mesure, le point C puis le segment [AB], sous le contrôle de Léa. Les rôles sont donc répartis de la manière suivante : Sirine a la souris, elle agit, Léa indique avec son doigt les éléments à sélectionner. Par conséquent, les élèves n'éprouvent pas la nécessité d'explicitier les relations géométriques, telle que la droite est parallèle à (AB) et passe par le point C.

Pour la deuxième parallèle, cette absence d'explicitation ne va pas leur permettre d'aller jusqu'au bout. Nous pouvons interpréter ce moment de la manière suivante. Les élèves sont toujours dans le contrat de l'équerre. La présence de la droite orange dans l'environnement tracenpoche (cf illustration 118) peut être le signe de ce qui se joue dans l'environnement papier-crayon (cf illustration 119). En effet, nous pensons que cette droite orange est la trace que permet virtuellement le déplacement de l'équerre.

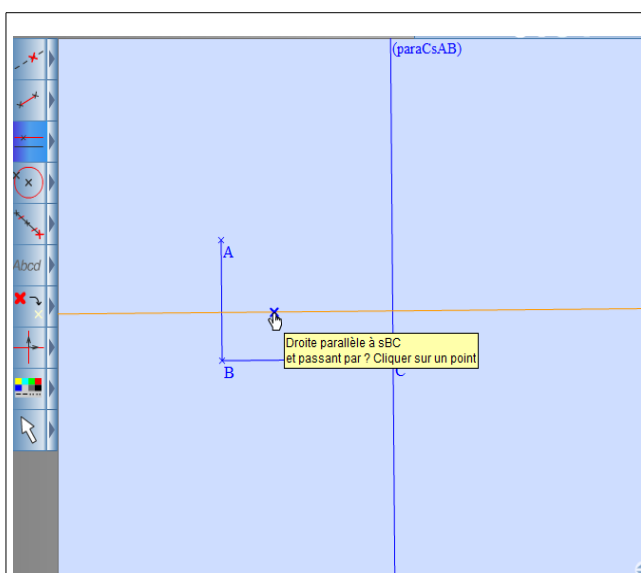


Illustration 118

Dans l'environnement tracenpoche

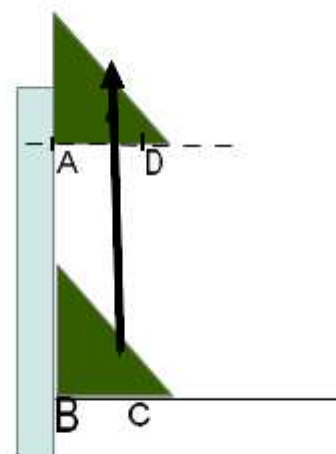


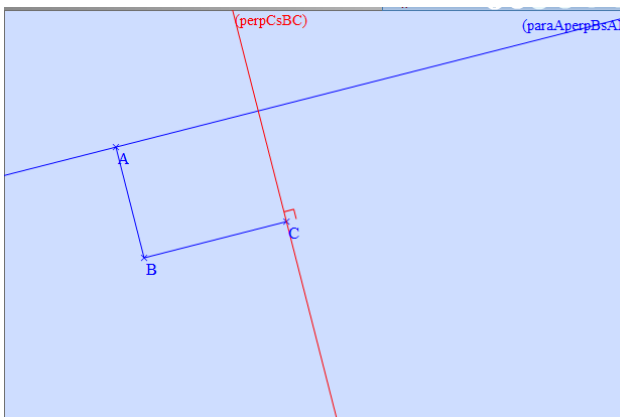
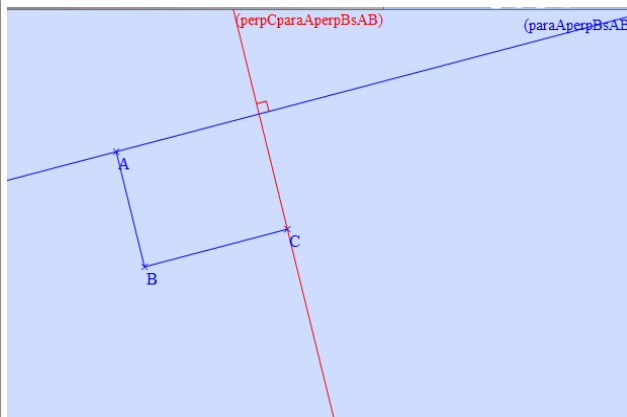
Illustration 119

Dans l'environnement papier-crayon

Dans le déplacement de l'équerre, il est implicite que l'élève arrête le déplacement de l'équerre sur la règle lorsque l'équerre passe par le point A, sachant que le point D, que l'on tracera après est sur la droite en pointillés. Mais c'est seulement lorsque la droite, la parallèle à (BC) passant par le point A, est tracée que l'on peut placer le point D, à l'intersection de cette droite et de la droite précédemment tracée. Ici, nous voyons que la présence de la droite orange modifie le comportement attendu des élèves. Ils voient la droite, orange dans l'environnement tracenpoche, comme la droite représentée en pointillés dans l'environnement papier-crayon, comme une droite ayant les mêmes caractéristiques. Or la droite orange est à définir, la direction est donnée, mais il faut donner un point. Celle de l'environnement papier-crayon est parfaitement définie puisqu'elle a une direction, parallèle à (BC) et elle passe par un point, le point A. L'environnement tracenpoche met donc en relief une erreur dans la chronologie de la construction : les élèves voient D avant de voir A. La prise en compte du point A est implicite dans l'environnement papier-crayon, les élèves « montent » l'équerre jusqu'en A. Cette caractéristique doit être explicite dans l'environnement tracenpoche. Nous voyons ici un exemple de la nécessité de formuler les caractéristiques de la droite dans l'environnement tracenpoche, c'est précisément un enjeu de la situation.

Comme pour les droites parallèles, les deux élèves ne parviennent pas à tracer des droites perpendiculaires seules. Par deux fois, elles tenteront de tracer des perpendiculaires (cf illustration 102 et 103). Chaque fois, la droite tracée ne correspond pas à ce qu'elles attendent. Elles lisent à voix haute le bandeau jaune, elles complètent la phrase « *passant par le point* », perpendiculaire « *à la droite* ». Elles voient que la droite tracée par le logiciel à partir de ce qu'elles ont sélectionné ne convient pas. La technique utilisée n'est pas une technique perceptive, dans le sens où la droite qu'elles veulent tracer tient compte de la propriété de la perpendicularité. Pourtant, entre la déclaration de la propriété «un angle droit» et la réalisation de la déclaration par le logiciel « *la droite est perpendiculaire à ? et passant par ?* », des connaissances mathématiques sont indispensables.

En présence du chercheur-praticien, les deux élèves vont choisir de tracer une « parallèle » puis une « perpendiculaire ». Nous allons nous intéresser à cette dernière. Lorsque le chercheur-praticien demande des précisions sur le lieu de l'angle droit, la réponse est claire mais elle n'est pas fonctionnelle. Effectivement, *a posteriori*, lorsque le rectangle sera terminé, deux angles droits seront présents, en C et en D. Mais pour la construction effective du troisième angle droit, il est indispensable de préciser, soit l'angle droit est en C (cf illustration 120), soit l'angle droit est en « D - point absent - » (cf illustration 121). Mais les relations géométriques en jeu sont alors différentes. Elles doivent être explicitées dans l'environnement tracenpoche, alors qu'elles sont masquées par l'équerre. En effet, dans le premier cas, nous cherchons à tracer la perpendiculaire à (BC) passant par C (cf illustration 120). Dans l'environnement papier-crayon, l'angle droit de l'équerre est positionné en C (cf illustration 122). Par contre, dans le deuxième cas, nous cherchons à tracer la perpendiculaire à une droite (d) - la parallèle à (AB) passant par A -, qui passe par le point C (cf illustration 121). En revanche, dans l'environnement papier-crayon, l'angle droit de l'équerre est positionné en « D », puisque, ce qui est essentiel, c'est que le côté de l'équerre passe par le point C (cf illustration 123).

	
<p><i>Illustration 120</i></p>	<p><i>Illustration 121</i></p>
<p>Tracer la perpendiculaire à (BC) passant par C : l'angle droit est placé en C.</p>	<p>Tracer la perpendiculaire à (d) passant par C : l'angle droit est placé « en D ».</p>

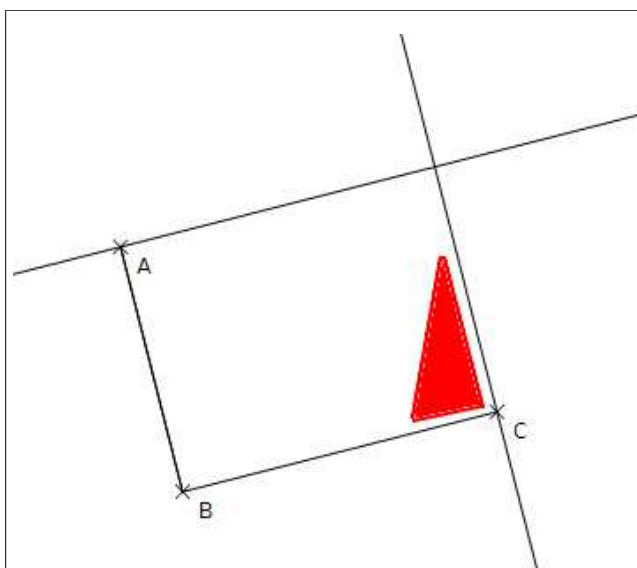


Illustration 122

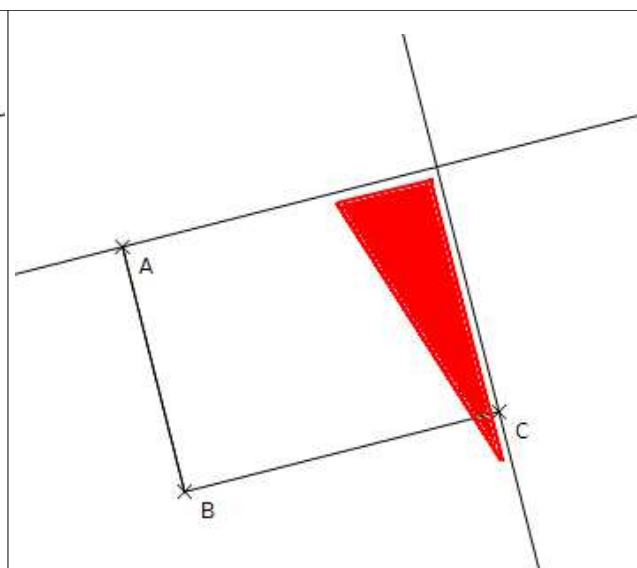


Illustration 123

Les deux premières stratégies, avec des parallèles ou avec des perpendiculaires, ne permettent pas aux deux élèves de terminer le rectangle. En présence du chercheur-praticien, elles y parviennent. Son rôle semble donc déterminant. Nous voulons mettre en évidence ce qui permet aux élèves de réussir.

Devant le chercheur-praticien, les deux élèves reviennent à leur première stratégie, à savoir tracer une parallèle. Nous pouvons noter que, depuis le début, elles parlent de « parallèle » ou de « perpendiculaire », comme si ces expressions étaient suffisantes pour elles-mêmes. Le chercheur-praticien cherche donc à obtenir ce qu'est cette parallèle. L'élève montre avec sa main la droite : la suite semble nous indiquer qu'elle montre (BC). Le chercheur-praticien continue le questionnement, concernant le point par lequel passe la parallèle. Les deux élèves donnent des réponses différentes, A et C. Mais dans le même temps, Léa sélectionne le bouton « parallèle », sélectionne et valide le point A, sélectionne et valide le segment [BC].

Pour continuer leur construction, Léa trace la perpendiculaire à la droite qu'elles viennent de tracer passant par le point C. À chaque fois, Sirine propose et Léa corrige.

Contrairement à ce que nous avons pensé au début, nous devons nous questionner sur le rôle du chercheur-praticien. Certes, il permet de faire expliciter les relations (perpendiculaire à ? Parallèle à ? Passant par?). Mais sa présence semble modifier les rapports entre les deux élèves, Sirine fait des propositions et Léa corrige. Cependant, dans la mesure où les élèves n'ont pas refait les constructions qui n'ont pas abouti, il est difficile de conclure davantage.

La validation de la construction par le déplacement des points déplaçables n'a pas été rappelée oralement par le professeur. Elle est seulement présente dans la consigne « *Attention, les points doivent résister au déplacement* ». Nous voyons que les élèves pensent au déplacement des points dès que les deux droites sont placées (min. 4:59). Cependant, elles ne déplaceront effectivement un point qu'à la fin. La règle stratégique évoquée lors de la situation précédente qui est de déplacer au fur et à mesure n'est pas effective ici.

Lorsque le chercheur-praticien arrive, il ne précise pas les modalités de validation (PR : « *Est-ce que vous avez vérifié si c'était un rectangle ?* »). C'est seulement ensuite qu'il explicite, lorsque les élèves déplacent le point B « *Ça fait un rectangle ça quand on déplace ?* ». Le déplacement est pris en charge par les élèves, son interprétation cependant pose problème. Le quadrilatère obtenu ne ressemble pas en général à un rectangle (cf illustration 100), mais parfois, il ressemble à un rectangle (cf illustration 101). Sirine semble s'appuyer sur les quelques rectangles reconnus perceptivement pour conclure. Léa explique que l'absence d'angle droit permet de dire que ce n'est pas un rectangle. Le chercheur-praticien s'appuie sur ce trait pertinent pour leur donner une règle stratégique gagnante, à savoir tracer les angles droits. Il n'indique ni le nombre d'angles droits, ni les

lieux de ces angles droits. La position topogénétique haute du professeur ne tient pas compte de ce que les élèves ont fait, à savoir tracer une parallèle et un segment : nous pensons qu'il n'est guère possible d'analyser ce que les élèves ont fait. Ici, les élèves ont voulu tracer une parallèle - qui se serait révélée fausse - mais les traces de leur construction ne sont pas visibles.

Du point de vue des élèves, en cours de construction, la non-validation est faite par la seule perception. Lorsqu'elles étaient seules, elles ont vu que la droite tracée ne convenait pas. En présence du chercheur-praticien, elles voient que la droite convient. Et il accepte cette forme de validation, contredisant la nécessité de la validation par le déplacement des points déplaçables. De son point de vue, il sait que la droite tracée tient compte des propriétés, mais du point de vue des élèves, nous pouvons dire qu'il y a rupture du contrat. En cours de construction, le chercheur-praticien demande aux élèves de valider la construction. Il pose la même question que précédemment (min. 0:07:11, PR « *Est-ce que c'est ce que vous voulez ?* Puis min. 0:07:45 PR : « *Est-ce que c'est ce que vous vouliez ?* »). La première validation est une validation perceptive, la construction ressemble à ce qui est attendu. La deuxième validation passe par le déplacement d'un point. Il s'agit donc d'interpréter les effets du déplacement. Dans un premier temps, le déplacement est présenté comme une assurance (« *pour être sûr* »). Puis le chercheur-praticien explicite les effets du déplacement (« *Est-ce que ça, c'est un rectangle ?* »). Le chercheur-praticien ne demande pas aux élèves de regarder les deux constructions intermédiaires, la parallèle et la perpendiculaire, mais de regarder le rectangle. Il présente une règle stratégique proposée lors de la situation précédente, à savoir déplacer pendant la construction, sans attendre d'avoir terminé.

Concernant le placement du point D, nous avons vu l'hésitation de Sirine sur le choix du point : l'intervention de Léa semble déterminante. Il revient à Sirine de sélectionner les deux droites dont l'intersection est D. Nous avons mis en évidence que le déplacement de la souris est restreint : il reste autour du point d'intersection. Ce qui semble être premier, c'est le lieu du point, la validation des deux droites est effective mais le faible déplacement du curseur ne nous permet pas de dire si l'élève qui a la souris sait ce qu'elle fait.

#### **7.3.4 - JA4\_S2\_T (2 min.)**

L'enjeu est de faire voir collectivement les connaissances instrumentales, les connaissances mathématiques à partir du résultat enregistré de chaque élève. Nous découpons en trois étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de montrer collectivement leur travail.

Des éléments du milieu : les élèves doivent à tour de rôle présenter les difficultés qu'ils ont rencontrées au cours de la construction du rectangle.

Présentation de ce moment : les élèves ont terminé le rectangle puis ils ont enregistré le résultat de leur travail dans l'environnement tracenpoche. Le professeur présente leurs résultats.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

### **Description**

#### étape 1 : la consigne

Le résultat de chaque élève est présenté à la classe (cf illustration 124). Le professeur expose aux élèves ce qu'il attend d'eux (min. 71:08, tdp 128, P : « *On va refaire tous la même chose, s'il y a eu un problème, quel est ce problème, s'il y a des nouveaux soucis, dont on n'a pas parlé avant, vous en parlez de manière à ce qu'on comprenne bien quel a été votre souci* »). Puis il explique qu'il validera ou non leur construction (tdp 128, P : « *On vérifiera si votre activité est correcte* »). L'auteur, ici Sirine, doit expliquer les difficultés qu'elle a rencontrées. Pendant ses explications (cf illustration 125), le professeur déplace des points.





Illustration 124



Illustration 125

### étape 2 : Sirine

Sirine ne parvient pas à expliquer ce qui lui a posé problème. Le professeur l'invite à aller au tableau (min. 72:07, tdp 132, P : « Tu peux te déplacer pour qu'on comprenne »). Elle va expliquer que c'est lorsqu'elle voulait faire des perpendiculaires mais elle ne peut pas développer (tdp 133, S : « *Quand je voulais faire des perpendiculaires, je cliquais sur la droite* ») (cf illustration 127). Pendant ce temps, le professeur continue de déplacer les points déplaçables (cf illustration 126).



Illustration 126

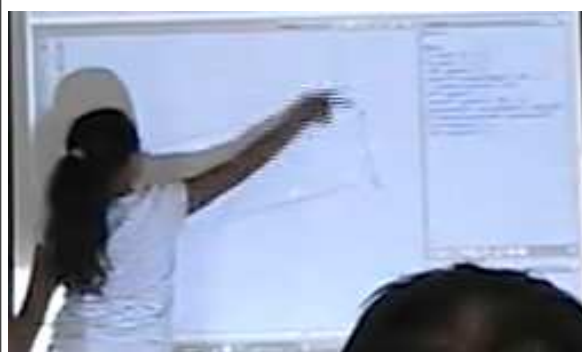


Illustration 127

### étape 3 : le professeur

Le professeur sélectionne le bouton « perpendiculaire » (tdp 134, P : « Quand vous regardez, on va regarder »). Il continue ses explications en prenant appui sur les bandeaux jaunes (tdp 135, P : « *Quand c'est marqué perpendiculaire, dès qu'on clique dessus, c'est marqué droite passant par le point , point d'interrogation, et perpendiculaire à, point d'interrogation* »). Puis il inverse l'ordre des éléments caractéristiques de la perpendiculaire (tdp 135, P : « *On peut dire, très bien, je veux la perpendiculaire, à cette droite, à ce segment, et qui passe par D* »). Le professeur explique alors que, construire la phrase « la perpendiculaire à ce segment passant par ce point » va permettre de tracer correctement la droite attendue (min. 72:59, tdp 126, P : « *Donc tout le temps, il faut que vous construisiez votre phrase aussi. Je veux tracer la perpendiculaire à ce segment, qui passe par ce point* »). Il explique cela en l'accompagnant d'un mouvement des mains (cf illustration 128 et 129). Il conclut que cela deviendra simple (tdp 137, P : « *Et puis après vous allez le faire tout simplement. C'est vraiment des gestes qui sont automatiques* »).



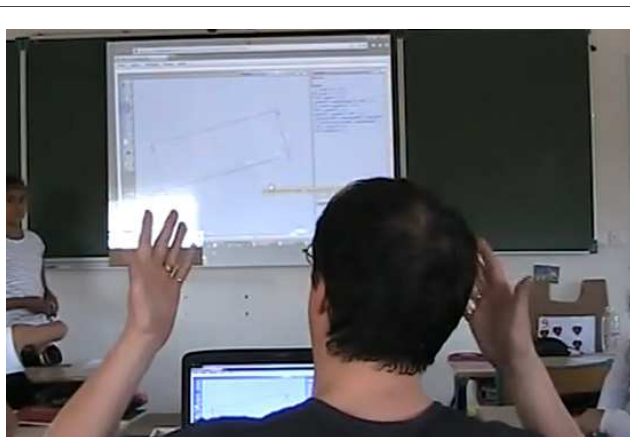


Illustration 128



Illustration 129

## Analyse

Le professeur est en retrait : il est assis derrière l'ordinateur (cf illustration 122). Les élèves sont à leur place ou au tableau. Le rectangle tracé par les élèves (cf illustration 123) est affiché au tableau. C'est donc la construction enregistrée qui va servir de prétexte d'échanges entre l'élève et le professeur. Nous nous intéressons spécifiquement à ce qui se passe pour le binôme étudié. Nous savons ce que les élèves, Léa et Sirine, ont fait. Nous savons que le professeur n'est jamais venu auprès de ces élèves pendant la construction dans l'environnement tracenpoche. Lui ne sait pas les difficultés qu'elles ont rencontrées. À partir des explications de Sirine, il ne parvient pas à spécifier les difficultés propres. Alors le professeur prend les propos de l'élève pour faire relier les connaissances mathématiques et instrumentales. En effet, pour aider à surmonter un problème instrumental potentiel, il s'appuie sur le triplet mathématique : perpendiculaire + à?+ passant par ?. L'émergence de ce triplet mathématique n'est alors formulé que par la nécessité dans l'environnement tracenpoche.

À aucun moment, il n'est question de valider le rectangle. Par contre, le professeur a déplacé les points déplaçables, sans en parler, sans préciser que le rectangle à l'écran résiste au déplacement.

### 7.4 - Conclusion par rapport à cette classe

#### 7.4.1 - Rappel de la chronologie

Le professeur a choisi d'organiser la situation sur une seule séance. Nous nous sommes particulièrement intéressés à la manière dont le professeur introduit le travail sur le rectangle, dans l'environnement papier-crayon. Puis nous avons analysé un binôme dans la construction d'un rectangle dans l'environnement tracenpoche et le moment collectif de validation.

#### 7.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

#### 7.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche

Dans cette classe, le professeur propose aux élèves un quadrilatère qui ressemble à un rectangle, autrement dit « un dessin ». Le travail collectif est de transformer ce « dessin » en une « figure », ce que le professeur propose sous la forme « *en être sûr* ». Le codage des angles droits et de l'égalité

des longueurs permet cette transformation. C'est précisément ces propriétés qui vont permettre de faire retravailler les propriétés du rectangle.

Au cours de la présentation de l'exercice consistant à compléter le rectangle, nous avons montré comment le professeur fait évoquer les relations géométriques à travers l'usage des instruments, au détriment d'une réelle dénomination.

Par exemple (JA2\_S2\_T), un élève va placer l'équerre sur [BC], l'angle droit en B. La relation de perpendicularité est donc montrée à travers l'équerre sans être explicitée. L'équerre étant posée, à la demande du professeur, l'élève explique que l'équerre lui permet de tracer le segment [CD]. Nous savons que, dès que le rectangle sera terminé, la droite tracée est effectivement le support du segment, mais à ce moment de la construction, il n'est pas possible de parler de segment [CD] d'un point de vue mathématique. Un peu plus tard (JA2\_S2\_T), un élève suggère de prendre la règle pour faire le quatrième segment, au lieu d'utiliser l'équerre. La traduction mathématique de cette proposition repose sur l'idée que le quatrième côté n'a pas de relation de perpendicularité, ce qui est évidemment faux. La manière de réfuter cet argument par le professeur repose sur le refus de tracer par essai-erreur et il montre combien cette méthode est fastidieuse. Or, la question essentielle n'est pas de tracer la droite pour qu'elle semble perpendiculaire, mais de tracer la droite définie par une relation de perpendicularité, par exemple perpendiculaire à (AB) passant par A.

Dans l'environnement tracenpoche, ce sont précisément ces questions qui sont posées aux élèves. Il leur revient donc de tracer des perpendiculaires (ou des parallèles), en spécifiant la direction et le point, point étant déjà placé. Or, comme dans l'environnement papier-crayon, les élèves ne voient pas les éléments à spécifier, mais ce n'est plus le professeur qui refuse une manière de faire, mais ce sont les rétroactions du logiciel qui indiquent à l'élève que la construction est fausse.

Par exemple, la première méthode de construction des deux élèves ne convient pas (JA3\_T\_1\_S, étape 3) - nous mettons de côté le problème technique - . Nous avons ainsi deux élèves qui sont capables tracer le support du troisième côté du rectangle, avec les parallèles (étape 2). En revanche, elles voient le point D avant qu'il soit défini (étape 4), erreur déjà repérée dans l'environnement papier-crayon.

Par ailleurs, nous avons noté que ces deux élèves ne parviennent pas à tracer seules la première perpendiculaire. Si elles envisagent aisément de sélectionner le bouton « perpendiculaire », elles ne sélectionnent pas correctement les éléments caractéristiques, les résultats à l'écran les convainquent de leur erreur et elles effacent (étape 5).

#### **7.4.4 - Initiatives du professeur**

Pour revoir les propriétés du rectangle, le professeur choisit de présenter un rectangle, en tant que dessin et de coder ses propriétés : à ce moment, il n'utilise pas les instruments de tracé.

Comme nous l'avions déjà vu dans la situation 1, le professeur propose d'afficher les constructions des élèves dans l'environnement tracenpoche. Les rectangles finis sont vidéoprojetés et commentés. Cependant, les élèves ne parviennent pas à expliquer les difficultés rencontrées.

Le professeur choisit de ne faire compléter qu'un rectangle, à partir de deux angles droits. Ainsi, les difficultés spécifiques à l'environnement tracenpoche pour la construction d'un rectangle ne sont pas rencontrées.

## **8 - Conclusion partielle concernant la situation 2, mise en œuvre dans les trois classes**

### **8.1 - Rappels de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **8.2 - Résultats par rapport à nos questions de recherche**

Dans cette situation, nous avons choisi d'utiliser le contexte du rectangle, dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche. Selon les classes, les tâches sont plus ou moins réparties dans l'un ou l'autre des environnements. Notre hypothèse de travail est d'utiliser le logiciel de géométrie dynamique pour faire travailler la notion de figure. Une première initiation au bouton « perpendiculaire » au cours de la situation 1 a montré que les actions implicites avec l'équerre ne sont pas toujours suffisamment explicitées dans l'environnement tracenpoche, malgré les constructions justes finalement. Dans la situation 2, situation plus complexe, les explicitations sont tout autant nécessaires. Nous voyons les professeurs qui essaient de mettre en évidence les relations géométriques et les élèves qui tentent de répondre aux nouvelles contraintes imposées par le professeur ou le logiciel. Si le professeur accepte que les élèves proposent de tracer « une perpendiculaire », le logiciel attend plus que la sélection du bouton « perpendiculaire ». Il est clair que les élèves ne parviennent pas tous à obtenir une « figure » dans l'environnement tracenpoche, ni dans l'environnement papier-crayon.

Les professeurs ont choisi de faire travailler les élèves sur le rectangle dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche. C'est donc dans le contrat ancien que les professeurs donnent à voir d'abord les relations de perpendicularité (perpendiculaire+ à+ passant par), à travers l'usage de l'équerre. La transformation de ces relations dans l'environnement tracenpoche est à la charge des élèves. S'ils sollicitent le professeur, ils seront éventuellement guidés. Sinon, ils pourront faire des essais, validés ou non. C'est précisément une des difficultés que nous pointons en lien avec les binômes analysés. Dans la classe de M, Guillaume et Yann ont un rectangle qui résiste au déplacement, mais ils ont un point parasite, dont ils ignorent tout. Dans la classe de PB, Eloïse et Dalina ont un rectangle qui ne résiste pas au déplacement. Elles ne s'en rendent pas compte. Elles vont apprendre une autre manière de faire, sans lien avec ce qu'elles ont fait, sans voir ce qui ne convient pas dans leur construction. Dans la classe de T, Léa et Sirine font des essais infructueux lorsqu'elles sont seules et ne parviennent pas à expliquer pourquoi elles n'y arrivent pas. Elles arrivent à terminer le rectangle en présence d'un professeur.

### **8.3 - Perspectives**

Nous avançons alors une nouvelle perspective :

Dans les trois classes filmées, nous avons présenté des « inventions professorales ». Le professeur de M choisit d'utiliser la photographie comme support d'un dessin à main levée puis d'un schéma, mettant ainsi en évidence un rectangle, un cercle dont un diamètre est un côté du rectangle. Le professeur de PB décide de faire tracer un rectangle dans l'environnement papier-crayon et de faire écrire un programme de construction. C'est à partir de ce programme de construction qu'il choisit de faire expliciter les relations géométriques. Le professeur de T opte pour un quadrilatère qu'il convient de définir un rectangle « et en être sûr ». Ainsi, ils mettent en œuvre des conditions

favorables pour évoquer les relations de perpendicularité dans l'environnement papier-crayon. À partir de ces relations explicitées, les élèves ont à construire un rectangle (à le compléter, à le construire avec un cercle) dans l'environnement tracenpoche.

Nous avançons alors une nouvelle perspective : ce travail dans l'environnement tracenpoche (tâche nouvelle) pourrait être repris dans l'environnement papier-crayon, par exemple pour établir un programme de construction. Le nouveau (environnement tracenpoche) permettrait alors un retour sur l'ancien (environnement papier-crayon), conduisant les élèves vers une explicitation des relations géométriques en prenant appui sur les boutons et les sélections successives du logiciel.

## Situation 3

### 1 - Description de la situation

Dans un premier temps, dans l'environnement tracenpoche, quatre quadrilatères sont proposés aux élèves (cf illustration 1) : ABCD est un rectangle, EFGH est un losange, IJKL est un carré, MNOP est un parallélogramme.

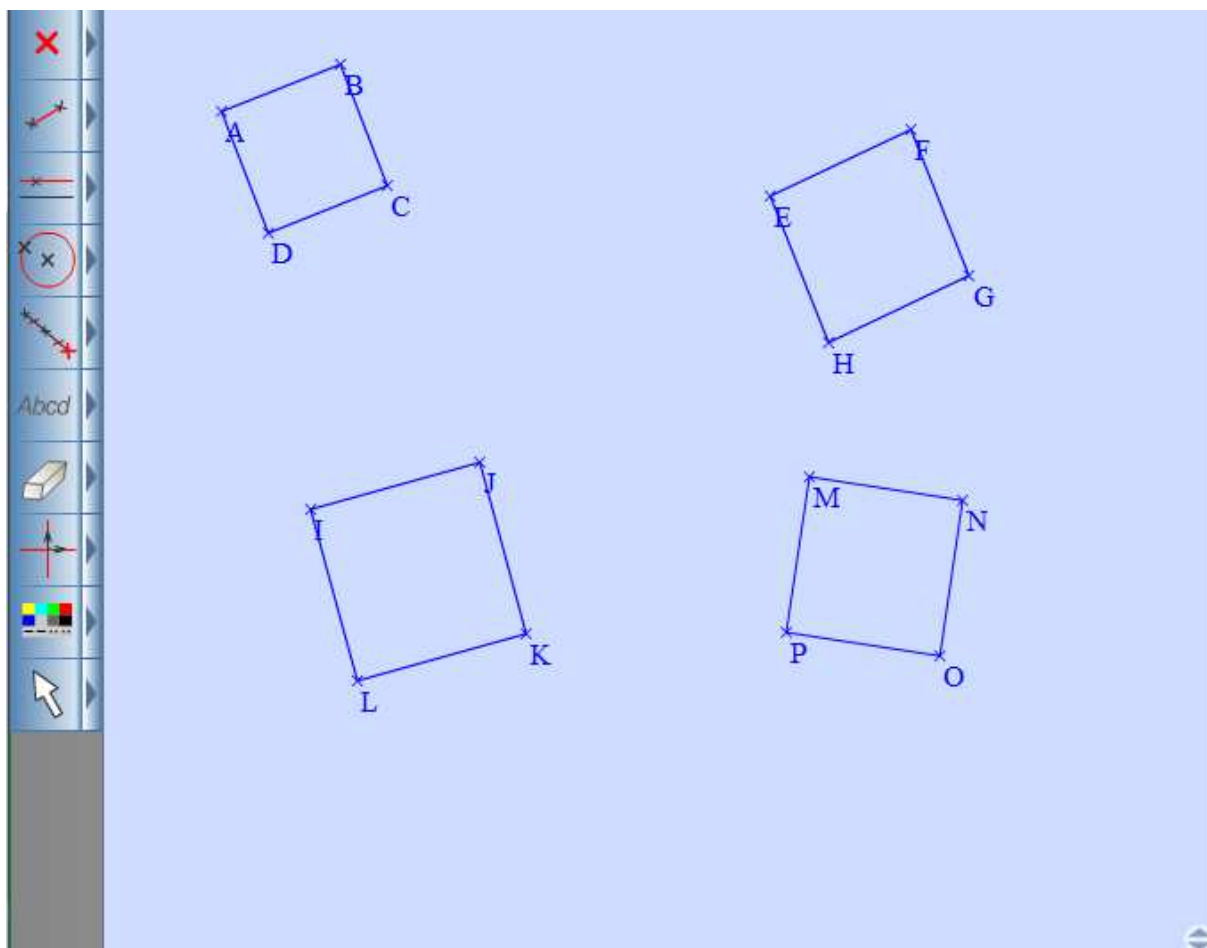


Illustration 1

Ils doivent donner la nature de chacun de ces quadrilatères et justifier en déplaçant les points déplaçables. Dans un deuxième temps, successivement dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche, il s'agit de construire un rectangle. Dans un troisième temps, successivement dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche, il s'agit de construire un losange.

### 2 - Les choix de conception

Suite à une construction, le déplacement de tous les points déplaçables est un mode de validation nouveau, propre à l'environnement tracenpoche. Les élèves l'ont utilisé au cours des deux situations précédentes. Nous considérons donc que, au moment, où ils abordent la troisième situation, ils ont développé l'habitude suivante : lorsqu'ils déplacent un point déplaçable, ils sont capables de voir que la construction qu'ils viennent de produire reste conforme à la construction attendue. La validation de la construction doit passer par le déplacement des points déplaçables. La question que

nous nous posons maintenant est de savoir si les élèves peuvent rendre compte des propriétés, qui ont permis la construction d'une figure qu'ils n'ont pas faites eux-mêmes. Ce « déplacement exploratoire pour identifier les invariants de la figure » (Restrepo, 2008) est donc nouveau pour les élèves. Il s'agit donc d'un mode de relation « nouveau » (Assude, 2007). En ce sens, nous pouvons parler d'« initiation instrumentale » (*Ibid.*). Nous avons choisi de faire reconnaître quatre quadrilatères particuliers, rectangle, losange, carré et parallélogramme à l'aide de ce déplacement. Ces quadrilatères sont à étudier au cycle 3 d'après les programmes officiels (BO, 2008). Si dans l'environnement papier-crayon, il convient de prendre les instruments usuels de tracé (règle graduée ou non, équerre, compas) pour vérifier les égalités de longueur ou les angles droits, il est clair que le déplacement exploratoire dans l'environnement tracenpoche est un mode d'action « indépendant » (Assude, 2007), il ne trouve pas d'équivalent dans l'environnement papier-crayon. Les quatre quadrilatères sont présentés de sorte qu'à l'écran ils soient dans une situation particulière : ils ressemblent tous à des carrés (cf illustration 1). Un des objectifs du cycle 3 est de dépasser le simple stade de la perception. Les instruments ont alors pour rôle de vérifier ce que l'on voit. Ici, c'est le déplacement exploratoire qui va jouer ce rôle. Nous pensons que les élèves sont plutôt familiarisés avec le rectangle. Ainsi, c'est le premier quadrilatère proposé. Par ailleurs, les propriétés caractéristiques seront mises en évidence à l'aide du déplacement exploratoire. Elles peuvent donc être réinvesties dans des tâches de construction dans l'environnement papier-crayon. En ce sens, nous avons pensé à un entrelacement entre les deux environnements.

### **3 - Analyse *a priori***

#### **3.1 - Analyse *a priori* descendante du point de vue des savoirs mathématiques**

Dans un premier temps, il s'agit de travailler les conditions nécessaires pour qu'un quadrilatère soit un parallélogramme, un losange, un rectangle ou un carré.

Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un quadrilatère soit un rectangle est qu'il possède 3 angles droits. À notre niveau d'étude, nous ne travaillons pas les conditions nécessaires et suffisantes, nous vérifions que les conditions nécessaires sont effectivement présentées. Ainsi, le rectangle est reconnu en tant que quadrilatère ayant 4 angles droits, ou en tant que quadrilatère qui a 4 angles droits et des côtés opposés parallèles par exemple.

Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un quadrilatère convexe soit un losange est qu'il possède 4 côtés de même longueur. Comme précédemment, le losange est reconnu en tant que quadrilatère ayant 4 côtés de même longueur ou en tant que quadrilatère ayant 4 côtés de même longueur et des côtés opposés parallèles.

Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un quadrilatère soit un carré est qu'il possède par exemple 3 angles droits et deux côtés consécutifs de même longueur. Comme précédemment, le carré est reconnu en tant que quadrilatère ayant 4 côtés de même longueur et 4 angles droits ou en tant que quadrilatère ayant 4 côtés de même longueur, 4 angles droits et des côtés opposés parallèles.

Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un quadrilatère soit un parallélogramme est que ses côtés opposés soient parallèles. Là encore, le parallélogramme est reconnu en tant que quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles et de même longueur.

Les différentes propriétés vont permettre de travailler les inclusions des ensembles de quadrilatères. Ainsi, le rectangle, le carré ou le losange, en tant que quadrilatères ayant leurs côtés opposés parallèles sont des parallélogrammes. Le carré, en tant que quadrilatère ayant 4 côtés de même longueur est un losange. Ce même carré, en tant que quadrilatère ayant 4 angles droits est un rectangle.

Ces inclusions ne correspondent pas aux connaissances des élèves. En effet, dans la vie courante, une table rectangulaire, au sens où le plateau a la forme d'un rectangle, ne peut avoir que la forme

d'un rectangle et certainement pas la forme d'un carré. Nous savons également que, par ailleurs, dans la progression des apprentissages proposée par les programmes officiels, le rectangle et le carré sont présentées comme deux formes géométriques distinctes : « Reconnaître et nommer un carré, un rectangle » (BO, 2008, p. 23).

Nous précisons que les diagonales des différents quadrilatères n'ont pas été tracées. Par conséquent, aucun travail sur les diagonales n'est attendu dans cette situation.

### 3.2 - Analyse *a priori* ascendante du point de vue des actions possibles des élèves

Pour faciliter la lecture, nous présentons d'abord les différents types de tâches et de techniques sous forme de tableau puis nous expliciterons. Nous respectons un ordre chronologique.

Type de tâches	Tâches	Type de techniques	Techniques
T4 : reconnaître une figure	t4,tep reconnaître un quadrilatère	RPtep	$\tau$ 4,tep,1 reconnaître perceptivement la nature du quadrilatère
		RPTte p faible	$\tau$ 4,tep,2 reconnaître la nature de chacun des quadrilatères en déplaçant les points déplaçables.
		RPTM forte	$\tau$ 4,tep,3 déplacer les points déplaçables et à interpréter l'effet du déplacement pour donner les invariants géométriques locaux.
T2 : construire une figure	t2,6,pc construire un rectangle	CPpc	$\tau$ 2,6,pc,1 construire le rectangle sans utiliser les instruments adéquats.
		CIpc	$\tau$ 2,6,pc,2 construire un quadrilatère qui est un rectangle, en tenant compte des propriétés mathématiques.
T3 : reproduire une figure	t3,8,tep reproduire un rectangle	CPtep	$\tau$ 3,8,tep,1 tracer un quadrilatère qui est perceptivement un rectangle.
		CPTte p forte	$\tau$ 2,8,tep,2 tracer un quadrilatère qui est un rectangle, en tenant compte des propriétés mathématiques.
		CPMtep	$\tau$ 3,8,tep,3 tracer un quadrilatère qui est un rectangle, en tenant compte de certaines propriétés mathématiques, mais pas toutes.
T2 : construire une figure	t2,7,pc construire un losange	CPpc	$\tau$ 2,7,pc,1 construire un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur avec la règle uniquement.
		CPTpc	$\tau$ 2,7,pc,2 construire un losange en utilisant les instruments adéquats.
T3 : reproduire une figure	t3,9,tep reproduire un losange	CPtep	$\tau$ 2,9,tep,1 construire un losange en traçant quatre segments qui semblent

			être de la même longueur.
--	--	--	---------------------------

Le premier temps est consacré à un type de tâches, T4, à savoir reconnaître une figure, ici une tâche de reconnaissance d'un quadrilatère dans l'environnement tracenpoche, notée t4, tep. Plus précisément, dans l'environnement tracenpoche, l'élève doit successivement effectuer les tâches suivantes :

la tâche, notée t4,3,tep qui consiste à reconnaître un rectangle

la tâche, notée t4,4,tep qui consiste à reconnaître un losange

la tâche, notée t4,5,tep qui consiste à reconnaître un carré

la tâche, notée t4,6,tep qui consiste à reconnaître un parallélogramme.

Relativement à la tâche t4,tep, une première technique notée  $\tau_{4,tep,1}$  de type RPtep<sup>58</sup>, consiste à reconnaître perceptivement la nature du quadrilatère, ici chaque quadrilatère est un carré. Elle est invisible<sup>59</sup>, dans le sens où elle aboutit à un résultat, mais celui-ci peut-être erroné. Elle n'est pas accompagnée de discours. Cette technique perceptive traduit la construction comme un dessin, que ce soit à l'écran (environnement tracenpoche) ou sur la feuille (environnement papier-crayon).

Une deuxième technique, notée  $\tau_{4,tep,2}$  de type RPTtep<sup>60</sup> consiste à reconnaître la nature de chacun des quadrilatères en déplaçant les points déplaçables. Cette technique est faible (au sens où nous l'avons défini), dans le sens où elle produit un résultat du fait du déplacement, ici la nature du quadrilatère, mais elle n'est pas justifiée. Cette technique est propre à l'environnement tracenpoche puisqu'elle repose sur le déplacement des points déplaçables. Ainsi, par exemple, l'élève voit un rectangle, comme il peut voir un rectangle dans l'environnement papier-crayon. Par contre, au cours du déplacement, il voit l'ensemble de tous les quadrilatères ayant ces mêmes propriétés. C'est précisément la particularité d'un logiciel de géométrie dynamique. L'élève reconnaît perceptivement un ensemble de quadrilatères ayant une propriété commune, il nomme ce quadrilatère qu'il reconnaît, quelle que soit sa position, mais il n'explicite pas les propriétés qui résistent au déplacement. Cette technique perceptivo-théorique traduit la construction comme une figure, en tant qu'ensemble de dessins ayant les mêmes propriétés.

Une troisième technique, notée  $\tau_{4,tep,3}$  de type RPTMtep<sup>61</sup> consiste à déplacer les points déplaçables et à interpréter l'effet du déplacement pour donner les invariants géométriques locaux. Cette technique est forte (au sens où nous l'avons défini), dans la mesure où elle est accompagnée d'un discours technologique qui repose sur différents théorèmes. Les justifications attendues des élèves de cycle 3 seront différentes des théorèmes mathématiques. Ainsi, le théorème « si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle » sera probablement formulé à notre niveau d'étude par exemple par « c'est un rectangle car il a quatre angles droits et ses côtés opposés parallèles ». De même, un théorème permettant de démontrer qu'un quadrilatère est un losange, par exemple « si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange » sera plutôt formulé par « c'est un losange car il a quatre côtés de même longueur et ses côtés opposés parallèles ». Ou encore, le théorème « si un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur,

58 Technique RPtep : technique de reconnaissance perceptive, lors de la reconnaissance de la figure, construite dans l'environnement tracenpoche.

59 Technique invisible : « Les techniques invisibles sont celles qui permettent de produire un résultat mais ne sont pas explicitées, car leur usage n'implique ni commentaire ni contrôle langagier : pour qui les met en œuvre, elles sont muettes, la pratique démontrée est le procédé de leur transmission » Assude & Mercier, 2007, p154. Nous reprenons ce vocabulaire.

60 Technique RPTtep : technique de reconnaissance perceptivo-théorique (Assude & Gelis, 2002) on se place au niveau de la figure. Il s'agit d'une technique propre à l'environnement tracenpoche. Les différents dessins à l'écran sont regardés comme des représentants d'une figure qui conserve ses propriétés au cours du déplacement.

61 Technique RPTMtep : technique de reconnaissance perceptivo-théorique mathématique (Assude & Gelis, 2002) on se place au niveau de la figure. Il s'agit d'une technique propre à l'environnement tracenpoche, en cela qu'elle utilise le déplacement des objets géométriques. De plus, au cours du déplacement des points déplaçables, les invariants géométriques sont vus et nommés.



alors c'est un carré » sera formulé par exemple par « c'est un carré car il a quatre angles droits, quatre côtés de même longueur et ses côtés opposés parallèles ». Enfin le théorème « si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme » sera exprimé sous la forme « c'est un parallélogramme car ses côtés opposés parallèles et ses côtés opposés sont de même longueur ».

Le deuxième temps est consacré à un type de tâche, T2, à savoir construire une figure. Plus précisément, il s'agit de la tâche notée  $t_{2,6,pc}$ , qui consiste à construire dans l'environnement papier-crayon, un rectangle dont la longueur d'un côté est donnée.

Une première technique, notée  $\tau_{2,6,pc,1}$ , de type CPpc consiste à tracer un segment de longueur donnée avec la règle graduée, puis de tracer avec la seule règle les autres segments, qui sont perceptivement perpendiculaires. L'élève qui propose cette technique n'a pas utilisé l'instrument adéquat, l'équerre qui porte la notion de perpendicularité. Cependant, le quadrilatère obtenu peut être un rectangle, puisqu'il a *a posteriori* quatre angles droits.

Une deuxième technique notée  $\tau_{2,6,pc,2}$  revient à tracer un segment de longueur donnée avec une règle graduée, puis de tracer un quadrilatère qui est un rectangle, en tenant compte des propriétés mathématiques, soit en traçant trois angles droits, soit en traçant un angle droit et des parallèles, soit en traçant deux angles droits et deux côtés opposés de même longueur avec une équerre. Cette technique, de type CIpc, permet d'obtenir la construction attendue. Elle repose sur des propriétés mathématiques non explicitées à notre niveau « si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle » ou « si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle ».

Il s'agit ensuite de reproduire ce rectangle dont une longueur est fixée dans l'environnement tracenpoche, tâche notée  $t_{3,8,tep}$ .

Une première technique notée  $\tau_{3,8,tep,1}$  revient à tracer un quadrilatère qui est perceptivement un rectangle, sans tenir compte des propriétés mathématiques. Cette technique, de type CPtep, ne permet pas d'obtenir la construction attendue. En effet, le déplacement d'un point suffit à défaire le rectangle.

Une deuxième technique notée  $\tau_{2,8,tep,2}$  revient à tracer un quadrilatère qui est un rectangle, en tenant compte des propriétés mathématiques, soit en traçant trois angles droits, soit en traçant un angle droit et des parallèles. Cette technique, de type CPTtep, permet d'obtenir la construction attendue. Elle résiste au déplacement. Elle est forte dans la mesure où les actions menées dans l'environnement tracenpoche mettent en œuvre les propriétés mathématiques attendues « si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle » ou « si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle ».

Une troisième technique notée  $\tau_{3,8,tep,3}$  revient à tracer un quadrilatère qui est un rectangle, en tenant compte des propriétés mathématiques, soit en traçant trois angles droits, soit en traçant un angle droit et des parallèles, mais les connaissances instrumentales font défaut, par exemple le troisième point n'est pas défini comme « point sur », le quatrième point comme « point d'intersection »... Cette technique est de type CPMtep<sup>62</sup>.

Le troisième temps est consacré à un type de tâche, T2, à savoir construire une figure. Plus précisément, il s'agit de la tâche notée  $t_{2,7,pc}$ , qui consiste à construire dans l'environnement papier-crayon, un losange dont la longueur est fixée. Une première technique  $\tau_{2,7,pc,1}$ , de type CPpc consiste à utiliser la règle graduée pour construire un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur. L'élève qui propose cette technique n'a pas utilisé les instruments adéquats. Cependant, le quadrilatère obtenu peut être un losange, puisqu'il a *a posteriori* quatre côtés de même longueur. Une deuxième technique  $\tau_{2,7,pc,2}$ , de type CPTpc consiste à utiliser les instruments, tels que la règle graduée et le compas pour tracer le losange<sup>63</sup>.

62 Technique CPMtep : technique perceptive de construction dans l'environnement tracenpoche, qui ne résiste pas au déplacement. Certaines connaissances mathématiques sont mises en œuvre, mais des spécificités du logiciel ne sont pas utilisées telles que la définition des points.

63 Dans les situations proposées aux enseignants, nous ne savions pas que les enseignants privilégiaient ces constructions à partir des diagonales.

Il s'agit ensuite de reproduire ce losange, dont la longueur des côtés est fixée, dans l'environnement tracenpoche, tâche notée  $t3,9,tep$ . Une première technique  $\tau2,9,tep,1$ , de type CPtep est envisageable, qui consiste à tracer un premier segment de longueur 5 cm. Puis de manière perceptive, construire successivement les trois autres segments de manière à obtenir un quadrilatère qui ressemble à un losange. À ce stade, dans notre progression, les élèves ne peuvent pas tracer le losange autrement.

### 3.3 - Analyse *a priori* du point de vue de l'enseignant

Dans le premier temps de cette situation, contrairement aux deux situations précédentes, le déplacement n'est pas utilisé pour valider une construction, mais pour mettre en évidence des invariants géométriques, qui ont permis la construction. Le professeur va donc être attentif à rendre explicite ce nouvel aspect du déplacement.

De plus, la reconnaissance globale des quadrilatères particuliers peut masquer les invariants géométriques. Le professeur pourra insister sur les éléments caractéristiques des différents quadrilatères, par exemple la reconnaissance du rectangle passe par la reconnaissance des angles droits.

La présence des quatre quadrilatères sur la même page peut permettre de déterminer les différences et les similitudes entre les quadrilatères. Ainsi, si un élève propose, d'une part ABCD est un rectangle car ses côtés opposés sont parallèles, et d'autre part EFGH est un losange car ses côtés opposés sont parallèles, le professeur pourra attirer l'attention des élèves sur le fait que la propriété « avoir des côtés opposés parallèles » est commune aux deux quadrilatères et que par ailleurs une autre propriété concerne l'un des quadrilatères mais pas l'autre, par exemple la propriété « quatre angles droits » ne concerne que le rectangle, mais pas le losange.

Enfin, le professeur sera vigilant sur l'absence du codage de l'angle droit. En effet, dans les situations précédentes, les élèves ont construit des droites perpendiculaires. Le logiciel a codé l'angle droit (cf illustration 2). Au cours du déplacement des points déplaçables, le codage était toujours présent (cf illustration 3).

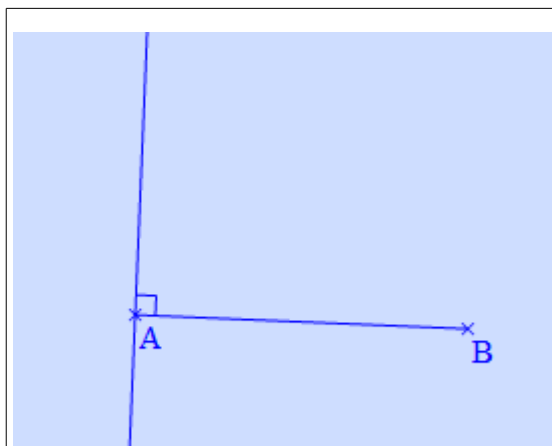


Illustration 2

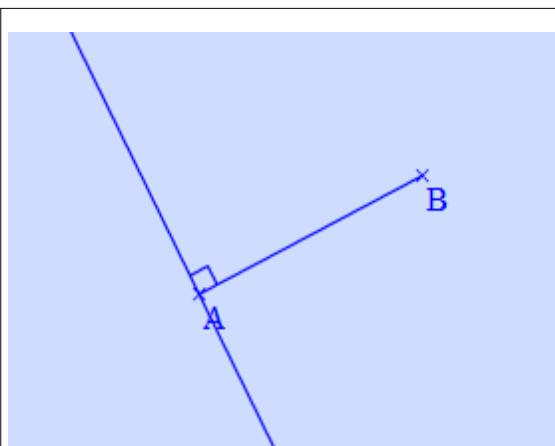


Illustration 3

Le professeur s'assurera auprès des élèves, que l'absence de codage ne signifie pas pour eux l'absence d'angle droit. À l'écran, le point D est déplacé : le quadrilatère ABCD est un rectangle. Les angles droits ne sont pas codés (cf illustration 4). Pourtant, ils ont été construits comme tels (cf illustration 5).

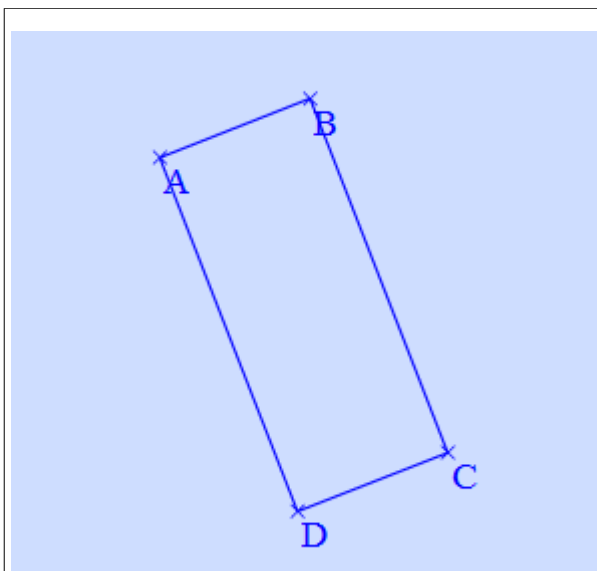


Illustration 4

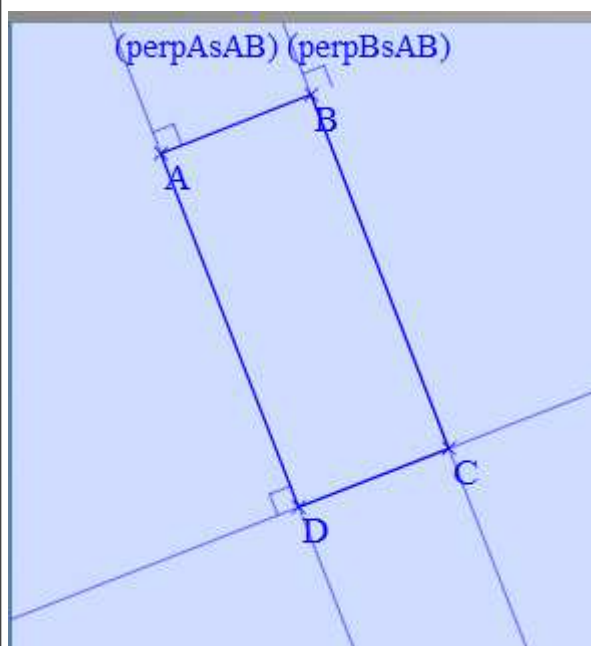


Illustration 5

Dans le deuxième temps de cette situation, les constructions du rectangle sont à faire dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche. Elles ont été travaillées dans la situation précédente. Il s'agit donc d'un réinvestissement. La différence tient au fait qu'une longueur du rectangle est donnée. Les habitudes au cycle 3 sont plutôt de donner deux longueurs. Il est donc important de souligner cette différence auprès des élèves. Cette différence va entraîner des conséquences sur le tracé dans l'environnement papier-crayon. Comme les élèves connaissent la longueur d'un côté, ils seront peut-être enclins à tracer sur la perpendiculaire (ou la parallèle) un segment de longueur donnée. Mais cette technique n'est pas reproductible dans l'environnement tracenpoche. En effet, le logiciel ne nous permet pas de tracer un segment de longueur donnée sur une droite donnée, car tracer un segment de longueur donnée implique de définir la deuxième extrémité en tant que point libre. Nous avons imaginé une construction dans l'environnement tracenpoche (cf illustration 6). Si perceptivement, le résultat à l'écran correspond à ce qui est attendu, le déplacement du point C montre que la construction n'est pas robuste (cf illustration 7).

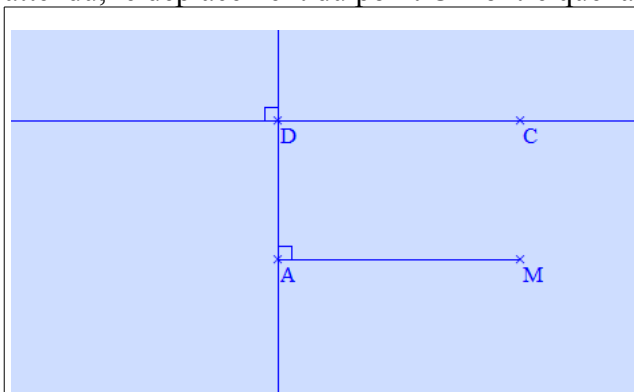


Illustration 6

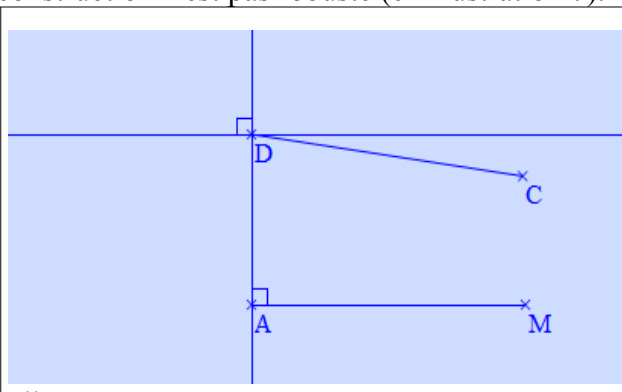


Illustration 7

Nous avons tracé le segment  $[AM]$  tel  $AM = 6\text{cm}$  avec le bouton « segment de longueur donnée ». Le segment est alors tracé horizontalement.  
Nous avons tracé la perpendiculaire à  $(AD)$  passant par le point D  
Nous avons tracé le segment  $[DC]$  de sorte que

Le point C est défini implicitement comme un point du cercle de centre D de rayon 6cm et non comme un point sur la perpendiculaire à  $(AD)$  passant par le point D.

<p>DC= 6cm avec le bouton « segment de longueur donnée ».</p> <p>Le point C semble sur la perpendiculaire à (AD) passant par le point D.</p>	
--	--

Enfin, dans le troisième temps, la construction du losange est à faire dans les deux environnements. Du point de vue de l'élève, elle est encore problématique dans l'environnement papier-crayon. Dans l'environnement tracenpoche, cette construction est également problématique. Le professeur peut donc poser la question concernant le placement d'un point à une distance donnée d'un point, sans utiliser le bouton « segment de longueur donnée ».

### 3.4 - Conclusion sur l'analyse *a priori*

Cette troisième situation met en œuvre le déplacement exploratoire, pour mettre en évidence les propriétés qui ont servi à une construction proposée. Les quadrilatères proposés sont connus des élèves, même si le parallélogramme l'est un peu moins. Il s'agit donc d'une nouvelle fonction du déplacement, qui n'a pas encore été présentée. Elle n'a pas d'équivalent dans l'environnement papier-crayon. Il s'agit donc, pour l'élève de travailler sur l'ensemble des dessins qui conservent une propriété et de déterminer cette propriété.

La construction du rectangle est un réinvestissement, permettant de travailler les nouvelles techniques dans l'environnement tracenpoche. Par contre, celle du losange doit montrer les difficultés à reporter une longueur dans l'environnement tracenpoche.

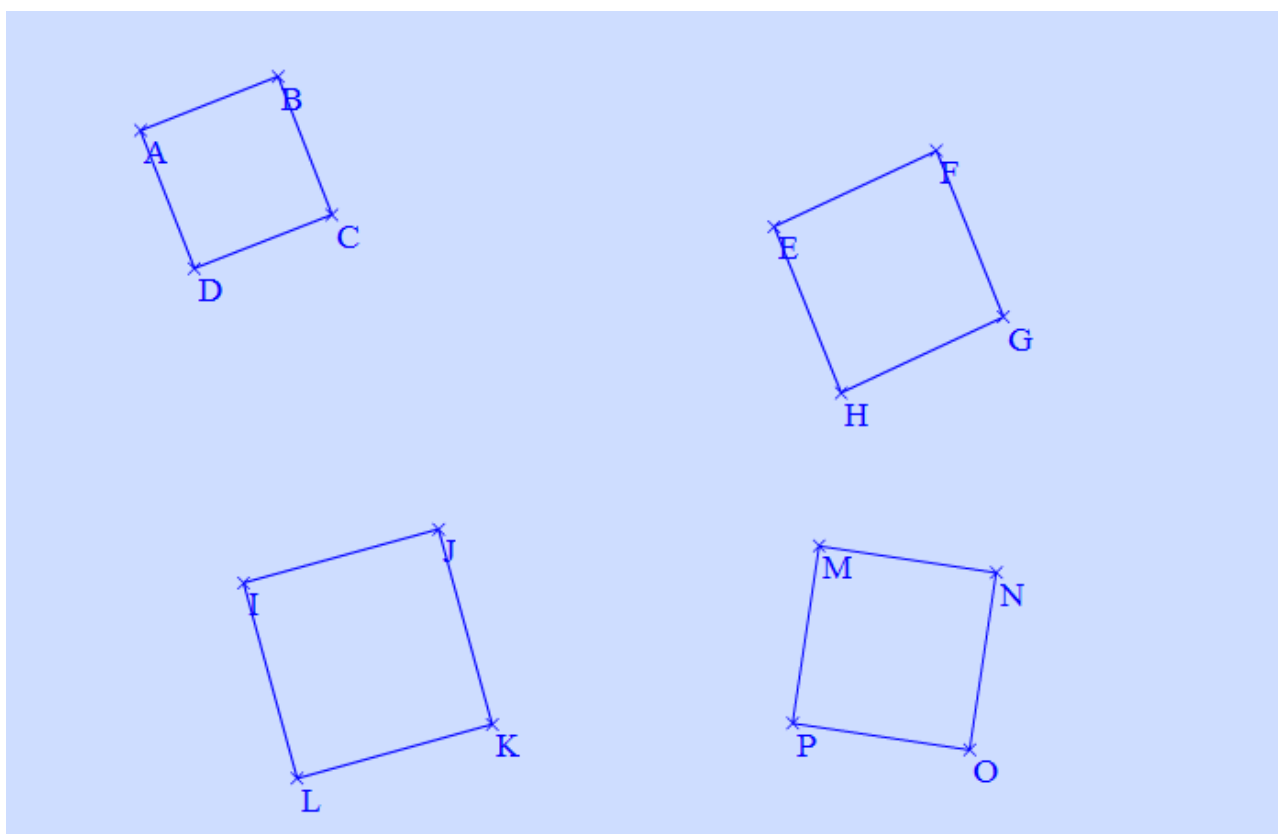
En étudiant de manière plus approfondie les techniques envisageables par les élèves, nous pouvons avancer qu'entre la reconnaissance des différents quadrilatères et la construction de ceux-ci dans l'environnement tracenpoche, le saut informationnel est très important. Si la construction du rectangle est envisageable, puisqu'il s'agit d'un réinvestissement, la construction du losange est en décalage complet. Si notre idée première était de montrer que la construction d'un segment de longueur donnée ne permet pas de résoudre le problème, la mise en œuvre de cette insuffisance n'est pas suffisamment anticipée.

Dans nos choix initiaux de conception, nous avons choisi de ne pas prendre de longueur. Cependant, ici, nous avons introduit des longueurs. Pour le rectangle, la donnée d'une longueur ne modifie pas la technique de construction, du fait des contraintes instrumentales de l'environnement tracenpoche. Il s'agit donc d'introduire une nouvelle connaissance instrumentale - le bouton « segment de longueur donnée - dans le contexte connu de la construction d'un rectangle - réinvestissement -. Pour le losange, le bouton « segment de longueur donnée » - ancien - est connu et cette connaissance instrumentale est à réinvestir dans la construction d'un losange - nouveau -.

## 4 - Mise en œuvre dans les classes

### 4.1 - Présentation du déroulement dans la classe de M

Le professeur a organisé la situation 3 en deux séances (78 min.). Dans un premier temps de la situation, lors de la séance 1 (59 min.), les élèves sont dans la salle informatique. À l'aide d'un TBI, le professeur projette les quatre quadrilatères suivants, qui ressemblent à des carrés (cf illustration 8).



*Illustration 8*

Dans une première phase (11 min.), le professeur propose de faire des rappels sur les quadrilatères, puis il recentre l'étude sur les quadrilatères particuliers, carré, rectangle, losange, parallélogramme. Enfin, à partir de propriétés énoncées, il met en évidence les inclusions particulières, parallélogramme, losange, carré.

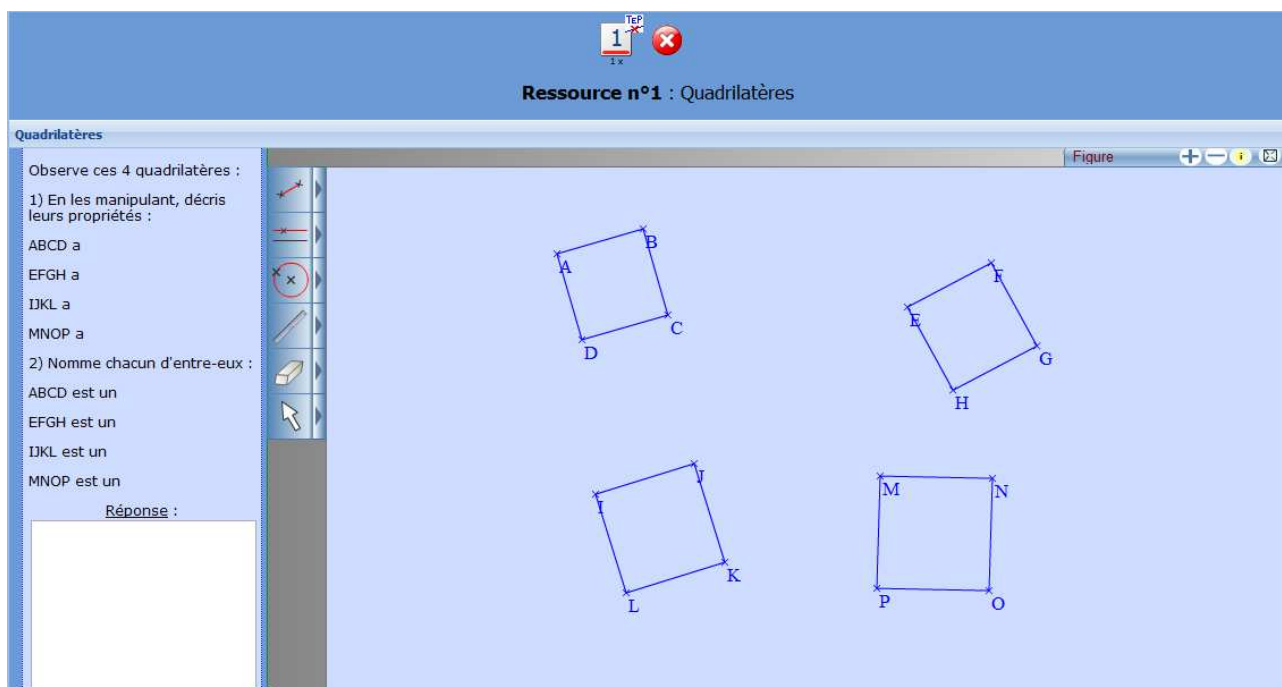
Dans une deuxième phase<sup>64</sup>, les élèves ont accès sur leur l'écran aux quatre quadrilatères (cf illustration 8). Le professeur leur demande alors comment ils peuvent déterminer la nature de ces quadrilatères. Il cherche à mettre en évidence les spécificités de l'environnement tracenpoche, à savoir le « déplacement exploratoire ». Le déplacement d'un point du quadrilatère ABCD sera montré par un élève sur le TBI et les élèves le font sur leur écran. Le professeur demande aux élèves de déterminer la nature de ce quadrilatère et de justifier leur réponse, tâche notée t4,3,tep dans notre analyse *a priori*. Puis les élèves ont reconnaître les autres quadrilatères, tâche notée t4,tep.

Lors de la séance 2 (19 minutes), les élèves doivent construire un rectangle ABCD dont la longueur est 5cm et la largeur 3cm, dans l'environnement papier-crayon, tâche notée t2,6,pc\*, non prévue initialement.

## 4.2 - Présentation du déroulement dans la classe de PB

Dans la classe de PB, la situation a été proposée sous la forme de trois séances. Lors de la première séance (temps estimé à 30min), les élèves et le professeur ont travaillé sur les quadrilatères particuliers et leurs propriétés (le chercheur n'a pas assisté à cette séance). Lors de la deuxième séance (35 min), à partir des propriétés travaillées dans la séance précédente, les élèves sont en binôme dans la salle des ordinateurs. Ils ont à effectuer la tâche t4,tep à savoir reconnaître les quadrilatères proposés dans l'environnement tracenpoche (cf illustration 9). L'énoncé de l'exercice est présent à gauche de l'écran.

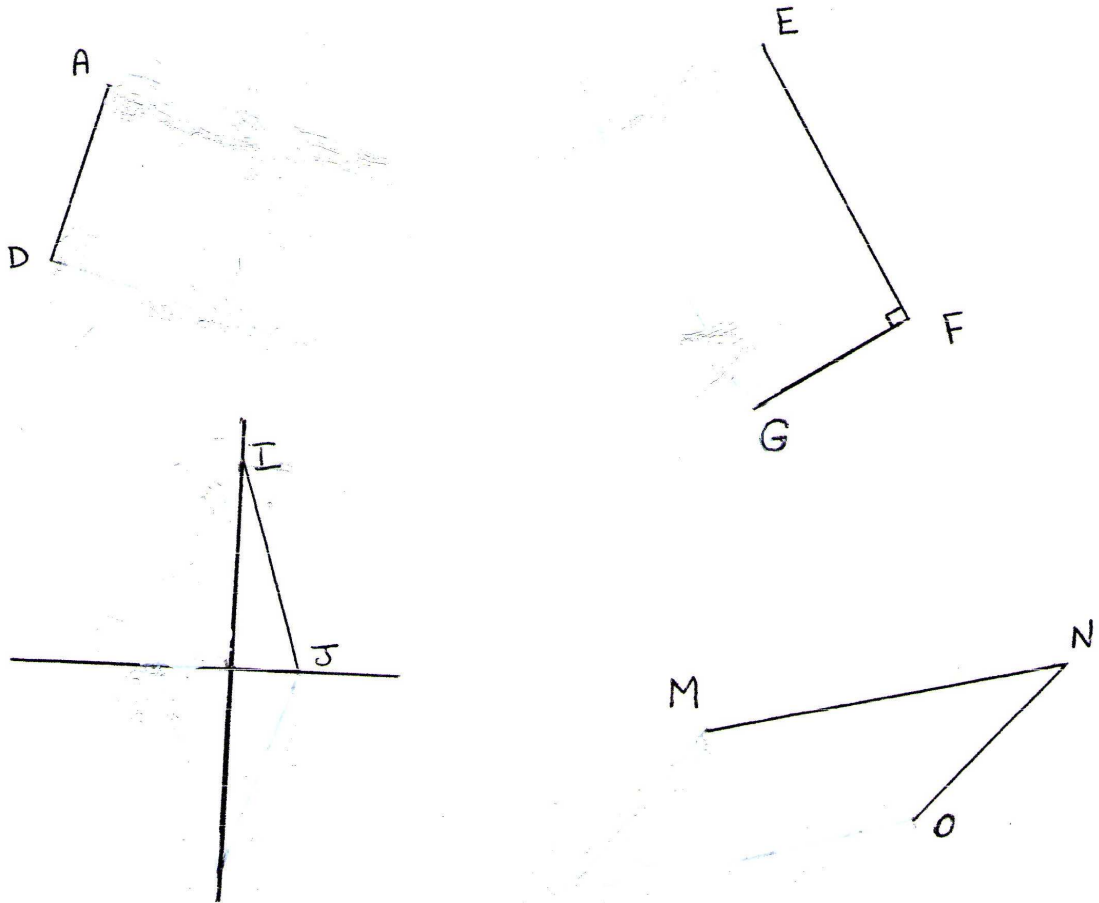
<sup>64</sup> Un problème technique est survenu : 19 minutes se sont écoulées.



### Illustration 9

Enfin, lors de la troisième séance (29 min), chaque binôme est séparé, l'un des deux élèves doit compléter quatre quadrilatères - carré, rectangle, losange, parallélogramme - dans l'environnement papier-crayon (cf illustration 10), tâche notée t2,pc\*.

Construis le carré ABCD, le rectangle EFGH, le losange IJKL, le parallélogramme MNOP :



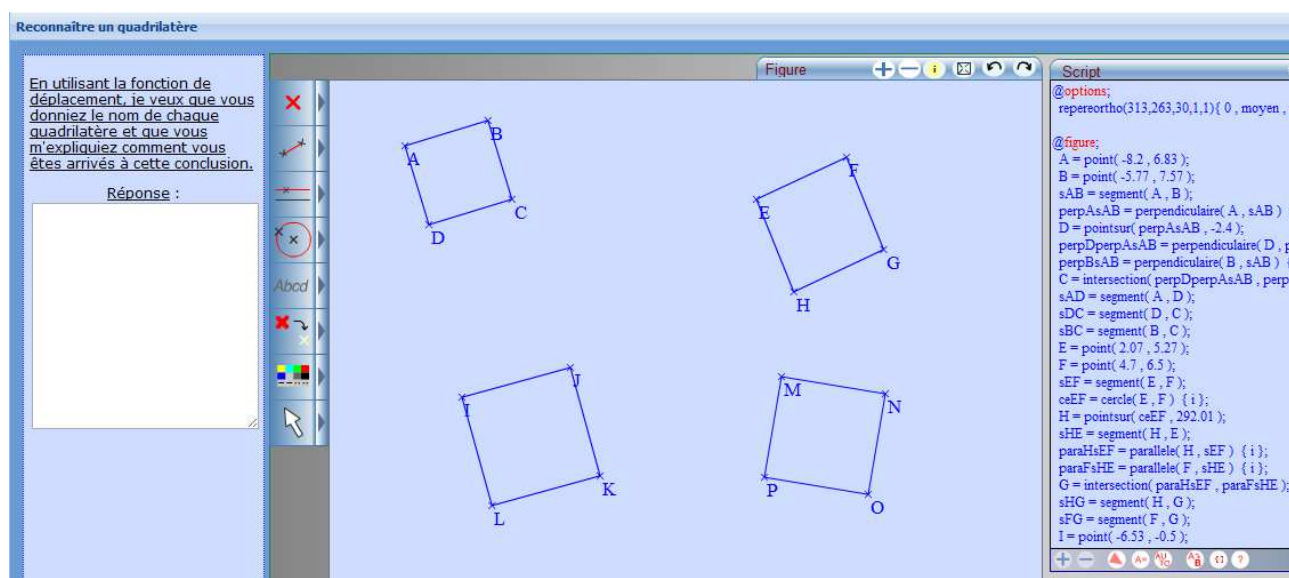
Quels instruments as-tu utilisés pour tracer :

- le carré?
- le rectangle?
- le losange?
- le parallélogramme?

Pendant ce temps, le deuxième construit ces quatre quadrilatères - carré, rectangle, losange, parallélogramme - dans l'environnement tracenpoche, tâche notée t2,tep\*.

### 4.3 - Présentation du déroulement dans la classe de T

Dans la classe de T, la situation a été proposée sous la forme d'une seule séance (110 min.). Lors de la première étape (21 min.), le professeur propose de faire des rappels sur les quadrilatères. Les élèves sont ensuite séparés en deux groupes, la moitié doit tracer une figure dans l'environnement papier-crayon (sans lien avec le travail de l'environnement tracenpoche) pendant que l'autre moitié est répartie en binôme dans la salle des ordinateurs pour effectuer la tâche t4,tep à savoir reconnaître les quadrilatères proposés et de justifier leurs réponses (cf illustration 11). Puis, les rôles sont inversés de sorte que, à la fin de la séance, chaque élève aura travaillé dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche.





#### 4.4 - Tableau synoptique

M	PB	T	Temps approximatif (en min)
Séance 1 : t4,tep (59 min.)	Séance 1 (30 min.) : rappels	Séance 1 (21 min.) : rappels	0-5
			5-10
			10-15
		Séance 1 : t4,tep (89 min.)	15-20
			20-25
			25-30
			30-35
			35-40
			40-45
			45-50
	50-55		
	55-60		
	60-65		
	Séance 2 : t4,tep (35 min.)	Séance 3 : t2,pc* ou t2,tep*	65-70
			70-75
			75-80
			80-85
			85-90
			90-95
			95-100
100-105			
105-110			
FIN (110 min)	110-115		
Séance 2 : t2,6,pc*(19 min.)			
FIN (78 min.)			
	FIN (94 min)		

Nous rappelons les notations utilisées

Types de tâches	Tâches
T2 : Construire une figure	<p>(S3_PB) t2,pc* construire dans l'environnement papier-crayon les quatre quadrilatères déjà commencés - carré, rectangle, losange, parallélogramme - .</p> <p>(S3) t2,6,pc construire dans l'environnement papier-crayon, un rectangle dont la longueur d'un côté est donnée.</p> <p>(S3_PB) t2,tep* construire dans l'environnement tracenpoche les quatre quadrilatères - carré, rectangle, losange, parallélogramme - .</p> <p>(S3_M) t2,6,pc* construire dans l'environnement</p>

	<p>papier-crayon, un rectangle dont la longueur d'un est 5cm et la largeur est 3cm.</p> <p>(S3) t2,7,pc construire dans l'environnement papier-crayon, un losange dont la longueur est fixée.</p>
T3 : reproduire une figure	<p>(S3) t3,8,tep reproduire dans l'environnement tracenpoche, un rectangle dont la longueur d'un côté est donnée.</p> <p>(S3) t3,9,tep reproduire dans l'environnement tracenpoche, un losange dont la longueur des côtés est donnée.</p>
T4 : reconnaître une figure	<p>(S3) t4,tep reconnaître un quadrilatère dans l'environnement tracenpoche</p> <p>(S3) t4,3,tep reconnaître un rectangle dans l'environnement tracenpoche</p> <p>(S3) t4,4,tep reconnaître un losange dans l'environnement tracenpoche</p> <p>(S3) t4,5,tep reconnaître un carré dans l'environnement tracenpoche</p> <p>(S3) t4,6,tep reconnaître un parallélogramme dans l'environnement tracenpoche.</p>

#### 4.5 - Premières analyses à partir du tableau synoptique

Le temps accordé à la tâche de reconnaissance dans l'environnement tracenpoche est très différent d'une classe à l'autre : selon l'organisation de la classe, le professeur prévoit un temps allant de 32 minutes à 89 minutes.

Les tâches de construction prévues initialement dans la situation n'ont guère été mises en place : dans la classe de M, les élèves ont construit un rectangle dont la longueur et la largeur sont fixées (tâche notée t2,6,pc\*) après la tâche de reconnaissance dans l'environnement tracenpoche, dans la classe de PB, la moitié des élèves a complété des quadrilatères déjà commencé dans l'environnement papier-crayon, avec les instruments usuels (tâche notée t2,pc\*) tandis que l'autre moitié a tenté de construire ces quatre quadrilatères dans l'environnement tracenpoche (tâche notée t2,tep\*) sans aide de la part du professeur. Les qualités d'enregistrement ne nous permettent pas d'analyser finement les travaux des élèves. Les rares éléments que nous avons, nous permettent simplement d'affirmer que cette tâche t2,tep\* s'est révélée être inaccessible aux élèves.

Le saut informationnel repéré au cours de notre analyse *a priori* est confirmé, par une absence de mise en œuvre.

Nous allons nous intéresser plus précisément aux déroulements de chacune des trois classes.

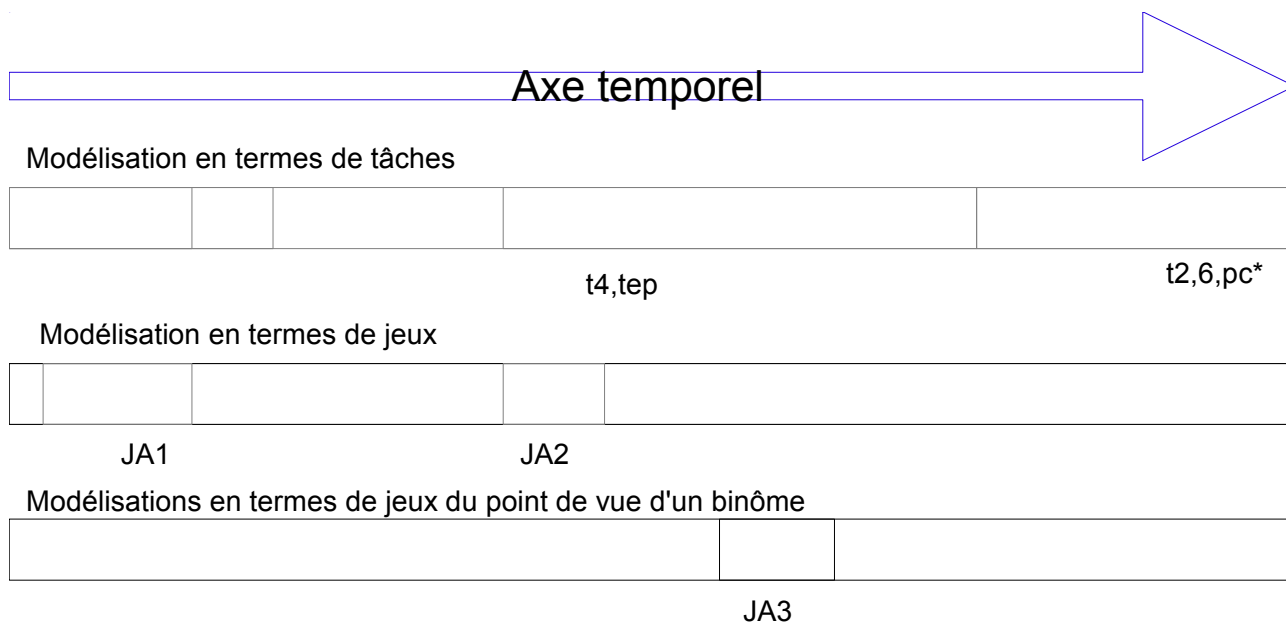
### 5 - Dans la classe de M

#### 5.1 - Une mise en intrigue

Pour introduire la situation 3, le professeur a choisi de travailler d'abord sur les quadrilatères, ce que nous modélisons sous forme d'un premier jeu d'apprentissage noté JA1\_S3\_M, dont l'enjeu est de faire évoquer collectivement des connaissances mathématiques sur les quadrilatères. Puis il fait reconnaître quatre quadrilatères qui ressemblent à des carrés, tâche t4,tep dans notre analyse *a priori*. Dans un premier temps, il donne à voir les limites de la perception, ce que nous modélisons

sous forme d'un deuxième jeu d'apprentissage noté JA2\_S3\_M, dont l'enjeu est de faire mettre en œuvre collectivement le déplacement exploratoire. Puis nous analysons un binôme, dans la tâche de reconnaissance d'un losange, tâche notée t4,4,tep, ce que nous modélisons sous forme d'un troisième jeu d'apprentissage noté JA3\_S3\_M\_A\_Pr dont l'enjeu est de faire mettre en œuvre individuellement le déplacement exploratoire pour faire reconnaître un losange du point de vue d'un binôme, Alex et Prune.

## 5.2 - Représentation synoptique<sup>65</sup>



avec

JA1\_S3\_M (9 min.)

enjeu : faire évoquer collectivement des connaissances mathématiques sur les quadrilatères.

JA2\_S3\_M (6 min.)

enjeu : faire mettre en œuvre collectivement le déplacement exploratoire.

JA3\_S3\_M\_A\_P (7 min.)

enjeu : faire mettre en œuvre individuellement le déplacement exploratoire pour faire reconnaître un losange du point de vue d'un binôme Alex et Prune.

## 5.3 - Jeux d'apprentissage

### 5.3.1 - JA1\_S3\_M (9 min.)

L'enjeu est de faire évoquer collectivement des connaissances mathématiques sur les quadrilatères. Nous découpons en sept étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de répondre aux sollicitations orales du professeur.

Des éléments du milieu : les échanges verbaux portent sur des connaissances mathématiques évoquées. Les élèves ont à faire le lien entre ce qu'ils voient (les quatre « carrés »), ce qu'ils savent des quadrilatères et ce que le professeur demande.

Présentation de ce moment :

Les élèves sont dans la salle informatique. Leurs ordinateurs sont allumés, mais leur écran ne comporte pas d'éléments en lien avec la géométrie. Le professeur a projeté les quatre quadrilatères

<sup>65</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 78 min.).

au tableau avec le TBI pour préparer la suite. Il n'y fait pas référence. Les élèves sont tournés vers le professeur.

## Description

### étape 1 : faire redéfinir le terme quadrilatère

Le professeur explique aux élèves qu'ils vont travailler sur les quadrilatères (tdp 1, min. 02:09, P : « *On va travailler ce matin sur des choses que vous connaissez, parce qu'on a déjà euh, travaillé dessus. Ce sont les quadrilatères* »). Puis il leur demande de les redéfinir (tdp 1, P : « *On peut rappeler ce que c'est, en essayant de donner une définition, euh, un peu précise, c'est-à-dire, courte, mais avec tout ce qu'il faut* »). Le professeur obtient une première définition (tdp 4, min. 2:41, T : « *C'est un polygone à 4 côtés* »).

### étape 2 : faire expliciter les implicites de la définition

Le professeur insiste sur la définition du mot polygone. Il veut des détails. Une élève Amel répond en terme de côtés (tdp 8, A : « *Il a 4 côtés* »). Le professeur reprend l'énoncé de Amel en le modifiant (min. 2:53, tdp 9, P : « *Il a plusieurs côtés* »), en précisant que « *ça ne va pas suffire* ». La nouvelle indication permet la proposition de Prune sur les angles (min. 3:10, tdp 10, Pr : « *Plusieurs angles* »). Mais cette réponse ne satisfait toujours pas le professeur. Il se tourne alors vers un tableau blanc disponible et propose à main levée le dessin d'une ligne fermée (cf illustration 12).

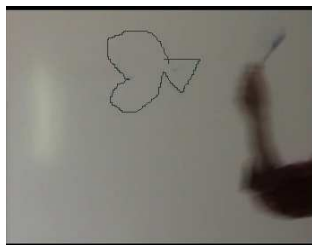


Illustration 12

Il demande aux élèves d'y reconnaître ou non un polygone (tdp 11, P : « *Polygone ?* »). Immédiatement, une élève Chloé propose de définir le polygone avec des difficultés pour exposer son idée (tdp 18, C : « *Tous ses ... si on les trace à la règle* »). Le professeur encourage les élèves dans cette nouvelle voie et reprend l'expression de l'élève (min. 4:06, tdp 23, P : « *Tous ses côtés sont tracés à la règle, donc, on peut dire aussi tous ses côtés sont des ?* ») et un autre élève répond en terme de vocabulaire géométrique (min. 4:12, tdp 24, E « *Segments* »).

### étape 3 : faire citer les quadrilatères particuliers, le carré

Le carré est le premier quadrilatère cité par les élèves (min. 4:29, tdp 26, L : « *Le carré* »). Lorsque le professeur demande les conditions nécessaires pour obtenir un carré, les échanges sont nombreux (tdp 26 à tdp 50). En effet, Loïse définit le carré comme « *Une figure à 4 côtés et qui a 4 angles droits* » (min. 4:43, tdp 30). Puis le professeur l'invite à utiliser les nouveaux mots de vocabulaire (min. 4:59, tdp 33, P : « *Quand tu dis figure à 4 côtés, t'aurais pu prendre un autre mot. C'est un ?* », puis tdp 35, P : « *4 côtés ?* »). Le professeur recentre alors le propos sur les éléments caractéristiques du carré (min. 5:11, tdp 39, P : « *Et ben un quadrilatère, il a 4 côtés, donc il a 4 angles droits. Est-ce que ça suffit pour faire un carré ?* »). Une autre élève, Pauline, précise que « *ses côtés sont des segments* » (min. 5:24, tdp 44). Enfin, un troisième élève, Félix, propose de définir le carré à partir de quatre angles droits et quatre côtés de même longueur (tdp 48, F : « *4 côtés égaux* » puis tdp 50 « *4 angles droits* »).

### étape 4 : faire reconnaître le rectangle à partir de ses caractéristiques

À partir de la proposition erronée de Chloé, le professeur demande de reconnaître un quadrilatère à partir de ses propriétés, à savoir quatre angles droits (min. 5:50, tdp 50, P : « *Si on avait enlevé juste la propriété de Félix "4 côtés égaux", si on n'avait que la propriété "4 angles droit", le quadrilatère a 4 angles droits, on aurait quelle figure ?* »). Un élève, Loïse, fait la confusion entre le triangle

(tdp 52, L : « *Un triangle* ») et le rectangle. La répétition par le professeur du mot triangle (tdp 53, P : « *Un triangle ?* ») conduit l'élève à revenir sur sa proposition et à donner la réponse attendue, « *le rectangle* ».

#### étape 5 : faire citer les quadrilatères particuliers, le losange

Le professeur résume la situation. Deux quadrilatères ont été cités, il en attend d'autres (min. 6:24, tdp 54, P : « *Carré, rectangle, que connaît-on encore ?* »). Un élève propose le losange. Le professeur accepte son idée et demande, comme précédemment, de définir ce nouveau quadrilatère (min. 6:34, tdp 57, P : « *Le losange. Qu'est-ce qu'un losange ?* »). Dès les premières propositions des élèves, les difficultés de vocabulaire se font sentir concernant les côtés opposés, les côtés adjacents, les côtés consécutifs. Finalement, après une longue digression (tdp 65 à 82), le professeur recentre le propos (min. 8:48, tdp 83, P : « *Qu'est-ce qu'ils ont les côtés opposés dans le losange ?* »). Mais les différentes réponses obtenues ne sont pas celles attendues. Il repose la même question un peu plus tard (min. 9:17, tdp 93, P : « *Qu'est-ce qu'ils ont les côtés opposés ?* ») pour obtenir enfin que les côtés opposés du losange sont parallèles (tdp 94, S : « *Ils sont parallèles* »). En effet, les réponses intermédiaires reposaient sur l'égalité des longueurs des côtés opposés (min. 8:49, tdp 84, G : « *Ils [les côtés opposés du losange] sont égaux* »), puis sur l'égalité des longueurs des quatre côtés (min. 9:10, tdp 90, Y : « *Les quatre côtés sont égaux* »). Et avant d'obtenir cette évolution dans le discours des élèves, le professeur évoque l'image du losange (min. 8:56, tdp 85, P : « *Je voudrais bien que vous visualisiez un losange* »).

#### étape 6: faire citer les quadrilatères particuliers, le parallélogramme

Le professeur récapitule les quadrilatères cités, en reprenant l'ordre d'apparition : carré, rectangle, losange (min. 9:35, tdp 95, P : « *carré, rectangle, losange* »). Le quatrième quadrilatère particulier, le parallélogramme, est proposé par un élève, Noah. Le professeur demande de citer ses propriétés caractéristiques (min. 9:39, tdp 97, P : « *Qu'est-ce que c'est ?* »). Il attire l'attention des élèves sur une caractéristique évoquée pour le losange, à savoir les côtés opposés parallèles (tdp 99, P : « *Les côtés opposés sont parallèles. Ben, c'est un losange ?* »). Mais Noah explique la confusion potentielle entre le losange et le parallélogramme. Un losange a ses côtés de même longueur, ce que n'a pas un parallélogramme (min. 9:51, tdp 100, N : « *Non, parce que tous ses côtés n'ont pas forcément la même taille* »). Le professeur confirme cette assertion (tdp 101, P : « *Non, parce que tous ses côtés n'ont pas forcément la même taille* ») et conclut sur la définition du parallélogramme (min. 9:57, tdp 101, P : « *Donc côtés opposés parallèles et rien que ça, ça donne parallélogramme* »).

#### étape 7 : retour sur les inclusions des familles de quadrilatères

Le professeur part d'un quadrilatère initial, le parallélogramme puis il ajoute des propriétés successives au quadrilatère initial par l'intermédiaire d'une fée (min. 10:02, tdp 101, P : « *C'est l'histoire de la fée qui se penche sur le berceau, le petit quadrilatère, qui lui dit, tiens, toi, petit parallélogramme, je te jette un nouveau sort, tu auras 4 côtés égaux. Comment t'appelles-tu ?* »). Le parallélogramme devient un losange (tdp 106, H : « *Losange* »), qui devient à son tour un carré par l'ajout de quatre angles droits (tdp 110, Q : « *Carré* »).

## **Analyse**

Au cours de ce premier jeu d'apprentissage, le professeur convoque des connaissances anciennes, déjà rencontrées (« *des choses que vous connaissez* »). Pour ce faire, il ne s'appuie pas sur l'affichage sur le TBI, bien que les quadrilatères soient vidéoprojetés. C'est par le discours qu'il précise ce dont il va être question (« *Ce sont les quadrilatères* »). Ainsi, le professeur définit le jeu, l'objet d'étude est le quadrilatère (min. 2, P : « *Quadrilatère, on peut rappeler ce que c'est ?* »). Le professeur fait appel à la mémoire didactique de la classe (P : « *On va travailler ce matin sur des choses que vous connaissez, parce qu'on a déjà, euh, travaillé dessus* »). Le professeur s'attend à des réponses de la part des élèves, puisqu'ils en ont déjà parlé. Les élèves, quant à eux, lèvent le doigt pour faire des propositions. Ils ne font pas d'allusion à ce qui est affiché au tableau. La

première réponse proposée (T : « *C'est un polygone à 4 côtés* ») est la réponse à laquelle nous pourrions nous attendre. Du point de vue des connaissances mathématiques, définir un quadrilatère comme un polygone à quatre côtés est suffisant. Mais ici, le professeur attend une explicitation. Il essaie d'abord de s'appuyer sur les propos de l'élève pour obtenir le mot « segment ». Comme il n'y parvient pas, il modifie les conditions du jeu. Il montre ce que la définition « polygone » ne comprend pas en traçant une ligne fermée, qui n'est pas un polygone. Cette indication fait signe et une proposition d'élève intervient immédiatement après le dessin à main levée du professeur. La proposition de l'élève fait d'abord référence à l'instrument de dessin qui sert à tracer, à savoir « *la règle* ». Le professeur s'appuie sur cette idée et la reprend à son compte (P : « *Tous ses côtés sont tracés à la règle* »). Ce qui est donc premier chez l'élève à ce moment, ce sont les effets de l'action menée avec un instrument de tracé. Le professeur cherche une expression synonyme (P : « *Donc, on peut dire aussi tous ses côtés sont des ?* »). Pourtant la règle et le segment ne sont pas au même niveau. En effet, la règle est l'instrument qui permet de tracer dans l'environnement papier-crayon. Par contre, le « *segment* », réponse que l'élève propose pour compléter la phrase de l'enseignant, est du registre des mathématiques. Le segment est un objet géométrique qui permet de travailler sur la figure : ce n'est plus le trait que l'on peut tracer avec la règle.

À travers son discours, les précisions que demandent le professeur conduisent les élèves à revenir dans l'ancien contrat du vocabulaire (quadrilatère, côté, segment). Ils donnent la réponse qu'ils pensent convenir, au moment de travailler avec le carré. Le professeur est donc amené à résumer les échanges pour placer les élèves dans le contrat attendu (tdp 46, P : « *C'est un quadrilatère, donc, segment, figure plane, on est d'accord. Mais ça ne suffit pas pour faire un carré* »).

Le professeur prend appui sur la proposition de L (tdp 30, L : « *Une figure à 4 côtés et qui a 4 angles droits* ») pour modifier provisoirement la définition du jeu. Il ne s'agit plus pour les élèves de citer les quadrilatères tel qu'ils l'ont fait avec le carré (tdp 25, P : « *Quel polygone particulier connaît-on ?* »), mais il s'agit de retrouver la quadrilatère à partir de ses éléments caractéristiques (tdp 50, P : « *Si on avait enlevé juste la propriété de Félix "4 côtés égaux", si on n'avait que la propriété "4 angles droit", le quadrilatère a 4 angles droits, on aurait quelle figure ?* »).

Dans l'analyse *a priori*, nous avons envisagé la possibilité de travailler sur l'inclusion des familles de quadrilatères. Ici, plus spécifiquement, le carré est un cas particulier de rectangle, dans la mesure où il a 4 angles droits. Dans cette classe, le professeur définit le rectangle comme un quadrilatère qui n'a que la propriété « 4 angles droits », sans la propriété « 4 côtés égaux ». Cette manière de définir le rectangle ne fait pas considérer le carré comme un cas particulier de rectangle. Le professeur régule la séance en prenant appui uniquement sur le discours. Il essaie d'aménager une référence commune, en prenant appui sur la représentation personnelle que peuvent en avoir les élèves (tdp 85, P : « *Je voudrais bien que vous visualisiez un losange* »). Comme nous l'avons déjà repéré, le défaut de connaissance du vocabulaire géométrique retarde le temps didactique. Le professeur fait donc le choix de prendre le temps nécessaire pour l'emploi correct du vocabulaire et recentre régulièrement son propos sur les finalités du jeu, à savoir évoquer les quadrilatères particuliers et leurs propriétés. Le professeur modifie une nouvelle fois le jeu. La définition proposée par Noah (tdp 98, N : « *Tous ses côtés opposés sont parallèles* ») est celle qui est attendue. Le jeu aurait pu s'arrêter là. Mais le professeur se place en tant qu'élève qui commet une erreur (tdp 99, P : « *Les côtés opposés sont parallèles. Ben, c'est un losange ?* »), opposant le losange au parallélogramme. Noah se prend au jeu et contredit le professeur ( tdp 100, N : « *Non, parce que tous ses côtés n'ont pas forcément la même taille* »). L'échange des topos permet au professeur de poursuivre par une courte phrase d'institutionnalisation (tdp 101, P : « *Donc côtés opposés parallèles et rien que ça, ça donne parallélogramme* »). Comme nous l'avons exposé précédemment, cette définition du parallélogramme ne fait pas considérer les autres quadrilatères particuliers comme des parallélogrammes. Pourtant, le professeur parvient à retourner la situation. La dernière phase, phase d'institutionnalisation, conduit à voir les quadrilatères dans des familles de quadrilatères distinctes. Une série d'inclusion des familles est proposée : {parallélogrammes} ➤

{losanges}  $\supset$  {carrés}. Nous notons l'appel à un monde magique pour illustrer des connaissances mathématiques, qui ne perturbe pas les élèves : ceux-ci répondent volontiers aux demandes successives du professeur.

### 5.3.2 - JA2\_S3\_M (6 min.)

L'enjeu est de faire mettre en œuvre collectivement le déplacement exploratoire. Nous découpons en quatre étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : Les élèves commencent à avoir l'habitude de construire des figures dans l'environnement tracenpoche.

Des éléments du milieu : les quadrilatères sont déjà tracés et ils ressemblent à des carrés. Il faut découvrir s'ils le sont réellement.

Présentation de ce moment :

Les élèves sont dans la salle informatique. Les quatre quadrilatères sont vidéoprojetés au tableau avec le TBI et les écrans des élèves ont maintenant les quatre quadrilatères (cf illustration 13).

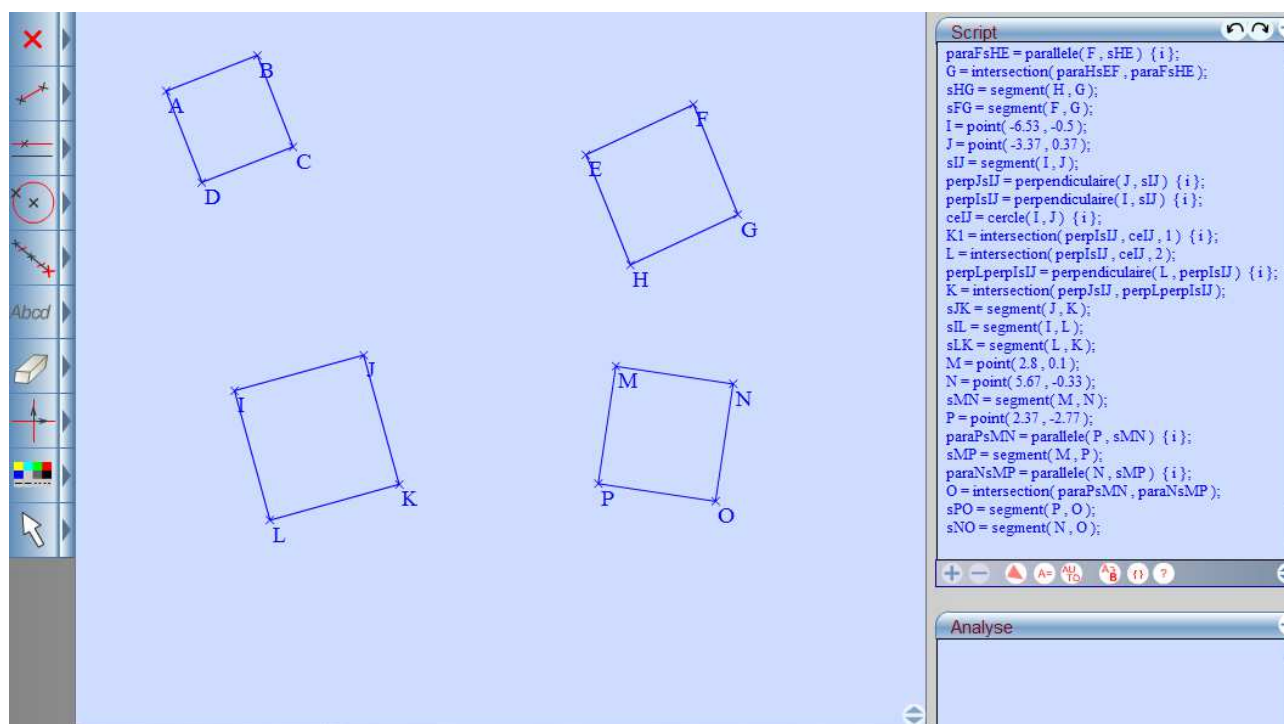


Illustration 13

## Description

### étape 1 : voir des carrés

Le professeur demande aux élèves de décrire ce qu'ils voient (min. 30:38, tdp 115, P : « *Qu'est ce qu'on a à l'écran ?* »). Un élève affirme que ce sont « *des carrés* ».

### étape 2 : remise en cause de la perception

Le professeur s'appuie sur les propos de deux élèves (min. 30:55, tdp122, C : « *Il a des segments à peu près de même taille* » et tdp 125, M : « *Ce sont des impressions, peut-être que ce n'est pas des angles droits* ») pour amener les élèves à vérifier si ce sont des carrés (tdp 129, P : « *Matéo a dit, oui, mais c'est peut-être des impressions. Alors on va vérifier* »).

### étape 3 : le déplacement pour voir

Le professeur restreint l'étude à la première construction, le quadrilatère ABCD. Le professeur reprend les propos de Matéo (min. 31:05, tdp 124, M : « *Les angles droits, c'est des impressions* ») pour présenter la perception comme insuffisante (min. 31:40, tdp 129, P : « *Alors, Matéo nous a dit* »).



*quelque chose, il a dit oui, mais c'est peut-être seulement une impression que ce sont des carrés »).* Il invite donc les élèves à confirmer ou non les impressions en rappelant que la construction est proposée dans l'environnement tracenpoche (min. 31:58, tdp 129, P : « *Qu'est-ce qu'on pourrait faire, les enfants, pour vérifier que c'est un carré ? On est sur tracenpoche, vous connaissez maintenant tracenpoche, il y a des choses qui sont possibles, qui ne le sont pas sur papier »*). Les élèves font différentes propositions pour vérifier si c'est un carré, à partir de connaissances instrumentales, telles que les flèches de retour (tdp 132, M : « *J'utiliserais les petites flèches »*), la fonction cacher-montrer (tdp 148, F : « *Tu vas sur la petite voix »*), la reconstruction pour superposer (tdp 152, E : « *T'essayes de refaire la figure en carré »*). Le professeur les exclut toutes, les unes après les autres. Il attend une autre proposition. Il leur fournit donc une indication. Il leur propose d'imaginer qu'ils ont fait eux-mêmes la construction et qu'ils veulent la valider. Cette indication conduit un élève à proposer le déplacement (min. 33:59, tdp 154, Y : « *On va bouger pour voir si ça reste à peu près pareil »*).

#### étape 4 : analyse du déplacement

Un élève, Yann, déplace le point A sur le TBI. Le carré devient un rectangle. Le professeur demande d'analyser les effets du déplacement (min. 35:05, tdp 157, P : « *Que se passe-t-il ? »*). La réponse ambiguë d'une élève Lucie est reprise par le professeur pour tenter de lever l'ambiguïté (tdp 158, L : « *C'est pas tellement un carré, parce que...* » suivi de tdp 159, P : « *C'est un carré ou ce n'est pas un carré ? »*). Finalement, Lucie explique que le quadrilatère « *n'est pas un carré parce qu'on peut le déformer »* (tdp 160). Le professeur prend appui sur la déformation obtenue pour obtenir une justification (min. 35:22, tdp 161, P : « *Qu'est-ce qu'il n'a pas comme propriété que devrait avoir un carré si c'en était un ? »*). L'argument porte sur la non-égalité des longueurs (tdp 162, S : « *Tous ses côtés de la même longueur »*). C'est ainsi que le professeur conclut, à la suite du déplacement du point A, que le quadrilatère n'est pas un carré. Puis il invite les élèves à écrire sur une feuille le résultat de leur expérience du déplacement (tdp 165, P : « *Vous écrivez sur votre feuille de classeur, ABCD est un ... je ne sais quoi, peut-être que vous connaissez son nom, sans doute connaissez-vous son nom, mais, c'est un je ne sais quoi, parce que ... Vous expliquez pourquoi »*).

### **Analyse**

Le professeur s'attend à ce que l'élève voit le quadrilatère ABCD comme un carré, c'est-à-dire que l'élève soit dans le contrat du dessin. Le professeur veut amener l'élève à produire des assertions remettant en cause cette perception. L'élève quant à lui prend appui sur ce qu'il voit à l'écran. L'élève interrogé voit les angles droits et de lui-même, il a un doute sur l'égalité de longueur (tdp 122, C : « *Les segments sont à peu près de la même taille »*). Le professeur confirme et étend le propos aux angles droits (tdp 123, P : « *Les segments ont à peu près la même taille. On a l'impression qu'ils ont des angles droits »*). Le professeur reprend naturellement les propos de l'élève pour pouvoir remettre en cause le contrat de la perception.

La reconnaissance perceptive des objets géométriques fait partie des habitudes de la classe. Un des enjeux de la géométrie au cycle 3 est de modifier ce contrat de la perception. Les instruments de géométrie permettent de vérifier les propriétés des constructions. Dans le cas présent, dans l'environnement tracenpoche, ils n'ont pas leur place. Les carrés ressemblent à des carrés et les vérifications par les instruments sont impossibles. Le professeur pointe cette difficulté (tdp 129, P : « *On est sur tracenpoche, ..., il y a des choses qui sont possibles, qui ne le sont pas sur papier »*). Comme il n'obtient pas la réponse attendue, sans dévoiler toutefois la stratégie, il modifie symboliquement le milieu, le quadrilatère présenté n'est plus le quadrilatère construit par un concepteur extérieur, mais il demande à l'élève d'imaginer que c'est le quadrilatère qu'il aurait pu construire. Il place ainsi l'élève dans le contrat de la géométrie dynamique. Effectivement, un élève propose alors de déplacer, ce que le professeur n'avait pas pu obtenir avant. Autrement dit, le professeur présente le déplacement exploratoire comme le déplacement pour valider, comme si l'auteur de la construction était aussi celui qui déplace. Pourtant, une différence est essentielle. Dans



le cas du déplacement pour valider, l'auteur de la construction et du déplacement sait ce qu'il attend. Par contre, dans le cas du déplacement exploratoire, l'auteur du déplacement ne sait pas ce qu'il attend. Il doit d'abord chercher une propriété qui est conservée au cours du déplacement. Nous notons que les élèves déplacent les points déplaçables pour rechercher cette propriété sans difficulté.

À travers le discours, le professeur montre aux élèves ce que le quadrilatère n'a pas pour être un carré. C'est également ce type d'arguments qu'il a développés dans l'environnement papier-crayon, comme nous l'avons mis en évidence précédemment. Ainsi, au cours du déplacement du point A, le professeur obtient des élèves que le quadrilatère ABCD n'est plus un carré. Pourtant, ce que le professeur attend, c'est la nature du quadrilatère (tdp 165, P : « *Vous écrivez sur votre feuille de classeur, ABCD est un ... je ne sais quoi, peut-être que vous connaissez son nom, sans doute connaissez-vous son nom, mais, c'est un je ne sais quoi...* »). Par contre, la justification attendue n'est pas précisée. Il a mis ainsi en évidence le rôle du déplacement pour déterminer la famille du quadrilatère, ici un rectangle. Mais le nom de cette famille n'a pas été rendue publique. Les propriétés conservées au cours du déplacement n'ont pas été explicitées, ici quatre angles droits. La question qui se pose alors est de savoir comment les élèves peuvent justifier le fait que le quadrilatère ABCD est un rectangle. Nous pouvons penser qu'ils pourraient prendre comme référence ce qui a été élaboré en classe (ce n'est pas un carré car ses côtés ne sont pas de la même longueur) ou alors leurs connaissances des quadrilatères (c'est un rectangle car il a quatre angles droits). *A posteriori*, l'examen des feuilles des élèves montre que la plupart des phrases proposées sont affirmatives (103 réponses affirmatives sur les 114 proposées par les élèves). Une étude des productions des élèves permet de dire que les phrases négatives sont placées lors de l'étude du losange (7/29 réponses) et du parallélogramme (4/27 réponses). Elles ne sont pas du tout présentes pour le rectangle. Nous savons par ailleurs que le rectangle est un des quadrilatères les mieux connus des élèves.

### 5.3.3 - JA3\_S3\_M\_A\_Pr (7 min.)

L'enjeu est de faire mettre en œuvre individuellement le déplacement exploratoire pour faire reconnaître un losange du point de vue d'un binôme Alex et Prune. Nous découpons en cinq étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves viennent de rencontrer le nouveau déplacement, en le présentant comme le déplacement pour valider. Ils ont vu que le quadrilatère ABCD ne reste pas un carré.

Des éléments du milieu : le quadrilatère EFGH ressemble à un carré. Les élèves peuvent en déduire que ce n'est pas forcément le cas, puisque ABCD n'en est pas un. Mais ils n'ont pas d'éléments pour déterminer sa nature, si ce n'est par le déplacement exploratoire qu'ils viennent de découvrir collectivement.

Présentation de ce moment :

Les deux élèves Alex et Prune sont sur le même ordinateur. Les quatre quadrilatères sont sur leur écran. Le professeur a présenté aux élèves la manière de faire pour le quadrilatère ABCD.

Les time code et les tours de parole sont indépendants de ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : étude du quadrilatère EFGH

Le professeur demande aux élèves de poursuivre avec le quadrilatère EFGH (min. 14:01, tdp 1, P : « *...On va travailler maintenant sur le suivant, EFGH* ») puis les autres quadrilatères (min. 14:50, tdp 8, P : « *Vous faites, pour les trois quadrilatères suivants, vous faites exactement le même travail que celui qu'on vient de faire sur le premier* »). Les élèves ont à déplacer les points (tdp 190, P : « *On manipule, on observe, on vérifie* ») pour vérifier si les quadrilatères sont effectivement des

carrés. Si ce n'est pas le cas, ils ont à le nommer et à justifier leurs réponses sur une feuille (tdp 190, P : « *Puis, sur la feuille EFGH est un ... car ...* »). L'attention des élèves est orientée vers le quadrilatère EFGH<sup>66</sup>.

#### étape 2 : un losange ?

Prune reconnaît d'emblée un losange (min. 14:20, tdp 5, Pr : « *C'est un losange, ça c'est sûr* ») (cf illustration 14). Puis ils<sup>67</sup> déplacent le point F (min. 15:03, tdp 10, Pr : « *C'est un losange* ») (cf illustration 15). Alex émet une objection (min. 15:05, tdp 11, A : « *Ça ressemble* »). Ils déplacent le point E (cf illustration 16). Prune conclut alors (min. 15:26, tdp 15, Pr : « *Donc c'est un losange* »).

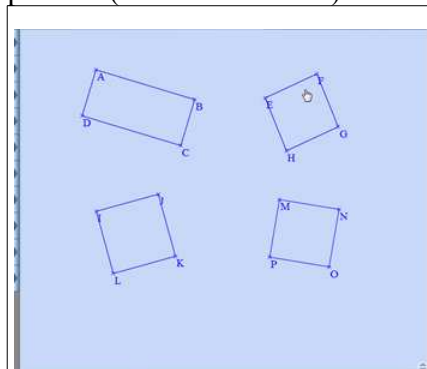


Illustration 14

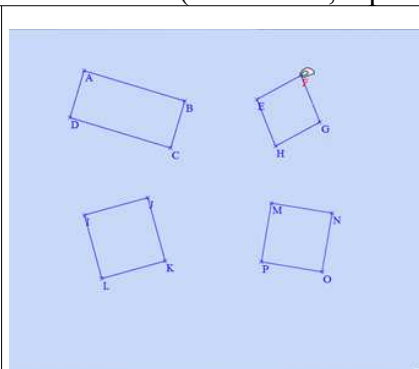


Illustration 15

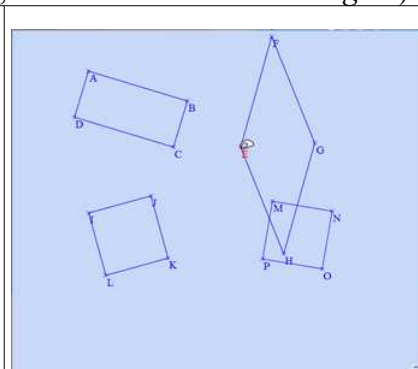


Illustration 16

#### étape 3 : un parallélogramme ?

Ils continuent à déplacer le point E. Prune insiste (min. 16:06, tdp 24, Pr : « *En plus, c'est un losange* »). Alex la contredit alors en reconnaissant un parallélogramme (min. 16:11, tdp 25, A : « *Eh, non, là, ça fait un parallélogramme* »). Prune essaie de chercher un argument concernant les diagonales (min. 16:24, tdp 29, Pr : « *Oui ... mais le parallélogramme, je crois ah, ben, mais ses diagonales, elles se croisent pas à angle droit. Le parallélogramme, ses diagonales elles se coupent en angle droit* ») (cf illustration 17). Ils déplacent le point H. Alex déclare de nouveau que la quadrilatère présenté est un parallélogramme (min. 16:28, tdp 30, A : « *Là, c'est un parallélogramme* ») (cf illustration 18). Prune réfute l'assertion d'Alex en reprenant l'argument des diagonales (tdp 31, Pr : « *C'est un parallélogramme ? Mais ses diagonales, elles se croisent pas en angle droit* ») (cf illustration 19).

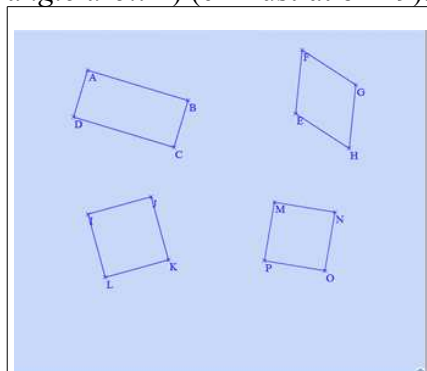


Illustration 17

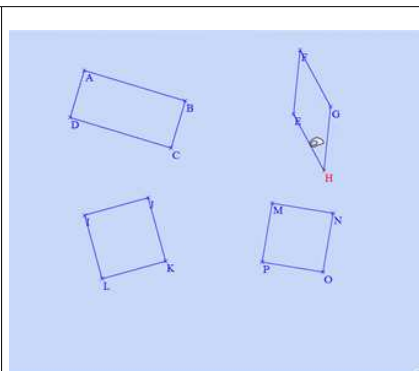


Illustration 18

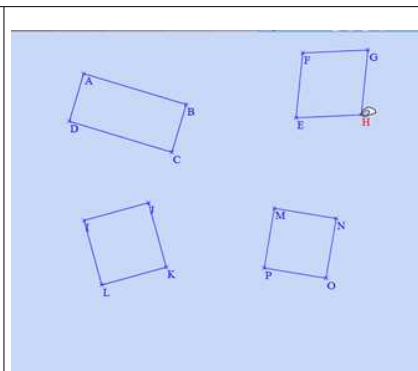


Illustration 19

#### étape 4 : tracer les diagonales ?

Prune cherche à convaincre Alex que le quadrilatère EFGH est un losange (min. 17:07, tdp 37, Pr : « *Mais là, c'est un losange* ») (cf illustration 20). Elle développe son idée concernant les diagonales du quadrilatère, elle montre donc à l'écran les propriétés des diagonales du quadrilatère (min. 17:09, tdp 39 : « *Alors que là, regarde, tu vois bien qu'il y a un axe de symétrie* ») (cf illustration 21). Alex veut tracer les diagonales (min. 17:30, tdp 40 : « *Attends, on fait un axe de* »).

<sup>66</sup> Notre attention au cours de cette analyse se porte exclusivement sur le quadrilatère EFGH.

<sup>67</sup> Nous ne savons pas qui a la souris. Nous faisons le choix d'utiliser ce pluriel, ils, qui représente A et Pr.

symétrie pour voir »). Mais Prune s'y oppose (tdp 41, Pr : « *Mais il a dit de faire comme ça* »), elle rappelle qu'il faut déplacer et voir, et qu'il n'est pas demandé de tracer (cf illustration 22).

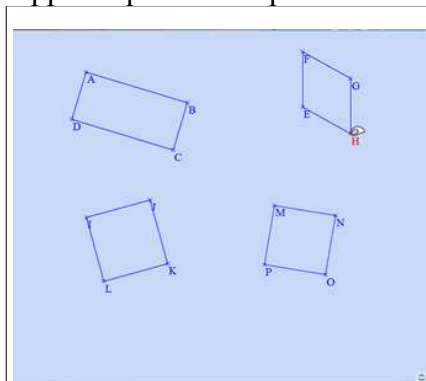


Illustration 20

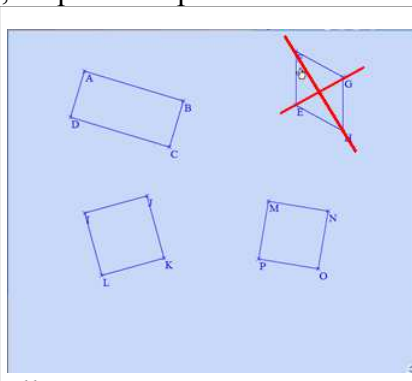


Illustration 21

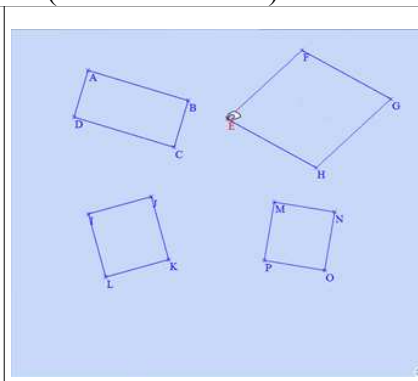


Illustration 22

#### étape 5 : axes de symétrie

La discussion porte désormais sur les axes de symétrie. Prune explique que le quadrilatère EFGH est un losange parce que ses diagonales sont des axes de symétrie (min. 18:48, tdp 56, Pr : « *Moi, je dis que c'est un losange, parce que le parallélogramme, il a pas d'axe de symétrie* ») (cf illustration 23). Alex la contredit encore une fois. Il cherche donc une position de points pour laquelle le quadrilatère ne présente pas d'axe de symétrie (min. 19:00, tdp 58, A : « *Eh, là, tu vas voir, il va pas y en avoir* ») (cf illustration 24). Ils déplacent différents points H, E puis F. À chaque fois, Prune lui fait remarquer qu'il y a des angles droits (ou des axes de symétrie) (tdp 60, Pr : « *Il y en a, il y en a* », tdp 61, Pr : « *Il y en a toujours. Il y en a toujours* ») (cf illustration 25). Alex pense obtenir un quadrilatère qui n'a pas d'axe de symétrie (ou pas d'angle droit), tandis que Prune continue, imperturbablement de signaler leur présence. Alex reconnaît implicitement la présence des axes de symétrie puisqu'il continue de déplacer les points dans l'espoir d'obtenir un nouveau quadrilatère qui n'en a pas. Finalement, Prune conclut que c'est un losange (min. 19:23, tdp 67, Pr « *Bon, c'est un losange* »), Alex cède (min. 19:38, tdp 68, A : « *Mais attends, il faut travailler ensemble. Tu marques quoi ?* »).

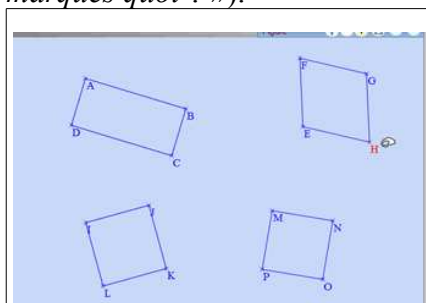


Illustration 23

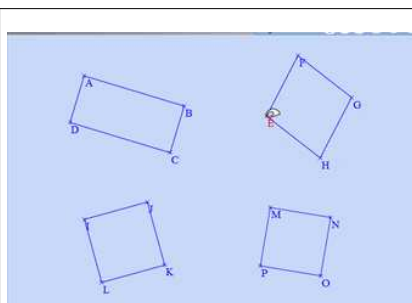


Illustration 24

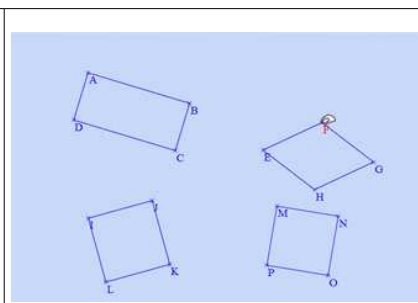


Illustration 25

### Analyse

Le jeu semble avoir été clairement défini. À l'écran, des quadrilatères sont tracés. Ils ressemblent à des carrés. La tâche consiste à reconnaître le quadrilatère EFGH. Une technique nouvelle, à savoir le déplacement des points, a été rendue publique sur le premier quadrilatère ABCD, mettant ainsi en évidence le fait que le quadrilatère ABCD n'est pas un carré. Mais cette définition du jeu est incomplète, car le gain au jeu suppose, certes de dire que le quadrilatère n'est pas un carré, mais de nommer le quadrilatère et d'en expliciter les raisons. Dans le cas présent, l'enjeu est de reconnaître le quadrilatère EFGH comme un losange, puisque, quel que soit le déplacement des points, les quatre côtés sont reconnus perceptivement de la même longueur.

Nous pouvons noter que les deux élèves n'accordent pas le même sens au déplacement exploratoire.

Prune<sup>68</sup> déplace successivement les points pour confirmer sa conjecture (tdp 5, Pr : « *C'est un losange, ça c'est sûr* »), à savoir, quelles que soient les positions des points le quadrilatère EFGH est un losange. C'est précisément ce déplacement qui est attendu. Par contre, Alex déplace le point H, de sorte qu'à l'écran, à un endroit précis, le quadrilatère EFGH ressemble à un parallélogramme. C'est ce que nous avons noté le déplacement pour ajuster<sup>69</sup> (Restrepo, 2008).

Par ailleurs, la méfiance d'Alex sur ce qui se passe à l'écran est exactement celle qu'on leur a demandé d'avoir (« *Ça ressemble* »). Mais dans la controverse, il l'oublie. Il cherche à montrer à Prune un quadrilatère, qui dans une situation particulière, est un parallélogramme.

Au cours de ces échanges, l'évolution des arguments est intéressante. Prune voit un losange, Alex voit un parallélogramme. Le déplacement des points est au départ le seul argument : pour Prune, cela lui permet de confirmer son idée première, pour Alex, cela doit lui permettre d'atteindre un parallélogramme. Puis comme ils n'arrivent pas à se mettre d'accord, Prune évoque des propriétés sur les diagonales (tdp 31, Pr : « *Ses diagonales (celle du parallélogramme), elles ne se croisent pas en angle droit* »). Alex accepte l'idée de travailler avec les diagonales. Mais l'évocation ne lui suffit pas, il veut les tracer. Prune refuse : le professeur n'a pas demandé de construire. Cependant, nous notons qu'elle déplace la souris pour les montrer (cf illustration 21). Le déplacement exploratoire a alors pour objet l'étude des diagonales virtuelles. À chaque fois qu'un point est déplacé, Prune précise qu'il y a des angles droits. En parcourant les possibles, le quadrilatère obtenu à chaque déplacement a ses diagonales qui sont des axes de symétrie. Prune montre ainsi à Alex que le quadrilatère, au cours du déplacement, conserve ses deux axes de symétrie. Alex contredit les arguments de cette démonstration (tdp 25 à 71), puis les accepte enfin. Les deux élèves conclurent finalement par la même réponse sur la feuille « *EFGH est un losange car tous ses côtés sont égaux, il a 2 axes de symétrie, ses diagonales se croisent en angles droits* » (cf illustration 26, production de Prune, illustration 27, production d'Alex). Nous notons que, dans les échanges, les élèves n'ont jamais fait allusion aux égalités de longueur des côtés. Il s'agit probablement d'un effet de contrat, à savoir dès qu'on parle du losange, on parle des côtés de même longueur. Les arguments développés par Prune sont restitués partiellement à l'écrit. Elle a montré les diagonales comme axes de symétrie et elle écrit que le quadrilatère a deux axes de symétrie, sans préciser que c'était ses diagonales.

Nous voyons ici les limites des connaissances mathématiques des élèves concernant l'inclusion des familles de quadrilatères. EFGH est effectivement un parallélogramme en tant que quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles. Ainsi, Alex a raison de voir un parallélogramme. EFGH est également un losange en tant que quadrilatère ayant ses quatre côtés de même longueur. Prune a donc raison de voir un losange. Pourtant, l'argument qu'elle choisit ne permet pas de conclure de manière judicieuse. En effet, Prune propose un argument concernant les diagonales du quadrilatère qui sont des axes de symétrie perpendiculaires. D'un point de vue mathématique, un quadrilatère qui a de telles diagonales, est un losange et par conséquent, c'est un parallélogramme. Mais Prune n'y voit qu'un losange, excluant ainsi la proposition du parallélogramme (pour elle, les diagonales du parallélogramme ne peuvent pas être perpendiculaires).

---

68 Nous ne savons pas qui a la souris. Nous pensons qu'en fonction de leur recherche, Alex ou Prune prennent la souris à tour de rôle.

69 Déplacement pour ajuster : au cours de la construction d'une figure, le déplacement pour ajuster est mis en œuvre lorsque les connaissances mathématiques sont insuffisantes pour proposer une construction robuste. Ici, il ne s'agit pas d'une tâche de construction. Mais le déplacement est utilisé pour obtenir une figure particulière.



Prone

ABCO

~~A, B, C, D~~ est un rectangle parce qu'il n'a pas tous ses côtés égaux et qu'il a 4 angles droits

EFGH est un losange car tous ses côtés sont égaux et, il a 2 axes de symétrie, ses diagonales se croisent en angles droits.

IJKL est un carré car tous ses côtés sont égaux, il a 4 angles droits, 4 axes de symétrie.

MNOP est un parallélogramme car tous ses côtés opposés sont parallèles.

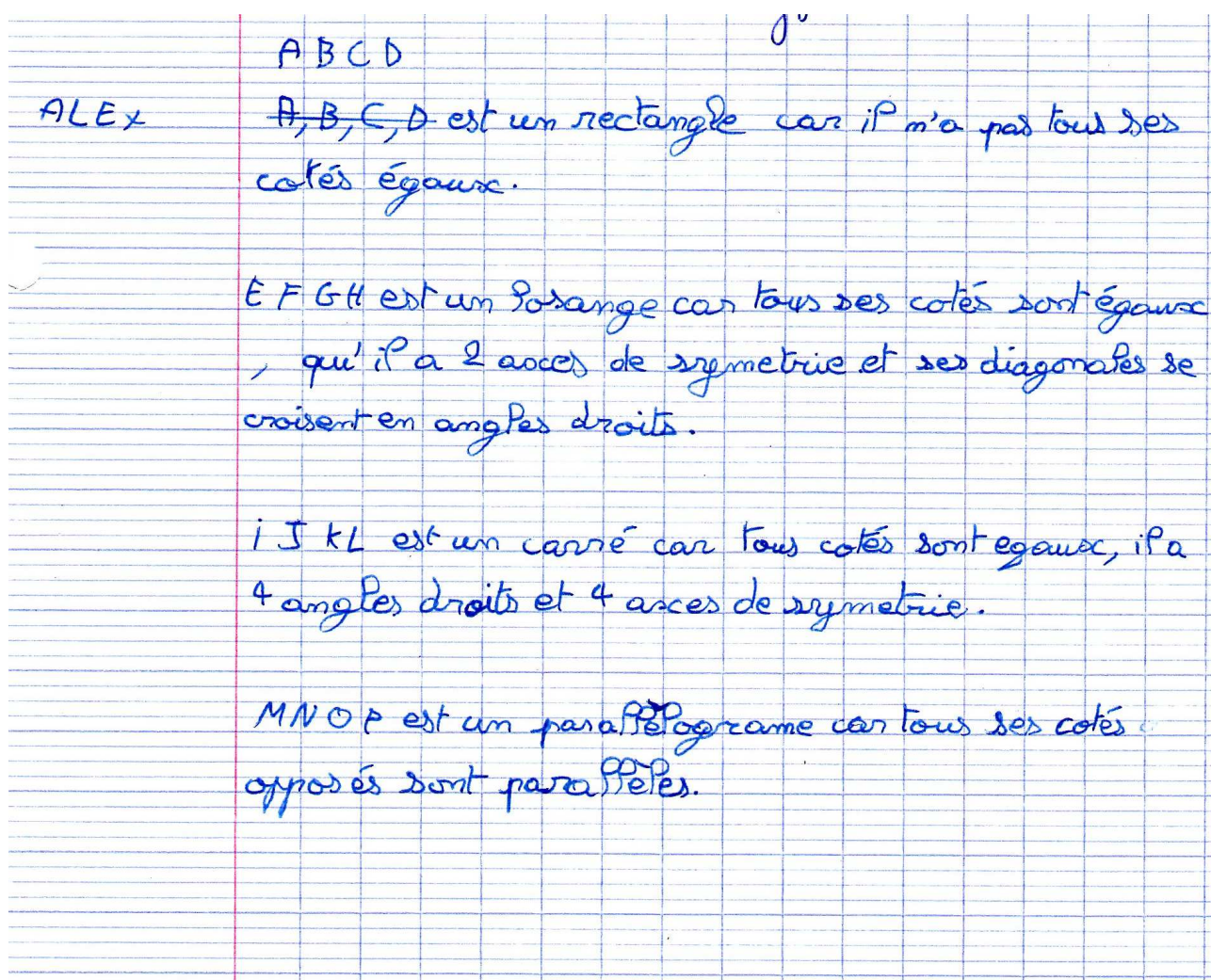


Illustration 27

## 5.4 - Conclusion par rapport à cette classe

### 5.4.1 - Rappel de la chronologie

Le professeur a choisi d'organiser la situation sur deux séances. Nous nous sommes particulièrement intéressés à la manière dont le professeur présente les différents quadrilatères (JA1\_S3\_M) et donne à voir le déplacement exploratoire (JA2\_S3\_M). Puis nous avons analysé le point de vue de deux élèves (JA3\_S3\_M\_A\_Pr).

### 5.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### 5.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche

Dans cette classe, la règle définitoire du déplacement pour voir que ce qui est à l'écran n'est pas un carré a été expérimenté collectivement sur le premier quadrilatère. Bien que cette technique soit

nouvelle, elle semble être partagée par les élèves, que ce soit dans la classe dans les moments collectifs ou que ce soit avec les élèves du binôme observé. Si les élèves ont l'habitude de vérifier leurs conjectures à l'aide des instruments (technique ancienne), cette technique du déplacement exploratoire donne à voir l'ensemble des dessins ayant la même propriété. Autrement dit, l'élève est amené à travailler avec la « figure » en tant qu'ensemble de dessins. Cette nouvelle technique ne remet pas en question la technique ancienne.

Le professeur présente les quatre quadrilatères : ce sont des « dessins ». Il revient donc au professeur de faire partager aux élèves l'insuffisance de la seule perception pour décider de la nature d'un quadrilatère. Le propos du premier élève interrogé est ambivalent, d'une part il reconnaît les angles droits (tdp 122, C : « *Ils ont des angles droits* »), d'autre part il émet une certaine incertitude sur les longueurs (« *On dirait qu'il a des segments à peu près de même taille* »). Le professeur va donc amener les élèves à cette évolution pour arriver au déplacement exploratoire (tdp 154, Y : « *On va bouger puis voir si ça reste pareil* »). C'est ainsi que le « dessin » du carré ABCD devient le rectangle ABCD, en tant que « figure ».

La justification de la nature du quadrilatère repose alors deux aspects. Ainsi, le quadrilatère ABCD est reconnu comme un rectangle, puisque perceptivement l'élève reconnaît le rectangle à chaque déplacement des points. La justification est alors le résultat, d'une part des connaissances mathématiques du rectangle, par exemple un rectangle a des angles droits, et d'autre part, l'attention à ce qui se passe à l'écran, les angles droits résistent au déplacement. Mais dans le binôme étudié dans la recherche du losange EFGH, il semblerait que seules les connaissances sur le losange sont citées. En effet, Alex et Prune n'ont jamais évoqué les côtés opposés de même longueur et c'est la justification qu'il propose (entre autre).

#### **5.4.4 - Initiatives du professeur**

Au départ, le professeur fait évoquer les quadrilatères, chacun étant dans des ensembles disjoints : « le rectangle a quatre angles droits et n'a pas quatre côtés égaux », « le parallélogramme a ses côtés opposés parallèles et les côtés n'ont pas la même taille ». Puis, le professeur a présenté une succession de quadrilatères emboîtés, parallélogramme, losange puis carré. Il définit donc le losange comme étant un parallélogramme auquel on a rajouté une propriété. Cette contradiction ne semble pas gêner les élèves. Ainsi, le professeur a choisi de présenter le parallélogramme, auquel s'ajoute une propriété dans un contexte magique : la fée donne des propriétés mathématiques. D'un certain point de vue, nous pouvons y reconnaître une certaine difficulté à voir les propriétés géométriques comme des conséquences logiques.

Pour définir le déplacement exploratoire, le professeur choisit de s'appuyer sur le déplacement pour valider. Les élèves n'ont pas construit la figure, mais ils peuvent agir comme s'ils l'avaient fait et recherché les propriétés qui résistent au déplacement. La reconnaissance des quadrilatères est d'abord globale. La justification, du point de vue des élèves est demandé ensuite.

Nous allons maintenant nous intéresser à différents moments dans la classe de PB

## **6 - Dans la classe de PB**

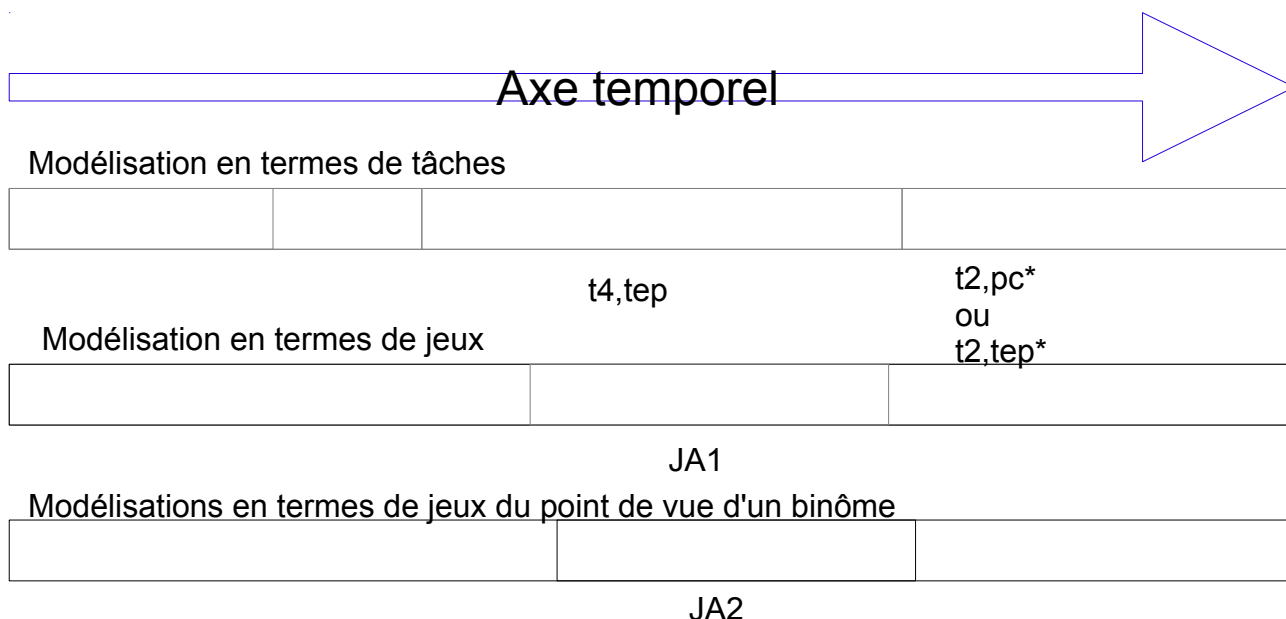
### **6.1 - Une mise en intrigue**

Dans l'environnement tracenpoche, les élèves découvrent quatre quadrilatères qui ressemblent à des carrés. Ils ont pour tâche de reconnaître leur nature, tâche notée t4,tep dans notre analyse *a priori*. Nous allons nous intéresser à la manière dont s'organise cette reconnaissance, d'abord du point de vue du professeur, ce que nous modélisons sous forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA1\_S3\_PB, dont l'enjeu est de faire reconnaître les propriétés qui résistent au déplacement dans l'environnement tracenpoche. Puis nous analysons le moment de recherche de deux élèves, ce que nous modélisons sous forme d'un deuxième jeu d'apprentissage, noté JA2\_S3\_PB\_F\_Sh, dont l'enjeu est de faire



reconnaître les propriétés qui résistent au déplacement dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves Florie et Shadé.

## 6.2 - Représentation synoptique<sup>70</sup>



Avec

JA1\_S3\_PB (27 min.) :

enjeu : faire reconnaître les propriétés qui résistent au déplacement dans l'environnement tracenpoche. Nous découpons en cinq étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

JA2\_S3\_PB\_F\_Sh (26 min.) :

enjeu : faire reconnaître les propriétés qui résistent au déplacement dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves Florie et Shadé

## 6.3 - Jeux d'apprentissage :

### 6.3.1 - JA1\_S3\_PB (27 min.) :

L'enjeu est de faire reconnaître les propriétés qui résistent au déplacement dans l'environnement tracenpoche. Nous découpons en cinq étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont une certaine habitude de l'environnement tracenpoche. Ils savent ce que sont des quadrilatères particuliers.

Des éléments du milieu : les élèves ont à déplacer des points déplaçables dans l'environnement tracenpoche pour reconnaître ces quadrilatères particuliers.

Présentation de ce moment :

À travers les éléments que le professeur et les élèves nous communiquent au début de la deuxième séance, nous savons que les quadrilatères évoqués lors de la séance précédente à laquelle nous n'avons pas assisté, sont le rectangle, le carré, le losange, le parallélogramme et le trapèze (tdp 1, P : « [On a ] *rappelé les propriétés des différents quadrilatères les plus fréquents que l'on a rencontrés à l'école, le rectangle, le carré. On a observé le losange, le parallélogramme ainsi que le trapèze* »). Les propriétés ont été nommées pour pouvoir les différencier, les uns par rapport aux autres (tdp 1, P : « *Les propriétés qui nous intéressaient pour pouvoir les différencier ou pour les*

<sup>70</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 94 min.).



comparer ») : les angles droits (tdp2, E1 : « *Les angles droits* »), les axes de symétrie (tdp 4, E2 : « *Les axes de symétrie* »), les égalités de longueur (tdp 7, E3 : « *Les côtés de même longueur* »), les côtés parallèles (tdp 8, E4 : « *Il y avait des côtés parallèles* »). Il s'agit du début de la deuxième séance.

## Description

### étape 1 : la consigne

Les élèves sont répartis par deux devant les ordinateurs. Le professeur rappelle les consignes de travail dans la salle informatique (min. 1:22, tdp 14, P : « *Vous allez vous mettre par deux* » puis « *discuter ensemble pour confronter vos points de vue* »). Il présente ce qu'il attend des élèves (tdp 14, P : « *Vous allez vous mettre à deux pour observer l'exercice, manipuler* »). Enfin, il explique que les élèves doivent répondre aux questions (tdp 14, P : « *... parce que j'ai posé des questions* »). C'est uniquement lorsque les élèves ouvrent leur exercice du logiciel tracenpoche, enregistré dans labomep (cf illustration 28) qu'ils peuvent lire la consigne écrite par l'enseignant. Dans le cadre en haut à gauche, les consignes sont données. Dans le cadre principal, quatre quadrilatères sont proposés, qui ressemblent tous à des carrés. Dans le cadre en bas à gauche, les élèves ont à recopier les phrases « ABCD a » et « ABCD est » et doivent les compléter. Ils doivent le faire pour les quatre quadrilatères ABCD, EFGH, IJKL et MNOP.

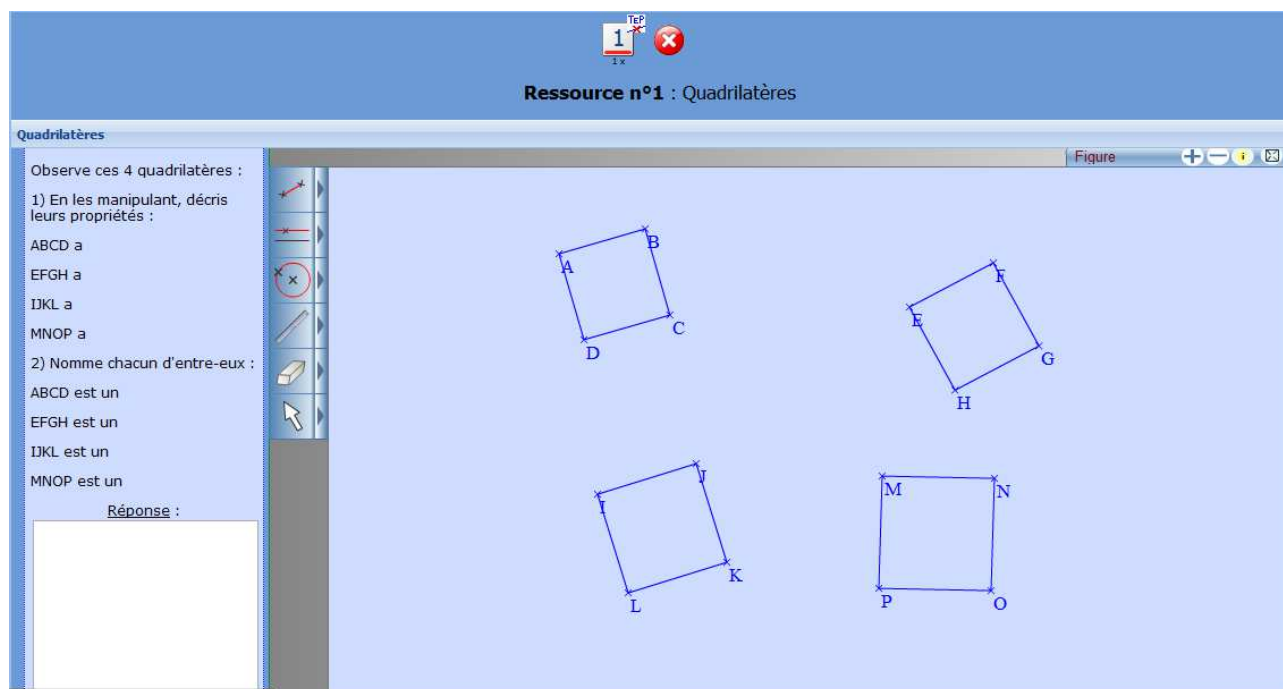


Illustration 28

### étape 2 : intervention du professeur

Les élèves se sont installés par binômes et ouvrent leur exercice dans labomep (min. 8:18, tdp 17, E : « *Maître, on peut commencer ?* »). Le professeur se déplace auprès des binômes. Au départ, le professeur répond aux questions des élèves individuellement (min. 10:23, tdp 20, P s'adresse à un groupe : « *Quand on a trouvé, tu mets la réponse* », puis min 11:03, tdp 22, P s'adresse à un autre groupe : « *Faudra me marquer un petit texte en dessous pour me dire les propriétés du parallélogramme* »). Le professeur décide ensuite, en s'adressant à toute la classe, de reformuler ce qu'il y a à faire dans la première question, en mettant l'accent sur les propriétés qui résistent au déplacement (min. 11:46, tdp 25, P : « *Je vous demande de dire quelles sont les propriétés qui vous semblent résister au déplacement pour chaque figure* »). Il s'appuie sur l'énoncé tel qu'il est écrit et explicite ce qu'il attend comme réponse (tdp 25, P : « *J'ai mis "ABCD a" et vous allez me dire ce qu'il a, le quadrilatère ABCD, quelles propriétés* »). Puis il explique ce qu'il veut obtenir pour la

deuxième question. Ainsi, il remplace les mots attendus du vocabulaire géométrique par « quelque chose » (tdp 25, P : « *Maintenant que tu as observé quelque chose, ça te rappelle quelque chose, maintenant donne-moi le nom de chaque quadrilatère* »).

#### étape 3 : autre intervention

En se déplaçant à nouveau auprès des différents binômes, le professeur corrige les fautes d'orthographe (min. 12:22, tdp 27, « *Quatre axes, on met un s* », min. 15:55, tdp 37, « *Les côtés opposés avec un s à opposés* », min. 16:02, tdp 38, P : « *EFGH a tous ses côtés opposés, tous, T-O-U-S, ses S-E-S* », ...puis min. 21:24, tdp 43, P : « *Les enfants, ça me navre de voir que le pluriel n'est pas appliqué* »). Par conséquent, les élèves cherchent à produire des phrases sans faute (par exemple, tdp 92, S : « *Maître, parallélogramme, il y a deux l ?* »).

#### étape 4 : validation

Il n'y a pas de phase collective pour clore la séance. Par contre, le professeur (ou le chercheur-praticien) passe auprès de chaque binôme pour valider. Les données que nous avons concernent deux élèves, Chloé et Sophie. Les quadrilatères sur l'ordinateur des élèves ont été déplacés et les côtés mesurés (les données filmiques ne nous permettent pas d'être plus précis, nous n'avons que la fin de leurs échanges). Le professeur arrive et voit ce que les élèves ont produit. Nous mettons ici une copie de leur écran (les données filmiques sont de mauvaise qualité) (cf illustration 29).

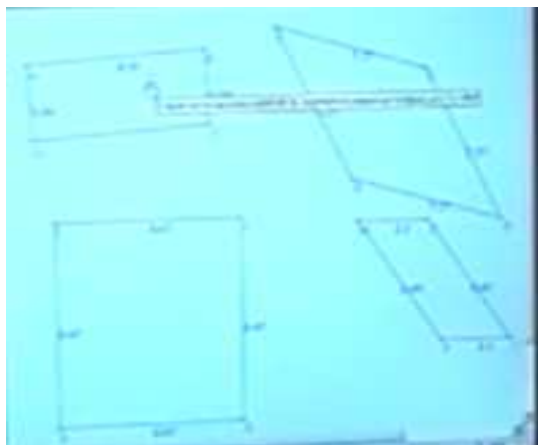


Illustration 29

Nous ajoutons une reproduction approximative de leur écran. Le professeur lit les phrases que les élèves ont écrites (cf tableau ci-dessous).

Texte produit par les élèves	ABCD a quatre angles droits. Les côtés opposés sont égaux et il a deux axes de symétrie. C'est un rectangle	EFGH a tous ses côtés égaux, deux axes de symétrie. C'est un losange.	IJKL a quatre angles droits, 4 côtés égaux et quatre axes de symétrie. C'est un carré	MNOP a ses côtés opposés égaux. C'est un parallélogramme
tdp	min 31:49, tdp 86 P : « <i>Donc ABCD a</i>	P : « <i>EFGH a tous ses côtés égaux, deux axes</i>	P : « <i>IJKL a quatre angles droits, 4 côtés égaux et quatre axes</i>	P : « <i>MNOP a ses côtés opposés égaux. C'est un</i>

	<i>quatre angles droits. Les côtés opposés sont égaux et il a deux axes de symétrie. C'est un rectangle ».</i>	<i>de symétrie. C'est un losange. Vous auriez pu dire qu'il n'a aucun angle droit ».</i>	<i>de symétrie. C'est un carré ».</i>	<i>parallélogramme. Vous avez oublié de dire quelque chose ».</i>
--	--	--	---------------------------------------	---

Le professeur montre avec la souris les propriétés sur le quadrilatère ABCD au fur et à mesure de la lecture à voix haute. Quand il passe à la lecture des propriétés de EFGH, c'est Sophie qui montre avec le doigt le quadrilatère. Puis il propose un complément sur les propriétés du losange (min. 32:04, tdp 88, P : «*Vous auriez pu dire qu'il n'a aucun angle droit* »). Il place ensuite la souris au niveau du quadrilatère EFGH et lit à voix haute les propriétés écrites. Enfin, il place la souris sur la quadrilatère MNOP et lit également les propriétés.

#### étape 5 : comparaison

Le professeur établit alors des comparaisons entre les quadrilatères MNOP et ABCD (tdp 88, P : «*Celui-là aussi a des côtés égaux. Pourtant ce n'est pas un parallélogramme* ») et montre alors le quadrilatère ABCD. Il pointe un manque (min. 32: 29, tdp 89, «*Vous avez oublié de dire quelque chose pour celui-là* »). Il montre alors le parallélogramme MNOP et commence la phrase : «*Il a ses côtés opposés égaux...* » (tdp 89). Aussitôt, Sophie complète «*et parallèles* » (min. 32:34, tdp 90). Le professeur confirme et valide ainsi la réponse.

### **Analyse**

Le professeur a défini le jeu de la manière suivante. Dans les consignes de l'exercice, les élèves doivent compléter les phrases du type «*ABCD a ...* » puis «*ABCD est ...* ». Il donne une première stratégie pour gagner à ce jeu. Oralement, il demande de regarder les quadrilatères (tdp 14, P : «*Vous allez vous mettre par deux pour observer l'exercice* »), ce qu'il avait prévu à l'écrit dans la consigne, par l'observation des quadrilatères («*Observe ces 4 quadrilatères* »). Autrement dit, il fait référence à un travail sur la perception. Puis il donne une règle définitoire propre à l'environnement tracenpoche, à savoir le déplacement. Oralement, il explique qu'il faut «*manipuler* » (tdp 14). À l'écrit, dans la consigne, il a également demandé de manipuler («*En les manipulant* »). Enfin, il rappelle une stratégie, qui consiste à tenir compte de l'organisation didactique en binôme et de travailler à deux (tdp 14, P : «*Discuter ensemble pour confronter vos points de vue* »). Il annonce tout de suite qu'il y a des questions (tdp 14, P : «*Parce que j'ai posé des questions* »). Mais, là, dans l'énoncé, les phrases sont à compléter.

Au fur et à mesure que les élèves se connectent sur leur exercice (min. 8 à min. 11), ils appellent le professeur pour avoir des informations. Les habitudes des élèves, dans l'environnement tracenpoche, ont été implicitement instituées. Ils ont à travailler à deux en autonomie. Cependant, le professeur est là pour répondre à leurs questions, qu'elles soient d'ordre mathématique ou instrumental. Le professeur s'attend à ce que les élèves l'appellent. Il se déplace au fur et à mesure des questions. La régulation est donc d'abord individuelle. Un élève ne comprend pas l'expression «*ABCD a* » (min. 11:06, tdp 23, E : «*Pourquoi ABCD a ?* »). La réponse du professeur va se dérouler en quatre temps (très courts). D'abord, il renvoie l'élève à une question de contrat (tdp 24, P : «*T'as lu l'énoncé ?* »). Puis il spécifie le champ auquel doit se référer la question («*Quelles sont ses propriétés ?* »). Enfin, il établit un lien entre la question («*ABCD a* ») et ce à quoi se réfère cette phrase («*les propriétés* ») en reformulant la question («*il a quoi ABCD ?* »). Mais, à la suite de la question de cet élève, et probablement celles d'autres élèves, le professeur décide de reprendre cette réponse collectivement. Dans cette reformulation, l'objet de la perception n'est plus le quadrilatère comme dans la phase de définition, mais il concerne les effets du déplacement sur les propriétés géométriques (tdp 25, P : «*les propriétés qui vous semblent résister au déplacement* »). Il introduit ainsi une technique nouvelle dans l'environnement tracenpoche, le déplacement exploratoire. Jusqu'à présent, il n'avait pas utilisé le mot déplacement. Son propos est donc plus

précis. Il cherche également à fournir une aide dans la formulation de la deuxième question. Il a fait appel aux propriétés, il a précisé qu'il faut déplacer, mais il veut taire ce qu'il y a à voir. Il laisse donc à la charge de l'élève de trouver ce qu'il y a à trouver (« *tu as observé quelque chose* »). Par effet de contrat, les élèves savent qu'ils sont en géométrie. Le professeur le souligne (« *ça te rappelle quelque chose* »). Le professeur jongle ici entre la réticence didactique (« *quelque chose* » pour ne pas dire) et l'expression (« *propriétés qui vous semblent résister au déplacement* »).

La question instrumentale fait l'objet d'une première phase de régulation. La question de l'orthographe devient l'objet d'une seconde phase de régulation. Le professeur ne s'intéresse plus du tout aux phrases mathématiques. Il veut des phrases sans faute de français, les erreurs de mathématiques ne semblent pas l'intéresser momentanément. L'enjeu est modifié, le gain au jeu est d'écrire des phrases dans un contexte mathématique sans faute (tdp 47, P : « *Je viens vérifier les fautes d'orthographe* »). Les élèves cherchent à gagner au jeu. Ils posent au professeur des questions d'orthographe. Ils ne posent plus de questions d'ordre mathématique. Ils veulent produire un texte sans faute d'orthographe pour gagner.

Dans la dernière intervention du professeur auprès d'un binôme, il propose une micro-institutionnalisation, revenant ainsi à l'enjeu initial. Il demande aux élèves de comparer leurs propositions pour assurer la distinction de chaque quadrilatère. Ainsi les propriétés écrites pour le losange, quadrilatère ayant quatre côtés de même longueur et deux axes de symétrie, pourraient convenir aussi pour le carré. Il leur suggère donc d'écrire qu'il n'a pas d'angle droit. De même, il remet en cause les propriétés du parallélogramme, en opposant le rectangle ABCD (tdp 89, P : « *Celui-là aussi, il a ses côtés égaux, pourtant ce n'est pas un parallélogramme* ») et le parallélogramme MNOP (tdp 89, « *Vous avez oublié de dire quelque chose. Ici, pour celui-là, il a ses côtés opposés...* »). Il attend donc que les élèves produisent la proposition suivante : « *MNOP a ses côtés opposés égaux et parallèles. MNOP est parallélogramme* ». À travers ces deux exemples, nous voyons qu'il ne permet donc pas aux élèves de voir le carré comme un losange ou le rectangle comme un parallélogramme.

### 6.3.2 - JA2\_S3\_PB\_F\_Sh (26 min.)

L'enjeu est de faire reconnaître les propriétés qui résistent au déplacement dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves Florie et Shadé. Nous découpons en six étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de travailler à deux, dans l'environnement tracenpoche. Elles savent qu'elles peuvent demander de l'aide.

Des éléments du milieu : les élèves doivent s'appuyer sur leurs connaissances mathématiques sur les quadrilatères pour faire cette tâche de reconnaissance.

Présentation de ce moment :

Les deux élèves sont devant l'exercice programmé par le professeur. En fonction des données que nous avons, nous pensons que c'est S qui pilote la souris.

Les time code et les tours de parole sont indépendants de ceux de la classe.

## Description

### étape 1 : la consigne

Dès les premiers instants, Shadé déplace successivement les points A, E puis J. En déplaçant le point J, elle reconnaît aussitôt le carré (min. 2:57, tdp 3, S : « *Ça, c'est un carré* »). L'intervention du professeur conduit Shadé à expliciter ce qu'elle a compris (min. 3:03, tdp 4, P : « *Est-ce que vous avez pris connaissance toutes les deux de la consigne ?* », puis tdp 6, P : « *Est-ce que tu l'as fait toute seule ou tu as aussi montré à Florie ?* »). Quant à Florie, comme le supposait justement le professeur, elle explique qu'elle ne comprend pas (min. 3:10, tdp 8, F : « *Je ne sais pas trop ce que tu as fait* »). C'est ainsi que tout en déplaçant les points H, E et N, Shadé explique qu'il faut déterminer le nom des quadrilatères (min. 3:18, tdp 10, Sh : « *En fait, il faut trouver c'est quoi ça* »).

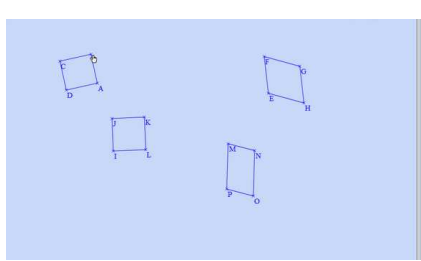
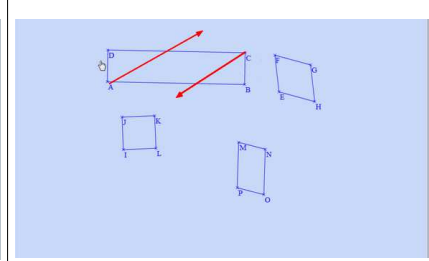
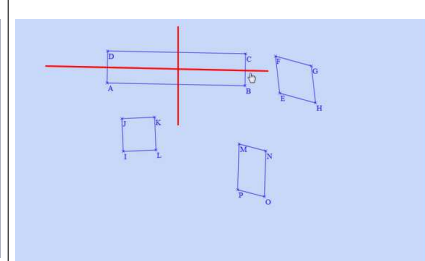
Elle ne sait pas ce que sont les quadrilatères EFGH et MNOP et sollicite l'aide de Florie (min. 3:35, tdp 12, S : « *Je ne sais pas c'est quoi. À ton avis, ça c'est quoi?* »). Puis elle annonce que ABCD est un rectangle (tdp 13, S : « *Ça, c'est un rectangle* »), tout en déplaçant le point B.

#### étape 2 : désaccord sur le déplacement

Shadé déplace les points les uns après les autres et nomme deux quadrilatères, le carré et le rectangle. Florie relit la consigne de la première partie (min. 3:53, tdp 15, F : « *Il faut faire d'abord le 1. En les manipulant, décris leurs propriétés* »). Puis elle conteste la manière de faire de Shadé (min. 4:16, tdp 17, F : « *Mais non, il ne faut pas les agrandir ou les rapetisser* »). Shadé explique l'enjeu du déplacement (min. 4:18, tdp 18, Sh : « *Mais si, c'est pour savoir ce que c'est* »). Elle insiste (tdp 18, « *Le but, c'est de savoir ce que c'est* »).

#### étape 3 : établir des liens entre les propriétés et leurs quadrilatères nommés

Shadé sait que le quadrilatère ABCD est un rectangle (tdp 13, Sh : « *Ça, c'est un rectangle* »). À partir de son nom, elle commence à décrire les propriétés du rectangle (min. 6:05, tdp 19, S : « *Un rectangle, ça a bien quatre angles droits ?* »). Puis elle continue à lister les propriétés du rectangle, à savoir deux axes de symétrie (tdp 21, Sh : « *Deux axes de symétrie* »). Florie conteste et propose quatre axes de symétrie (tdp 22, F : « *Il y en a quatre* »). Puis Florie a une idée (min. 7:32, tdp 29, F : « *Je peux vérifier quelque chose. Regarde si on plie* » (cf illustration 30).

		
<p><i>Illustration 30</i></p>	<p><i>Illustration 31</i></p>	<p><i>Illustration 32</i></p>
<p>min. 7:32, tdp 29 F : <i>Je peux vérifier quelque chose. Regarde si on plie...</i> Sh : <i>Si tu plies comme ça...</i></p>	<p>Sh : <i>Si tu fais une diagonale, celui-là, il va arriver là. Et celui-là, il va arriver là.</i></p>	<p>Sh : <i>Tu vois, t'es obligé de découper que comme ça ou que comme ça.</i> F : <i>Ah oui. Il n'a pas quatre axes de symétrie.</i></p>
	<p>Shadé modifie le rectangle ABCD et montre avec la souris les symétriques de A et C par rapport à la diagonale (BD). Nous avons montré en rouge le déplacement de la souris.</p>	<p>Shadé montre avec la souris les médiatrices des côtes. Nous avons représenté en rouge les mouvements de la souris.</p>

Pour montrer à Florie qu'elle se trompe, Shadé modifie le rectangle ABCD en déplaçant le point B et pointe avec la souris les positions approximatives des symétriques des points A et C par rapport à (BD) ( min. 7:41, tdp 31, Sh : *Si tu fais une diagonale, celui-là, il va arriver là. Et celui-là, il va arriver là* ») (cf illustration<sup>71</sup> 31). Puis elle indique, toujours en dessinant avec le mouvement du curseur les médiatrices des côtés comme étant les axes de symétrie (min. 7:57, tdp 33, Sh : « *Tu vois, t'es obligé de découper que comme ça ou que comme ça* ») (cf illustration<sup>72</sup> 32). Florie acquiesce (tdp 35, F : « *Ah oui. Il n'a pas quatre axes de symétrie* »).

#### étape 4 : interaction avec d'autres groupes

Tout en poursuivant leur étude, à deux reprises, Florie et Shadé semblent discuter avec un autre groupe (tdp 36 à 43, puis tdp 63 à 76). Comme nous l'avons remarqué depuis le début des

71 Les flèches représentent le mouvement du curseur.

72 Les traits représentent le mouvement du curseur.

enregistrements, un décalage entre les deux élèves Florie et Shadé est apparent. Pour Florie, la technique du « déplacement exploratoire » n'est pas disponible. Dans les échanges avec ses voisins du groupe 1, sa position va évoluer pour faire partager la règle définitoire du déplacement. Shadé est la première à intervenir auprès du groupe 1 (tdp 36, Sh : « *Ben si ! Bouge-le* »). Puis Florie confirme en s'appuyant sur la consigne (tdp 38, F : « *Ils disent, en le manipulant* »). Shadé confirme que, sans le déplacement, ils ne peuvent pas déterminer la nature du quadrilatère (tdp 39, S : « *Vous ne l'avez pas bougé. C'est pour ça que vous ne savez pas ce que ça dit* »). Florie explique alors en quoi le déplacement est intéressant (tdp 42, F : « *Regarde, quand ça bouge, les angles y restent pas* »). Un peu plus tard, le professeur se déplace auprès d'un groupe, voisin à celui de F et S. Un élève Q ne voit que des carrés (min. 12:13, tdp 63, Q : « *Maître, il n'y a que des carrés* »). Florie se mêle à leurs échanges (tdp 66, F : « *Maître, il les a pas bougés* »). Le professeur incite l'élève à relire la consigne, puis lui, relit (tdp 70, P : « *T'as bien lu, la consigne ?* », puis tdp 75, « *Il me semble que tu n'as pas lu la consigne* »). Florie insiste en explicitant ce qu'elle a elle-même compris au fur et à mesure de la séance (tdp76, F : « *En les manipulant, en les bougeant* »).

#### étape 5 : détermination de la nature des quadrilatères EFGH et MNOP

Le nom de deux quadrilatères ont été trouvés, le carré (min. 2:57, tdp 3, Sh : « *Ça, c'est un carré* ») puis le rectangle (min. 3:43, tdp 13, Sh : « *Ça, c'est un rectangle* »). Pour les deux autres quadrilatères, les deux élèves Shadé et Florie demandent de l'aide aux voisins, sans succès (tdp 87, Sh : « *Ben oui, mais nous on n'a pas trouvé les deux* ») (cf illustration 31). Shadé déplace le point F et elles observent l'écran. Shadé écrit que le quadrilatère EFGH n'a pas d'angle droit et que ses côtés sont de même longueur. Shadé déplace le point F et reconnaît un losange lorsque le losange est posé sur le sommet E (cf illustration 33) (min. 14:24, tdp 88, Sh : « *C'est un losange* »). Puis elle continue de déplacer le point F et Florie confirme (tdp 89, F : « *Oui, c'est un losange* ») (cf illustration 34).

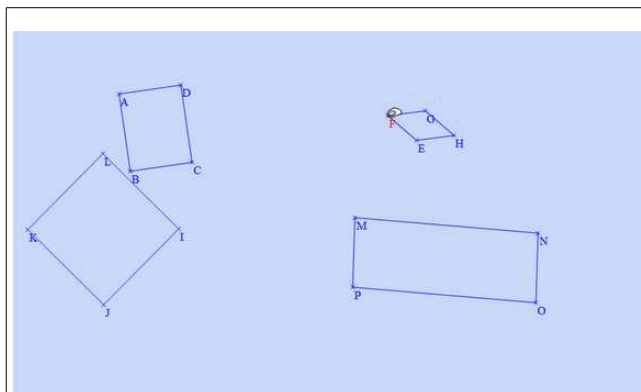


Illustration 33

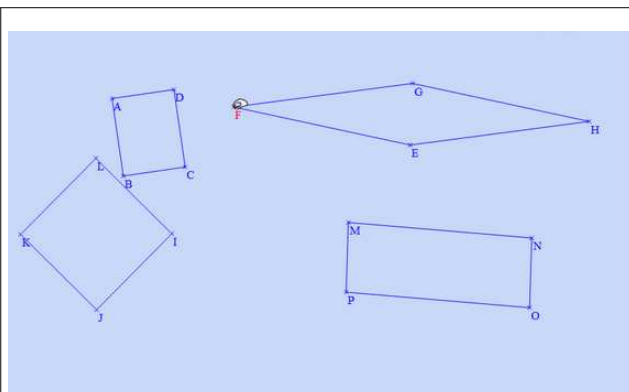


Illustration 34

Un peu plus tard, Shadé est en train d'écrire les lettres M, N, O et P. Puis Florie déplace les segments [MP], [MN], puis le point P. Shadé demande de l'aide à Florie (min. 21:18, tdp 110, S : « *Aide-moi au lieu de faire ça* »). Elles sont interrompues par le professeur qui corrige les fautes d'orthographe puis elles retournent sur le quadrilatère MNOP (min. 24:45). Shadé mesure les segments [MN], [PO] puis [MP]. Elle déplace le point N, les longueurs affichées changent. Elle mesure ensuite le segment [PO]. Elle déplace les points P, M et complète « *MMNOP a ses côtés opposés de même longueur* ».



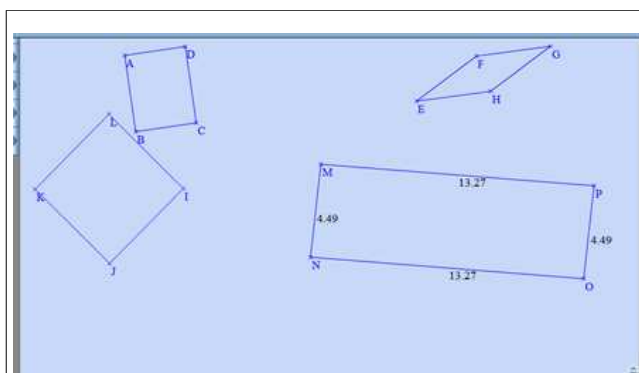


Illustration 35

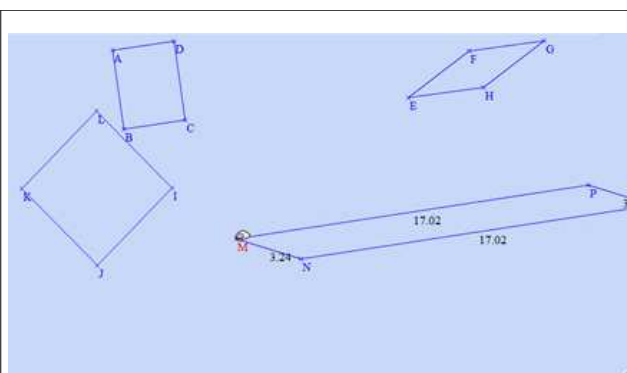


Illustration 36

Avant de continuer elle s'interroge sur les angles droits (min. 25:42, tdp 131, Sh : « *Est-ce qu'il a des angles droits si on le bouge ?* ») (cf illustration 35). Elle déplace le point M (cf illustration 36). Puis sans rien dire, elle ajoute par écrit « *n'a pas d'angle droit et pas d'axe de symétrie* ». Finalement, elle conclut « *C'est un parallélogramme* ».

#### étape 6 : validation par le professeur puis par le chercheur-praticien

Successivement, le professeur et chercheur-praticien viennent auprès du groupe du groupe de nos deux élèves Florie et Shadé. Le professeur corrige les fautes d'orthographe. Le chercheur-praticien (noté PR) s'intéresse aux longueurs des côtés.

<p>1) ABCD a quatre angles droits, 2 axes de symétrie, ses côtés opposés sont de même taille. 2) C'est un rectangle.</p> <p>1) EFGH n'a pas d'angle droit mais ses côtés sont de même longueur. 2) C'est un losange.</p>	<p>1) IJKL a quatre angles droits, quatre axes de symétrie. 2) C'est un carré</p> <p>1) MNOP a les côtés opposés de même longueur n'a pas d'angle droit et pas d'axe de symétrie. C'est un parallélogramme.</p>
<p>PR (lit à voix haute) : <i>ABCD a 4 angles droits, c'est un rectangle.</i></p> <p>PR : <i>EFGH n'a pas d'angle droit,</i></p>	<p>PR : <i>IJKL a 4 angles droits, quatre axes de symétrie. Vous n'avez rien de plus sur IJKL ?</i></p> <p>Sh : <i>4 angles droits, 4 axes de symétrie</i> (Elle lit à voix haute).</p> <p>F : <i>4 côtés de même longueur</i></p> <p>PR : <i>Ah oui, je crois bien. Regardez, à l'axe il y a un e.</i> (Shadé ajoute pour IJKL, a les côtés de même longueur).</p>


## Analyse

Nous analysons donc ici le moment de rencontre de ces deux élèves face à un nouveau type de déplacement, le déplacement exploratoire, qui n'a pas été défini par le professeur. Dès que les quadrilatères sont affichés, Shadé est dans le nouveau jeu de « déplacer pour voir » : elle déplace des points des différents quadrilatères. Ce qui est alors premier, c'est la reconnaissance globale (tdp 3, Sh : « *Ça, c'est un carré* », puis tdp 13 « *Ça, c'est un rectangle* »). Les topos des deux élèves ne semblent pas équivalents. Shadé parle et déplace les points, Florie ne dit rien et n'a pas la souris. L'intervention du professeur permet de rétablir un peu d'équilibre. À partir de ce moment-là, Florie intervient davantage.

Pour Shadé, la stratégie du « manipuler » présentée lors de la phase de définition par le professeur est claire. Elle a assimilé le verbe « manipuler » au verbe « déplacer », tel qu'il a été défini lors des situations précédentes. Le déplacement des points est un signe de ce qu'il y a à voir. Ainsi, en

déplaçant J, elle sait dire que c'est un carré (tdp 3, Sh : « *Ça, c'est un carré* ») ou en déplaçant B, elle sait dire que c'est un rectangle (tdp 13, Sh : « *Ça, c'est un rectangle* »). Pour Florie, cette stratégie du « manipuler » fait référence à la manipulation d'une forme géométrique dans l'espace sensible, c'est-à-dire la forme géométrique peut être déplacée, retournée, elle conserve ses dimensions (tdp 17, F : « *Mais non, il ne faut pas les agrandir ou les rapetisser* »). Shadé essaie alors de justifier le déplacement par l'enjeu (tdp 18, Sh : « *Le but, c'est de savoir ce que c'est* »).

Shadé énonce les propriétés du rectangle (« *Un rectangle, ça a bien quatre angles droits ?* » puis « *2 axes de symétrie* »). Elle s'appuie donc sur des connaissances anciennes sur le rectangle en tant que figure géométrique, sans référence au quadrilatère ABCD présent à l'écran. Florie la contredit. Cette dernière prend appui sur le dessin qui est à l'écran à l'instant précis et veut vérifier. Effectivement, après le déplacement des points, le rectangle ABCD ressemble à un carré (cf illustration 30). Florie y voit donc quatre axes de symétrie. Le décalage entre les deux élèves est remarquable : l'une est semble être dans le contrat de la figure, définie comme l'ensemble des dessins ayant les mêmes propriétés, l'autre est dans le contrat du dessin, ce qui est affiché à l'écran. Pour montrer à Florie qu'elle se trompe, Shadé déplace un point de sorte qu'à l'écran, s'affiche un rectangle. Et c'est sur cette nouvelle représentation qu'elle donne à voir les symétriques du point A par rapport à (BD) qui ne peut pas être C. Elle continue et montre les médiatrices des côtés, qui sont effectivement les deux axes de symétrie qu'elle a annoncés au départ (tdp 21, Sh : « *Deux axes de symétrie* »). Shadé montre ainsi à sa voisine les propriétés des rectangles, non pas sur un dessin particulier du rectangle qui ressemble à un carré, mais sur un représentant du rectangle, qui ne ressemble pas à un carré. Elle utilise ainsi l'environnement tracenpoche pour montrer à Florie les propriétés du rectangle.

Contrairement à ce qui s'est passé pour les deux premiers quadrilatères reconnus globalement (le rectangle et le carré), ce qui est reconnu en premier pour les deux suivants, ce sont les propriétés. Mais cette reconnaissance se fait de deux manières différentes. C'est par une configuration particulière du losange que Florie reconnaît ce dessin comme un losange. Puis, à partir de cette configuration particulière, elles continuent à déplacer et confirment ainsi le choix du losange. L'environnement tracenpoche les conduit donc à travailler avec le losange en tant que figure. Pour le parallélogramme, elles vont essayer de procéder de la même manière, le déplacement de points ou de segments. Mais les différents quadrilatères obtenus ne font pas signe. Il semblerait donc que la reconnaissance du parallélogramme en tant que figure géométrique n'est pas fonctionnelle. Alors elles vont utiliser une technique ancienne, adaptées à l'environnement tracenpoche, à savoir mesurer les longueurs des côtés du quadrilatères MNOP avec la règle du logiciel tracenpoche . Cette

technique repose sur la comparaison des longueurs données par le logiciel. Elles travaillent d'abord sur le dessin qu'elles ont obtenu à un moment donné. Puis elles déplacent le point M. L'égalité des longueurs est alors vérifiée quelle que soit la position des points. Autrement dit, lorsqu'elles écrivent que le quadrilatère MNOP a ses côtés opposés de même longueur, elles l'ont vérifié sur l'ensemble des dessins, elles ont donc travaillé avec le parallélogramme, en tant que figure géométrique. Pour répondre à la question que Shadé se pose concernant les angles droits, elle déplace et conclut à l'absence d'angle droit dans l'ensemble des quadrilatères MNOP. Nous pouvons dire que, dans ce binôme, les arguments utilisés reposent sur le déplacement exploratoire permettant ainsi de travailler la figure.

Comme nous l'avions précédemment remarqué, au moment de la validation par le professeur, le gain au jeu n'est pas repris. Le professeur regarde probablement les phrases d'un point de vue mathématiques (cf les remarques qu'il a faites à Sophie). Mais son discours public ne repose que sur l'orthographe. À la question d'ordre mathématique sur les propriétés du carré, Florie répond au chercheur-praticien sur l'égalité des longueurs. Pourtant contrairement au parallélogramme, elles n'ont pas éprouvé la nécessité de mesurer les longueurs des côtés. Cela confirme notre idée, selon laquelle le carré étant reconnu au cours du déplacement des points, les propriétés viennent plutôt



des connaissances sur le carré, tandis que le parallélogramme n'étant pas reconnu, les élèves ont éprouvé la nécessité de mesurer les longueurs des côtés.

## **6.4 - Conclusion par rapport à cette classe**

### **6.4.1 - Rappel de la chronologie**

Le professeur a choisi d'organiser la situation sur trois séances. Nous nous sommes particulièrement intéressés à la manière dont le professeur présente le déplacement exploratoire pour faire reconnaître des quadrilatères particuliers (JA1\_S3\_PB) puis nous avons analysé le point de vue de deux élèves (JA3\_S3\_PB\_F\_Sh).

### **6.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **6.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Les élèves ont l'habitude de vérifier leurs conjectures à l'aide des instruments (technique ancienne) dans l'environnement papier-crayon. Dans l'environnement tracenpoche, la technique nouvelle du déplacement exploratoire donne à voir l'ensemble des dessins ayant la même propriété, à partir du moment où les élèves déplacent les points. Nous avons mis en évidence comment deux élèves utilisent les potentialités de l'environnement tracenpoche pour travailler sur des figures géométriques et dépasser ainsi le dessin, le quadrilatère tel qu'il se présente à l'écran. Ainsi, les quadrilatères les mieux connus, le rectangle et le carré, sont reconnus globalement. Le déplacement des points confirment la conjecture initiale. Dans un sens, nous pouvons avancer que la tâche de reconnaissance du carré ou du rectangle dans l'environnement tracenpoche est immédiate et que, par conséquent, ce travail de reconnaissance dans l'environnement tracenpoche n'apporte pas une plus-value par rapport au travail de reconnaissance dans l'environnement papier-crayon. Par contre, pour la reconnaissance du losange, nous voyons que cette nouvelle technique est intéressante : au départ, les élèves ne reconnaissent pas le losange. Elles déplacent les points : dans une configuration particulière, elles reconnaissent le losange. Le dessin à l'écran, à un moment, leur fait signe. Puis le déplacement permet de vérifier la conjecture. Pour le quadrilatère MNOP, elles ne parviennent pas à nommer le quadrilatère, quand bien même elles le déplacent. Alors elles mesurent les longueurs des côtés opposés (MP puis NO, MN puis PO) puis déplacent les points. C'est alors qu'elles peuvent conclure d'abord sur l'égalité des longueurs des côtés opposés puis sur la nature du quadrilatère. Nous illustrons ici un travail spécifique que permet l'environnement tracenpoche pour la reconnaissance des quadrilatères : le quadrilatère à l'écran est un représentant du quadrilatère et le déplacement donne à voir les quadrilatères ayant cette même propriété.

Mais nous voyons également les limites de l'analyse dans un seul binôme. Nous ne savons pas comment cette technique est diffusée dans l'ensemble de la classe. Cependant, nous notons qu'elle est diffusable : en effet, les explications de Shadé à Florie ont permis à Florie de prendre conscience de l'efficacité du déplacement et de diffuser cette nouvelle technique dans d'autres groupes. C'est Florie qui explique au professeur l'erreur d'un élève (tdp 66, F : « *Maître, il les a pas bougés* »).

### **6.4.4 - Initiatives du professeur**

Dans cette classe, le professeur présente la situation sans tenir compte de la technique nouvelle du déplacement exploratoire. Certains élèves ont mis du temps pour commencer à travailler réellement

en utilisant le déplacement (Quentin pose la question à la min. 17) tandis que d'autres élèves utilisent le déplacement sans se poser de question (Shadé déplace dès les premiers instants dans la salle informatique, min. 7).

Comme le professeur a choisi d'introduire le bouton « règle », nous avons des élèves qui utilisent des techniques que nous n'avions pas prévues. Nous notons ici que ce sont les mesures des côtés opposés qui permettent aux deux élèves de conclure sur le parallélogramme.

Par ailleurs, le professeur présente les quadrilatères en prenant la précaution de les distinguer les uns des autres. Ainsi, par exemple, le carré ne peut pas être un losange. En effet, le losange est défini comme un quadrilatère ayant des côtés de même longueur et n'ayant pas d'angle droit alors que le carré est défini comme un quadrilatère ayant quatre côtés de même longueur et quatre angles droits.

Enfin, nous notons que le professeur attire l'attention des élèves sur des questions d'orthographe, au détriment des connaissances mathématiques, modifiant ainsi les enjeux de connaissances.

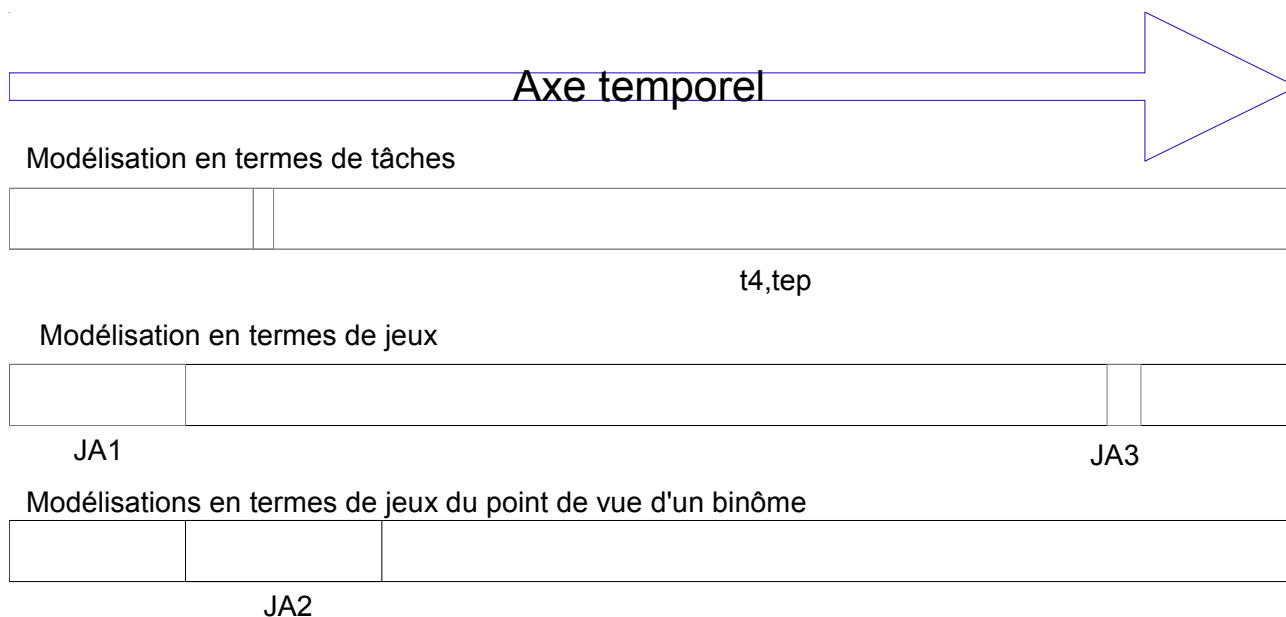
Nous allons maintenant nous intéresser à différents moments dans la classe de T.

## **7 - Dans la classe de T**

### **7.1 - Une mise en intrigue**

Le professeur a organisé la situation en une seule séance (110 min.). Nous allons nous intéresser plus particulièrement au moment où le professeur présente les quadrilatères. Nous modélisons ce moment sous forme d'un jeu d'apprentissage noté JA1\_S3\_T dont l'enjeu est de faire établir collectivement des liens entre les quadrilatères. Puis les élèves ont pour tâche de reconnaître les différents quadrilatères dans l'environnement tracenpoche, tâche notée t4,tep dans notre analyse *a priori*. Nous modélisons un moment d'étude d'un binôme sous forme d'un jeu d'apprentissage noté JA2\_S3\_T\_L\_S, dont l'enjeu est de faire reconnaître quatre quadrilatères dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves Léa et Sirine. Enfin, le professeur présente les exercices des élèves. Nous nous intéressons au moment où l'exercice de Léa et Sirine est présenté, moment que nous modélisons sous forme de jeu d'apprentissage noté JA3\_S3\_T, dont l'enjeu est de faire partager collectivement les résultats du déplacement exploratoire pour le rectangle, le losange et le carré.

## 7.2 - Représentation synoptique<sup>73</sup>



Avec

JA1\_S3\_T (15 min.) :

enjeu : faire établir collectivement des liens entre les quadrilatères.

JA2\_S3\_T\_L\_S (17 min.)

enjeu : faire reconnaître quatre quadrilatères dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves Léa et Sirine.

JA3\_S3\_T (3 min.)

enjeu : faire partager collectivement les résultats du déplacement exploratoire pour le rectangle, le losange et le carré.

## 7.3 - Jeux d'apprentissage

### 7.3.1 - JA1\_S3\_T (15 min.)

L'enjeu est de faire établir collectivement des liens entre les quadrilatères. Nous découpons en neuf étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont déjà étudié les quadrilatères particuliers, ils connaissent des propriétés géométriques les caractérisant. Ils ont l'habitude d'aller au tableau, de faire des dessins à main levée.

Des éléments du milieu : sur le dessin à main levée, les propriétés énoncées doivent être rendus visibles et être partagées par tous.

Présentation de ce moment :

Il s'agit du début de la séance. Le professeur écrit « quadrilatères » au tableau (cf illustration 37)

<sup>73</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 110 min.).



Illustration 37

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : évoquer les quadrilatères

Le professeur annonce dès le début de la séance que les élèves vont travailler dans l'environnement tracenpoche (tdp 1, P : « *Alors, cet après-midi, on poursuit nos séances avec tracenpoche, on va voir une autre utilité de tracenpoche* »). Puis il situe le thème de la géométrie en écrivant au tableau le mot « quadrilatères » et demande aux élèves d'expliquer ce mot (min. 3:18, tdp 3 et 5, P : « *Si j'écris ceci au tableau, qu'est-ce que vous dites?* »). La réponse obtenue est reprise et commentée par le professeur (min. 3:30, tdp 6, N : « *Figure plate à quatre côtés* »). Puis le professeur demande aux élèves de citer des quadrilatères (min. 4:37, tdp 21, P : « *Exemple ?* »). Les quadrilatères sont cités dans l'ordre suivant : carré (tdp 24), rectangle (tdp 26), losange (tdp 28), trapèze (tdp 30), parallélogramme (tdp 35). Ces mots sont écrits au tableau par le professeur au fur et à mesure (cf illustration 38).



Illustration 38

Puis le professeur explique qu'il va mettre la trapèze entre parenthèses, car il ne veut pas insister sur ce quadrilatère particulier (min. 6:13, tdp 40, P : « *Le trapèze, je l'ai mis entre parenthèses. On ne reviendra pas trop dessus* »).

### étape 2 : faire un schéma du carré

Le professeur numérote chaque quadrilatère : carré (1), rectangle (2), losange (3), parallélogramme (4). Il demande à une première élève de dessiner à main levée un des quadrilatères. Léa va au tableau et propose un dessin (cf illustration 39). Le professeur lui demande quelle figure elle a choisie (min. 7:00, tdp 43, P : « *C'est quelle figure ?* »). Léa répond qu'elle vient de tracer un carré (min. 7:01, tdp 44, L : « *Carré* »). Le professeur la contredit (tdp 46, P : « *C'est pas un carré* »). Puis

il module son propos en signalant que cela dépendra des signes qu'elle va ajouter (min. 7:13, tdp 47, P : « *Écoute, on va voir, ça dépend des signes* »). Elle code d'abord l'égalité des longueurs. Le professeur confirme que le codage correspond effectivement à l'égalité des longueurs (min. 7:32, tdp 54, P : « *Tes quatre côtés sont de la même longueur* »). Puis Léa code les quatre angles droits (cf illustration 40<sup>74</sup>).



Illustration 39

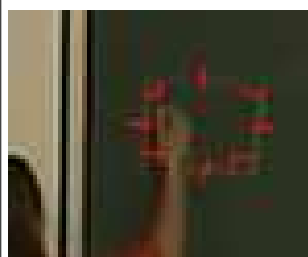


Illustration 40

#### étape 3 : désaccord sur le carré

Le professeur résume la situation : le quadrilatère qui est au tableau est codé (tdp 59, P : « *Alors, est-ce que le fait qu'elle nous ait indiqué les petits signes qui voulaient dire quatre côtés égaux et les petits signes quatre angles droits nous montrent que c'est un carré ?* »). Tous les élèves sont d'accord, sauf quelques élèves. Le professeur repose la question ( min. 8:08, tdp 66, P : « *Si on a une figure avec quatre angles droits et quatre côtés égaux, ce sera obligatoirement un carré ?* »). L'élève qui n'est pas d'accord ajoute qu'il faut des angles droits (min. 8:15, tdp 73, E : « *Avec les angles droits* »). Le professeur finalement conclut sur le carré (min. 8:26, tdp 76, P : « *Ce sera, c'est un carré si c'est quatre angles droits, quatre côtés égaux* »).

#### étape 4 : faire un schéma du rectangle

Robin va au tableau. Il trace à main levée un rectangle. Il code l'égalité des longueurs des côtés opposés. Il marque quatre angles droits. Il indique le (2) pour signifier qu'il a voulu faire le schéma d'un rectangle (cf illustration 41).



Illustration 41

Le professeur lui demande des explications (td 78, P : « *Tu justifies ?* »). Robin explique alors que le quadrilatère est un rectangle du fait de ses côtés égaux deux à deux (min. 9:39, td 79, R : « *C'est un rectangle parce qu'il a deux côtés deux à deux. Deux côtés égaux deux à deux* »). Le professeur attend une autre manière de dire (tdp 82, P : « *Quel et ce mot ?* »). Léa propose « *parallèles* ». Finalement un élève propose « *opposés* » à la suite de la donnée par le professeur de la première lettre « o ». Les professeur résume alors (min. 10:15, tdp 90, P : « *Les côtés opposés sont égaux deux à deux* »). Puis le professeur recentre le propos sur ce qu'a fait Robin (min. 10:18, tdp 90, P : « *Autre information que tu nous mets ?* »). Robin répond « *les angles droits* » sans hésiter. Le professeur résume et demande une confirmation (min. 10:52, tdp 94, P : « *Est-ce que si on a une figure avec les côtés opposés égaux et quatre angles droits, on est persuadé que c'est un rectangle ?* »). Robin est affirmatif (min. 10:54, tdp 95, R : « *Oui* »).

<sup>74</sup> Les codages ne sont pas visibles, nous les avons repassés en rouge.

#### étape 5 : faire le schéma du parallélogramme

Par contre, un élève Noham propose le parallélogramme. Le professeur l'envoie au tableau pour le dessiner (cf illustration 42). Noham code l'égalité des longueurs. Cependant le professeur lui demande de modifier le dessin à main levée de sorte que le quadrilatère ressemble davantage à un parallélogramme (tdp 106, P : « *T'essaie que ce soit, tu me mets qu'il y a des côtés opposés qui sont de même longueur* »)(cf illustration 43). Noham indique qu'il a tracé un parallélogramme en notant (4). Le professeur recentre le propos sur les conditions pour avoir un rectangle, en les opposant aux conditions pour avoir un parallélogramme. Noham hésite. Le professeur repose alors directement la question (min. 12:55, tdp 119, P : « *Donc, s'il y a quatre angles droits, est-ce que ça peut être un parallélogramme ?* »). Cette fois Noham est convaincu (tdp 120, N : « *Non* »). Le professeur insiste sur la différence entre le rectangle et le parallélogramme (min. 13:03, tdp 121, P : « *Donc, la différence en fait entre les deux, entre la figure 2 et la figure 4, ce serait quoi ?* »). Noham reconnaît donc la différence par l'absence d'angle droit (tdp 123, N : « *Qu'il n'y ait pas d'angle droit* »).



Illustration 42

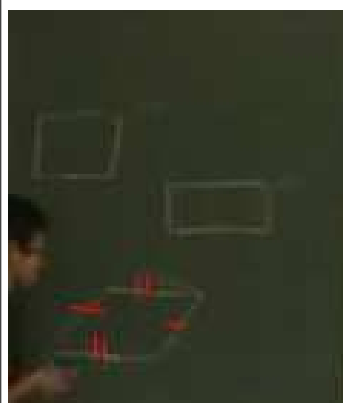


Illustration 43

#### étape 6 : faire le schéma du losange

Léna va au tableau, trace à main levée un losange et code aussitôt l'égalité des longueurs (cf illustration 44). Le professeur lui demande d'expliquer ce qu'elle vient de faire (min. 13:42, tdp 126, P : « *Alors, quelles informations tu nous donnes pour ton losange ?* »). Léna répond sans hésiter (tdp 125, L : « *Quatre côtés égaux* »). Le professeur insiste (tdp 128, P : « *Est-ce que tu nous donnes une autre information ?* »). Elle répond par l'absence d'angle droit (min. 13:48, tdp 129, L : « *Il n'a pas d'angle droit* »). Puis il demande s'il est possible de trouver un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur sans angle droit. Il laisse alors la question en suspens.



Illustration 44

#### étape 7 : mettre ensemble le parallélogramme et le rectangle

Le professeur demande alors de réunir des quadrilatères à partir de points communs (min. 15: 05, tdp 143, P : « *Est-ce que vous pourriez mettre ensemble ces différentes figures parce qu'il y a*

*quelque chose d'identique chez elle, un point commun ? »*). Amélie propose de mettre ensemble le parallélogramme et le rectangle parce qu'ils ont des côtés égaux (tdp 146, A : *« Parce que le rectangle a deux côtés égaux et le parallélogramme aussi »*). Le professeur les suit alors du doigt (cf illustration 45). Il confirme l'assertion (tdp 147, P : *« Tu as raison, un rectangle et un parallélogramme, ils ont la même structure au départ, c'est-à-dire qu'on a à chaque fois, ceci, les deux côtés opposés égaux deux à deux »*). Un élève ajoute alors que la différence tient à la présence des angles droits.

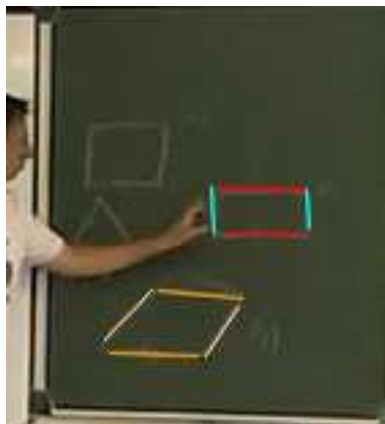


Illustration 45

#### étape 8 : mettre ensemble le losange et le carré

Le professeur demande ensuite d'établir un point commun entre les deux autres (tdp 151, P : *« Est-ce qu'il en est de même pour les deux autres ? »* suivi de tdp 153, P : *« Est-ce qu'il y a un point commun entre le carré et le losange ? »*). Sarah explique qu'ils ont quatre côtés égaux (tdp 158, S : *« Les deux ont quatre côtés égaux »*). Le professeur demande alors la différence. L'absence d'angle droit est nommée (tdp 163, E : *« Le losange, il n'a pas d'angle droit »*).

#### étape 9 : quadrilatères particuliers

Nohan rappelle au professeur un épisode précédent (min. 16:56, tdp 174, P : *« Vous avez dit que le carré, c'était un losange déformé »*). Le professeur corrige le propos (tdp 180, P : *« Le carré est un, sera un losange particulier »*). Il enchaîne aussitôt sur la même question avec d'autres quadrilatères (tdp 182, P : *« Est-ce que vous ne pourriez pas reprendre la phrase que je viens de dire pour autre chose encore ? »*). Léa répond avec les deux autres quadrilatères (min. 17:30, tdp 185, L : *« Le rectangle est un parallélogramme particulier »*).

### **Analyse**

En écrivant au tableau les différents noms de quadrilatères, le professeur attire l'attention des élèves sur ce qui est l'objet d'étude. Il note toutes leurs propositions, ce qui est un moyen de validation des quadrilatères proposés. Le trapèze a un statut particulier, il est effectivement un quadrilatère, le professeur l'a écrit dans la famille des quadrilatères, mais il n'est pas retenu comme quadrilatère à étudier. Il le signifie en le mettant entre parenthèses.

Les quadrilatères particuliers étant listés, le professeur choisit de faire tracer un « schéma » par les élèves. Pour chaque quadrilatère, l'élève trace d'abord un dessin à main levée, le codage devient alors le signe de la prise en compte des propriétés géométriques. Nous voyons que les élèves, collectivement ont des connaissances mathématiques (égalité de longueur des côtés, angles droits, parallèles). Nous notons cependant que le parallélisme des côtés est cité une seule fois et il n'est pas exploité. Aucune relation sur les diagonales n'est citée, ce qui n'est pas surprenant pour des élèves de cycle 3.

Ces différentes propriétés étant codées, le professeur va orienter l'attention des élèves sur certaines familles de quadrilatères. Ainsi le rectangle et le parallélogramme, d'une part, sont regroupés en tant



que quadrilatères ayant des côtés opposés de même longueur et le carré et le losange, d'autre part, en tant que quadrilatères ayant quatre côtés de même longueur. Les symboles utilisés pour le codage d'égalité des longueurs font signe aux élèves dès que le professeur attire leur attention sur le « *quelque chose d'identique* ».

Un élève fait appel à la mémoire didactique de la classe (tdp 174, N : « *Il y a assez longtemps vous avez dit que...* »). Nous apprenons à ce moment-là que le professeur a déjà fait travailler les élèves sur l'inclusion des familles. En évoquant cet épisode, le professeur réinvestit les liens entre « *être dans la même famille* » étudié au cours de cette séance et « *être un cas particulier* » étudié précédemment. Ainsi, le résultat « *le losange et le carré sont dans la même famille parce qu'ils ont quatre côté de la même longueur* » devient « *le carré est un cas particulier du losange* ».

### 7.3.2 - JA2\_S3\_T\_L\_S (17 min.)

L'enjeu est de faire reconnaître quatre quadrilatères dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves Léa et Sirine. Nous découpons en sept étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont une certaine habitude de l'environnement tracenpoche pour la construction des figures.

Des éléments du milieu : le déplacement des points est à interpréter en lien avec les quadrilatères.

Présentation de ce moment :

Le professeur a collectivement proposé une première partie sur les quadrilatères. Il présente ce que les élèves vont avoir à faire, d'abord dans la salle de classe (deux étapes). Puis dans la salle informatique (étapes suivantes), nous retrouvons deux élèves Léa et Sirine.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe dans les deux premières étapes. Ensuite, ils sont indépendants de ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : la consigne

Le professeur explique qu'un exercice est programmé sur labomep. Puis il projette l'exercice programmé (min. 23:39, tdp 242, P : « *Vous avez quatre quadrilatères* ») (cf illustration 46).

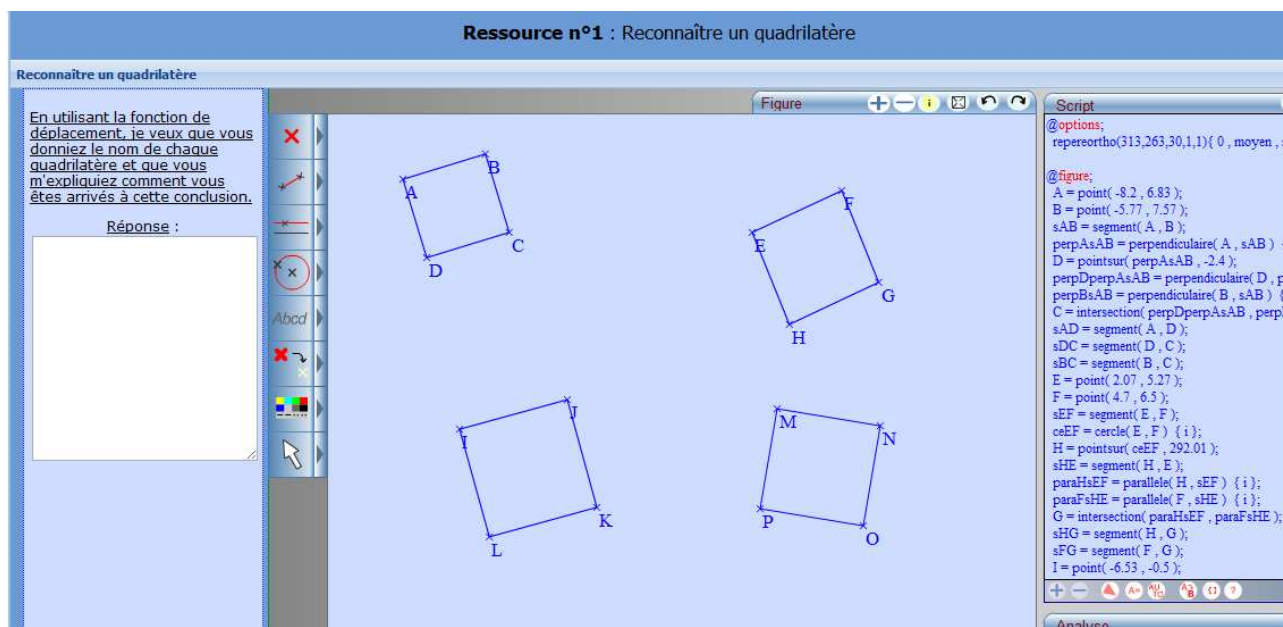


Illustration 46

Le tableau évolue donc de la manière suivante : à gauche, le rappel des noms de quatre quadrilatères particuliers, au centre l'exercice programmé dans tracenpoche, à droite les schémas-figures dessinés



à main levée (cf illustration 47).

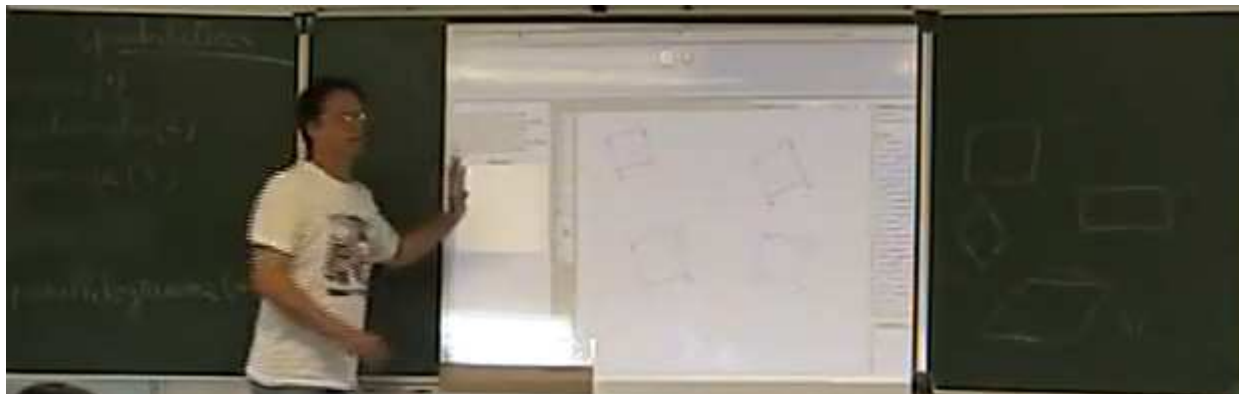


Illustration 47

Il explique alors qu'il faut utiliser la fonction déplacement (min. 23:59, tdp 246, P : « *Je vous demande, en utilisant la fonction "déplacement"* »). Il explique que les élèves ont à donner le nom de ces quadrilatères (min. 24 : 03, tdp 247, P : « *Je veux que vous donniez le nom de chaque quadrilatère* »). Puis il continue en demandant une justification (tdp 247, P : « (Je veux que) *vous m'expliquiez comment vous êtes arrivés à cette conclusion* »).

#### étape 2 : le premier quadrilatère

Il explique que les élèves ont à déplacer le quadrilatère (tdp 249, P : « *C'est-à-dire, le premier, voue déplacez le premier quadrilatère* »). Il fait des gestes avec ses mains (cf illustration 48). Il continue en demandant aux élèves d'imaginer ce qu'il pourrait se passer (tdp 249, P : « *Vous regardez ce qui se passe* »). Puis il commence à écrire le début de la réponse à la main, dans le cadre prévu à cet effet (cf illustration 49). Un élève termine la phrase oralement (tdp 250, P : « *Parce que* »)



Illustration 48

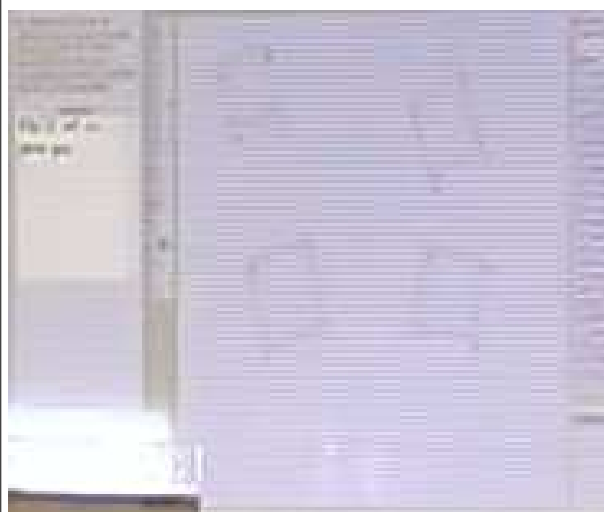


Illustration 49

#### étape 3 : reconnaissance globale

Dès que les deux élèves Léa et Sirine ont accès à l'exercice programmé par le professeur, Sirine - qui a probablement la souris - commence à lire l'énoncé. Immédiatement, elle déplace le point B (min. 1:30, tdp 3, S : « *Je déplace* »). Elle déplace le point F et elle est surprise du résultat (min. 1:46, tdp 6, S : « *Il est bizarre, celui-là* »). Léa conclut alors pour ces deux quadrilatères (min. 2:00, tdp 7, L : « *Donc, ça, c'est un rectangle, ça, c'est un parallélogramme* »). Elle affirme qu'elles ne savent pas ce qu'est le troisième quadrilatère IJKL (tdp 9, L : « *Et ça, c'est quoi ça ?* »). Sirine déplace le point I. Léa conclut à nouveau (min. 2:09, tdp 10, L : « *Ça, c'est un carré* »). Sirine déplace alors le point M. Léa reconnaît alors le quatrième quadrilatère MNOP comme un losange

(min. 2:14, tdp 11, l : « Ça, c'est un losange »).

#### étape 4 : justifier que le quadrilatère est un rectangle

Sirine écrit dans le cadre correspondant que le quadrilatère ABCD est un rectangle. Elle interroge sa voisine sur les raisons de ce choix (min. 3:04, tdp 22, S : « Car quoi ? »). Pour Léa, c'est clair (tdp 23, L : « Quand on le déplace, ça fait un rectangle »). Le professeur qui passe par là revient sur la justification (min. 3:06, tdp 24, P : « Pourquoi ça fait un rectangle ? »). Cette justification lui est insuffisante (tdp 26, P : « Qu'est-ce qui vous permet de dire que c'est un rectangle ? »). Léa justifie par les effets du déplacement (min. 3:16, tdp 28, L : « Parce que, quand on le déplace, ça s'étire comme ça »). Sirine s'appuie sur l'égalité des côtés (min. 3:26, tdp 29, S : « Il y a deux côtés opposés égaux »). Le professeur en demande davantage (tdp 30, P : « Et puis ? »). Sirine montre également les deux autres côtés (tdp 31, S : « Ça aussi c'est égaux »). Léa ajoute alors les angles droits (tdp 32, L : « Deux angles droits »). Sirine corrige aussitôt (tdp 33, S : « Quatre angles droits »). Le professeur s'en va et les deux élèves écrivent alors « ABCD = rectangle car il a deux côtés opposés 2 à 2 et 4 angles droits ».

#### étape 5 : losange ou parallélogramme ?

Sirine s'intéresse maintenant au quadrilatère EFGH. Elle déplace les points E puis F. Léa expose son idée (tdp 53, L : « Je sais... C'est un losange »). Sirine conteste (tdp 54, S : « Non ») et continue à déplacer le point E. Léa propose un parallélogramme (tdp 55, L : « Un parallélogramme ? »). Sirine déplace alors les points N - sachant qu'elle ne parvient pas à déplacer le point O -, puis M. Sirine en déduit que le quadrilatère MNOP ne peut pas être un losange (tdp 56, S : « Ça, c'est pas un losange »). Léa enchaîne sur le nom du quadrilatère MNOP (min. 6:10, tdp 57, L : « Parallélogramme »). Sirine hésite à être d'accord : elle déplace de nouveau le point M en déclarant que MNOP est un parallélogramme (cf illustration 50), elle déplace le point H (cf illustration 51) (min. 6:22, tdp 60, S : « C'est un parallélogramme », tdp 62, S : « Ça, c'est un losange »). Léa sème le doute (tdp 62, L : « Sûre, sûre ? »). Sirine change d'avis (tdp 64, S : « En fait non »). Sirine écrit alors « EFGH = parallélogramme car il y a 2 côtés égaux 2 à 2 sans angle droit ».

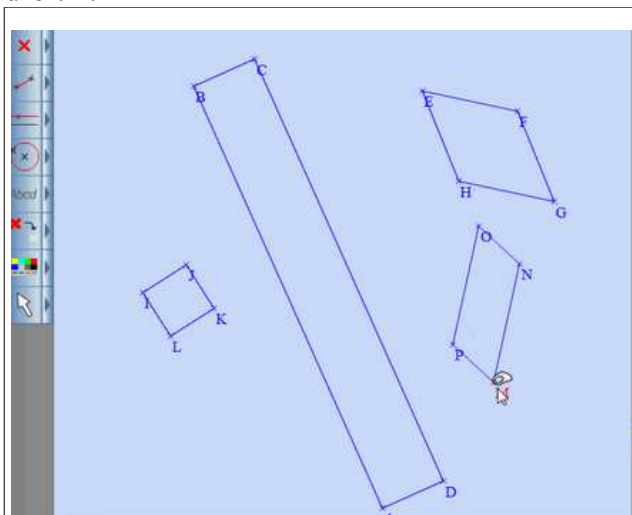


Illustration 50

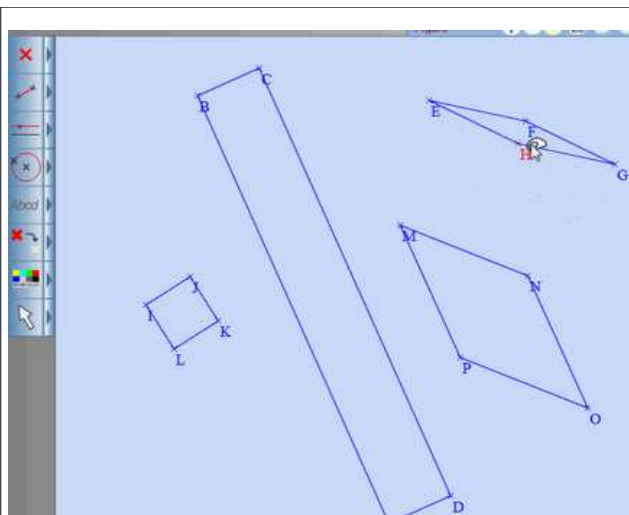


Illustration 51

#### étape 6 : carré

Les deux élèves regardent le quadrilatère IJKL (tdp 84, L : « IJKL, alors égal ? », tdp 86, S : « C'est quoi ? »). Sirine déplace le point J. Elles reconnaissent le carré.

#### étape 7 : losange ou parallélogramme

Les deux élèves terminent : le dernier quadrilatère est un losange (min. 11:24, L : « Et après c'est un losange »). Le professeur arrive et interroge les deux élèves sur la nature du quadrilatère MNOP (tdp 100, P : « MNOP, c'est un losange ? »). Sirine déplace le point P (cf illustration 52). Sirine

proteste (min. 12:27, tdp 104, S : « *Oui, tout à l'heure ça faisait un losange* »). Le professeur renouvelle sa question (tdp 105, P : « *Est-ce que c'est un losange ?* »). Sirine propose alors un « *trapèze* ». Le professeur est dubitatif (tdp 107, P : « *Trapèze ?* »). Léa propose un parallélogramme. Aussitôt, Sirine corrige ce qu'elles avaient dit sur le quadrilatère EFGH (tdp 109, S : « *Parallélogramme, ça veut dire que ça, c'est un losange !* »). Le professeur demande de justifier l'assertion. Léa rappelle l'égalité des longueurs des côtés (min. 12:49, tdp 113, L : « *Parce qu'il y a toujours quatre côtés égaux* »). Elles terminent (cf illustration 53).

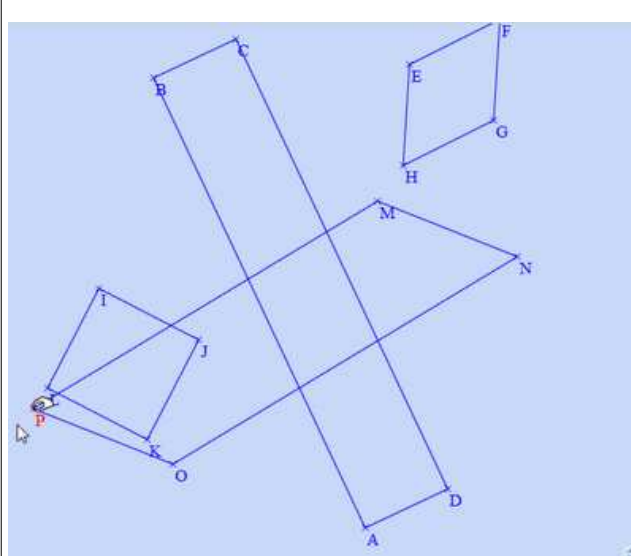


Illustration 52

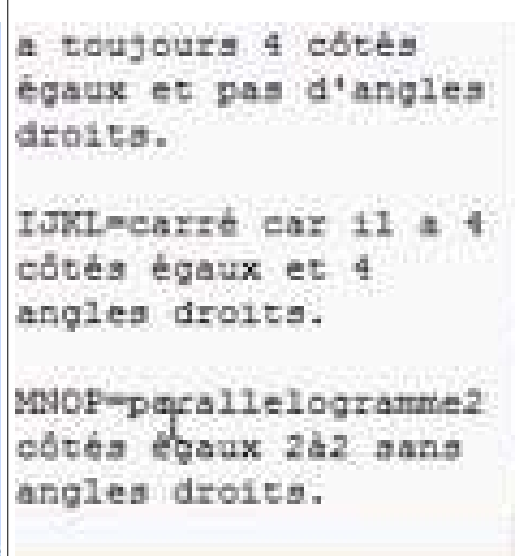


Illustration 53

## Analyse

Dans les deux premières étapes, le professeur définit le jeu. Collectivement, le professeur et les élèves ont tracé des schémas de quadrilatères, qu'ils ont codés. Ces derniers sont encore au tableau lorsque le professeur leur montre l'exercice programmé. Devant leur écran, les élèves lisent l'énoncé. Ils savent immédiatement ce qu'il y a à faire.

Ce qui est premier dans le binôme, c'est la reconnaissance globale : les quatre quadrilatères sont nommés en une minute (min. 1:07 à 2:14). Les élèves ont inversé le parallélogramme et le losange. Cependant, à ce moment, aucune remise en cause n'est possible, d'autant que les deux élèves sont d'accord.

Le professeur a été très rapide dans la définition : il règle le jeu de manière à s'assurer que les élèves sont dans le jeu attendu. Il vient deux fois auprès des élèves, une première pour demander des justifications, une deuxième pour contester une affirmation des deux élèves.

Ce qui est intéressant de noter ici, ce sont les arguments pour décider de la nature des quadrilatères EFGH et MNOP. Les deux élèves sont en train de travailler sur le quadrilatère EFGH : le point E est déplacé. Léa propose comme nom le losange (ce qui est attendu). Devant le refus de Sirine, Léa propose alors un parallélogramme (ce qui est juste, mais ce n'est pas attendu). Sirine quitte alors le quadrilatère EFGH et va sur le quadrilatère MNOP. Elle déplace N et conclut que celui-là ne peut pas être un losange. Léa confirme donc que MNOP est un parallélogramme (ce qui est attendu). Autrement dit, c'est le fait de voir l'autre quadrilatère (MNOP) qui permet de répondre au problème posé sur le premier quadrilatère (EFGH). Évidemment, cette comparaison conduit à des résultats parce que les élèves ont interprété l'exercice de la manière suivante : quatre quadrilatères précédemment cités (parallélogramme, carré, rectangle, losange) sont à retrouver dans les quatre quadrilatères présentés dans l'exercice du professeur. Au moment d'écrire la réponse, elles changent d'avis (il est difficile de savoir pourquoi).

Lorsque le professeur arrive, deuxième moment de régulation, les deux élèves sont précisément en

train de travailler sur le quadrilatère MNOP. Le déplacement du point P donne à voir un quadrilatère qui n'a pas les quatre côtés de même longueur (cf illustration 54). Sirine semble mécontente de l'effet du résultat : clairement, ce ne peut pas être un losange alors qu'elle avait vu un losange (elle a laissé à certains moments le quadrilatère MNOP de sorte à voir un losange (cf illustration 55).

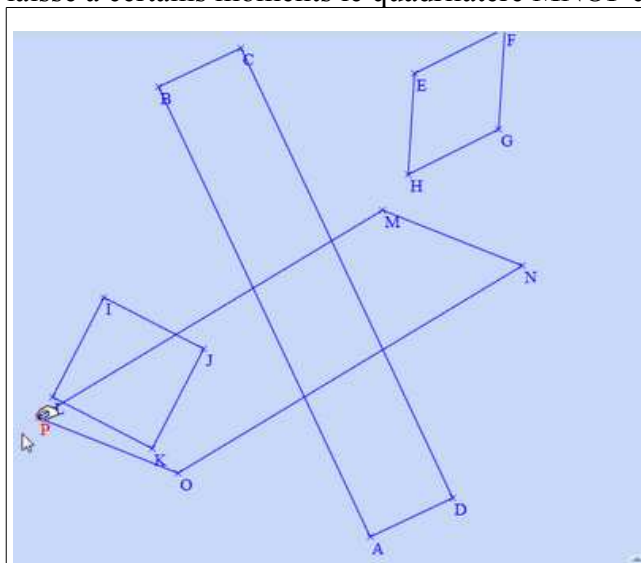


Illustration 54

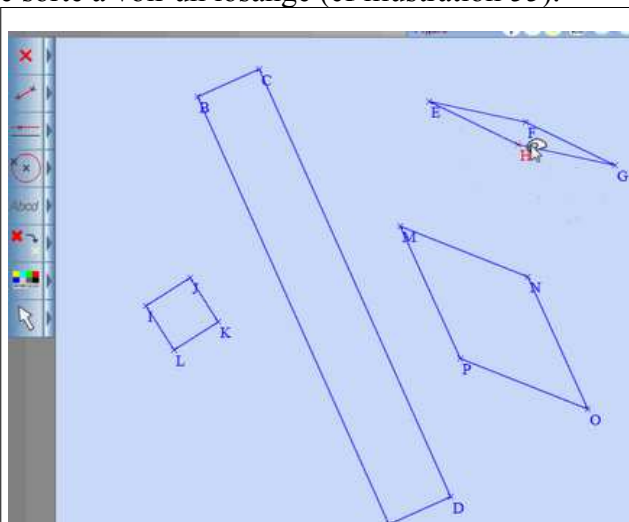


Illustration 55

Dès qu'elle réalise que le quadrilatère MNOP est un parallélogramme, alors elle pense aussitôt au quadrilatère EFGH qui, par conséquent doit être un losange. Pour conclure, nous voyons deux élèves qui déterminent la nature du quadrilatère en fonction de l'autre.

### 7.3.3 - JA3\_S3\_T (3 min.)

L'enjeu est de faire partager collectivement les résultats du déplacement exploratoire pour le rectangle, le losange et le carré. Nous découpons en six étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu peut être atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont découvert le déplacement exploratoire dans l'environnement tracenpoche. Ils ont à expliquer ce qu'ils ont fait. Ils ont l'habitude de commenter leur production.

Des éléments du milieu : le déplacement des points effectué dans les binômes est à faire partager collectivement.

Présentation de ce moment :

Les élèves ont effectué la tâche de reconnaissance des quadrilatères dans l'environnement tracenpoche. Ils ont enregistré leur travail. Ils reviennent en classe.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : reprise par le professeur

Le professeur fait préciser les conditions de réalisation de l'exercice (min. 94:14, tdp 285, P : « *Qu'est-ce qu'on avait l'impression d'avoir devant les yeux au départ de l'exercice ?* »). Sarah explique qu'il y avait des carrés. Le professeur demande des précisions (tdp 94:24, tdp 289, P : « *Qu'est-ce qui était particulier dans cet exercice ?* »). Un élève parle alors du déplacement (tdp 290, E : « *De les bouger* »). Le professeur fait alors évoquer les effets du déplacement (tdp 291, P : « *De quoi se rendait-on compte ?* »). Robin explique que les quadrilatères n'étaient plus des carrés (min. 94:36, tdp 292, R : « *Que ce n'était plus des carrés* »). Puis un élève rappelle qu'il en restait un, ce que le professeur confirme.

### étape 2 : le rectangle de Léa et Sirine

Le professeur affiche la production de Léa et Sirine (que nous avons analysée par ailleurs). Le

professeur commence à déplacer le point A et explique ce qu'il fait (tdp 295 et 297, P : « *Par exemple, si on bouge ABCD qui est ici, en le bougeant, ce sera toujours quoi ?* »). Les élèves complètent collectivement (tdp 298, Es : « *Un rectangle* »). Le professeur demande la justification à Sirine, qui lit le texte écrit précédemment qui s'affiche (cf illustration ) (tdp 301, S : « *ABCD est un rectangle parce qu'il a deux côtés égaux deux à deux, et quatre angles droits* ») (cf illustration 56).

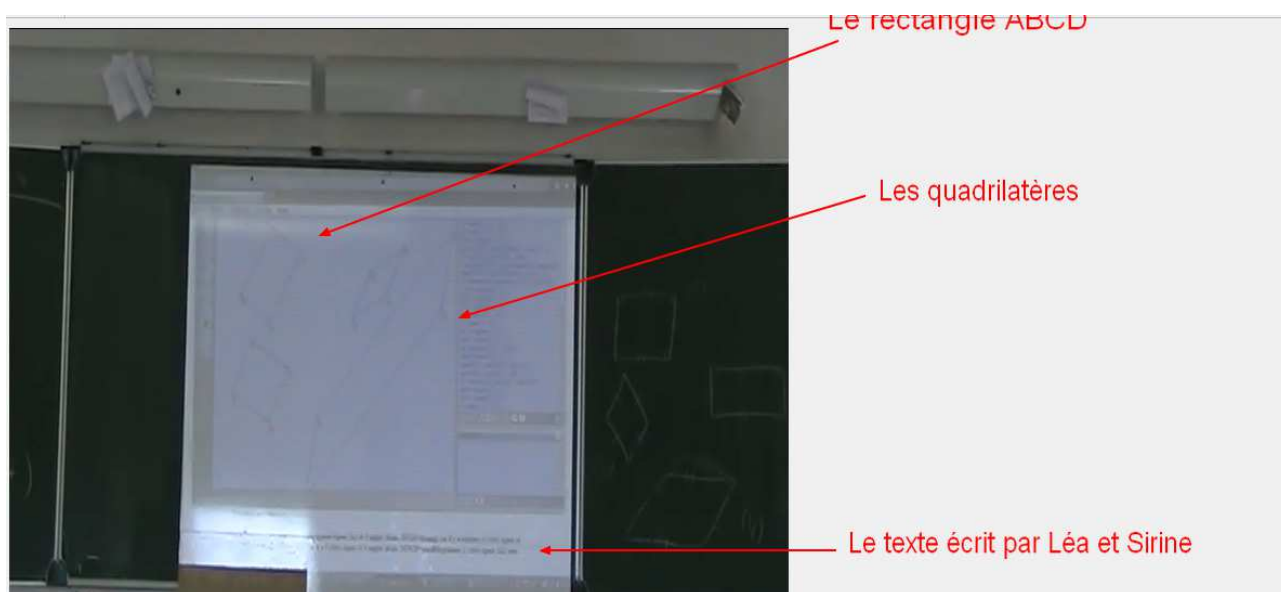


Illustration 56

#### étape 3 : losange et carré

Le professeur passe au quadrilatère EFGH (min. 96:15, tdp 313, S : « *On a dit que c'était un losange car il a toujours quatre côtés égaux et pas d'angle droit* »). Le professeur acquiesce (tdp 314, P : « *Quoiqu'on fasse pour le bouger, on n'obtiendra pas d'angle droit* »). Puis le professeur reprend la chronologie de l'exercice (tdp 314, P : « *Au départ, qu'est-ce qu'on avait ?* »). Sirine se souvient justement (S : « *Un carré* »). Le professeur continue établissant un lien entre le carré du départ et le losange (tdp 316, P : « *Dans un losange, on peut faire quoi ?* »). Il insiste (tdp 316, P : « *On a dit que le carré, c'était ?* »). Sirine conclut (min. 96:35, tdp 317, S : « *Un losange particulier* »). Il revient sur la question de l'absence d'angle droit en insistant sur la définition du losange (tdp 318, min. 97:09, P : « *On dit que c'est un losange parce qu'il a quatre côtés égaux. Ça nous suffit. C'est la définition du losange* »).

### **Analyse**

Le professeur prend comme support l'exercice enregistré par Léa et Sirine pour institutionnaliser le déplacement exploratoire, que les élèves ont découvert. Il reconnaît que cette connaissance instrumentale est nouvelle (tdp 289, P : « *Qu'est-ce qui était particulier dans cet exercice (...) ?* »). Puis il résume la situation : le déplacement permet de reconnaître les quadrilatères (perception globale). Il précise qu'il y a un carré et trois quadrilatères qui ne sont pas des carrés. Il choisit également le texte écrit par Léa et Sirine pour donner à voir les propriétés qui sont conservées au cours du déplacement (perception locale). Enfin, il fait réinvestir le lien qu'il avait évoqué précédemment, entre le carré et le losange. Il tente de montrer que le carré est obtenu à partir du losange à partir du moment où il a en plus des angles droits (déplacement mou<sup>75</sup>). Il l'évoque également à partir du losange qui ressemblait à un carré (position particulière) qui devient un losange (en général).

<sup>75</sup> Déplacement mou (Restrepo, 2008) : le déplacement mou consiste à déplacer pour donner une forme particulière pour terminer la figure.



## **7.4 - Conclusion par rapport à cette classe**

### **7.4.1 - Rappel de la chronologie**

Le professeur a choisi d'organiser la situation sur une seule séance de 110 minutes. Nous nous sommes particulièrement intéressés à la manière dont le professeur présente les quadrilatères, leurs propriétés et les liens entre eux (JA1\_S3\_T) puis nous avons analysé le point de vue de deux élèves dans la tâche de reconnaissance de quatre quadrilatères dans l'environnement tracenpoche (JA3\_S3\_T\_L\_S).

### **7.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **7.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Dans cette classe, le déplacement exploratoire n'est pas explicité : les élèves ont à reconnaître, dans l'environnement tracenpoche, quatre quadrilatères, un carré, un losange, un rectangle et un parallélogramme en déplaçant les points. À partir du déplacement, l'élève doit être capable de nommer la quadrilatère. Autrement dit, ce que le professeur envisage d'abord c'est une reconnaissance globale. Nous avons analysé la recherche de Léa et Sirine. Elles déplacent les points dès le début. Les changements consécutifs aux déplacements des points font signe. Différents quadrilatères sont modifiés successivement et rapidement au gré du mouvement de la souris. Elles reconnaissent un rectangle sans hésiter, c'est-à-dire que l'ensemble des quadrilatères obtenus a une propriété qu'elles reconnaissent. Quelle que soit la position des points, le quadrilatère est un rectangle. Elles en concluent que le quadrilatère ABCD est effectivement un rectangle. Ce passage de « tous les quadrilatères qui s'affichent à l'écran sont des rectangles » à « le quadrilatère ABCD est un rectangle » ne pose pas de problème.

Par ailleurs nous notons que la reconnaissance du losange passe par celle du parallélogramme : les élèves s'appuient sur les différents quadrilatères MNOP obtenus à l'écran pour dire que c'est un parallélogramme. La « figure » parallélogramme en tant qu'ensemble des parallélogrammes qui s'affichent à l'écran est comparé à la « figure » losange. Puis finalement les deux élèves intervertissent les deux à la dernière minute. Ainsi cette technique nouvelle du déplacement exploratoire propre à l'environnement tracenpoche conduit ici les élèves à appréhender la notion de « figure », en tant qu'ensemble de parallélogrammes ou de losanges, les uns étant mis en parallèle avec les autres. Cette technique de confrontation est impossible dans l'environnement papier-crayon. Nous notons cependant que le problème de validation est entier : les deux élèves comparent les deux quadrilatères concluent oralement correctement, puis elles écrivent autre chose du fait de l'incertitude de l'une d'elles.

### **7.4.4 - Initiatives du professeur**

Le professeur de cette classe utilise le schéma pour donner à voir les différentes propriétés des quadrilatères. À tour de rôle, les élèves vont tracer le schéma d'un quadrilatère. À partir de ces schémas, le professeur fait regrouper les quadrilatères en ensemble de quadrilatères ayant des propriétés communes (rectangle et parallélogramme d'une part, carré et losange d'autre part). Un élève rappelle alors au professeur un lien qu'ils avaient établi précédemment, la notion de quadrilatère particulier (le carré est un cas particulier de losange). Le professeur reprend cette idée

dans l'environnement tracenpoche dans la phase d'institutionnalisation, le carré peut être obtenu à partir du losange à partir du moment où il a une propriété supplémentaire à savoir des angles droits.

## **8 - Conclusion partielle concernant la situation 3, mise en œuvre dans les classes**

### **8.1 - Rappels de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **8.2 - Résultats par rapport à nos questions de recherche**

Le déplacement exploratoire pour identifier les invariants de la figure est une nouvelle connaissance instrumentale. Nous reprenons la définition donnée par Restrepo (2008, p.43) : « Étant donné une construction, on déplace les points afin de trouver les invariants. Ainsi on peut identifier les propriétés géométriques de la figure ». Par ailleurs, les constructions proposées aux élèves, les quadrilatères ABCD, EFGH, IJKL et MNOP, sont des figures dans le sens où Laborde et Capponi (1994, p. 168) l'ont défini « La figure géométrique consiste en l'appariement d'un référent donné à tous les dessins, elle est définie comme l'ensemble des couples formés de deux termes, le premier terme étant le référent, le deuxième étant un des dessins qui le représente ; le deuxième terme est pris dans l'univers des dessins possibles du référent ». Dans cette situation 3, la figure prend un sens particulier dans la mesure où l'élève a des dessins possibles (il est peu probable qu'il parcourt tous les possibles). Il doit alors déterminer le référent. C'est ainsi qu'il passe du dessin, qui perceptivement a des propriétés vues, à la figure, en tant qu'ensemble de dessins ayant la même propriété. Dans les classes que nous avons observées, le professeur donne à voir les différents quadrilatères. Les professeurs des classes de M et de PB privilégient les propriétés globales (la nature des quadrilatères), celui de la classe de PB les propriétés locales (angles et côtés). Pour les binômes étudiés, A-Pr, F-Sh, L-S, le déplacement exploratoire permet aux élèves d'appréhender la « figure » et non le « dessin » : ils ne se contentent pas de dire qu'ils voient des carrés. Nous notons qu'ils établissent un lien immédiat entre les « traces à l'écran » et le quadrilatère générique : dès qu'ils déplacent le point A dans le quadrilatère ABCD par exemple, ils concluent que le quadrilatère est un rectangle. Chaque quadrilatère spécifique à l'écran est reconnu comme un rectangle. Les élèves ont l'habitude de reconnaître un rectangle dans l'environnement papier-crayon, le quadrilatère spécifique à ce moment précis est un rectangle en tant que rectangle parce qu'il a quatre angles droits, attesté par l'usage de l'équerre. Un autre quadrilatère sera encore reconnu comme un rectangle à un autre moment de la même manière. La spécificité du logiciel de géométrie dynamique est de présenter plusieurs rectangles, dans un temps très court (les quadrilatères différents s'enchaînent au gré du mouvement des points déplaçables). Le logiciel propose « en continu » des rectangles. Cette nouvelle technique permet donc à l'élève de voir le rectangle de manière générique, renforçant ainsi le concept de rectangle.

Nous avons proposé quatre quadrilatères à reconnaître dans cette situation. Le rectangle ABCD et le carré IJKL sont reconnus par les élèves que nous avons observés. Si l'on consulte les programmes officiels (BO, 2008), nous savons que ces deux quadrilatères sont objets d'étude dès le cycle 2. Nous pouvons en déduire qu'ils sont connus des élèves. Par contre, le losange et le parallélogramme sont moins connus. Les hésitations des élèves nous le montrent.

Alex et Prune ont recours à deux propriétés connues, une première dans le parallélogramme, à savoir ses diagonales ne sont pas perpendiculaires (ils les nomment axe de symétrie, ils parlent

d'angles droits également) et une deuxième dans le losange, à savoir les diagonales sont perpendiculaires, pour régler le différent. Prune fait déplacer les points pour montrer que tous les quadrilatères ont une propriété commune, à savoir les diagonales sont perpendiculaires. Alex fait déplacer les points pour obtenir un quadrilatère qui n'a pas cette propriété, à savoir les diagonales ne sont pas perpendiculaires. Le professeur n'intervient pas directement dans les échanges.

Florie et Shadé reconnaissent le parallélogramme à partir du moment où elles ont les informations sur les longueurs des côtés. La conclusion « *le quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur* » fait signe. Elles en déduisent que le quadrilatère est un parallélogramme. Le professeur n'intervient pas directement.

Léa et Sirine reconnaissent les deux en les opposant. Elles déplacent toujours l'un puis l'autre. Elles hésitent et finalement, les confondent. Le professeur intervient à un moment (« *Est-ce que c'est un losange ?* », question posée deux fois). Ce doute suffit à modifier la proposition et dans le même temps de modifier le deuxième. La réponse attendue ne peut passer que par le lien établi entre les propriétés caractéristiques des quadrilatères énoncées par ailleurs et les différents dessins à l'écran. Deux types d'erreurs peuvent donc être présentes. D'une part, les propriétés ne sont pas connues (ou mal connues) de l'élève, dans ce cas, le professeur doit être présent (Léa et Sirine).

D'autre part, les dessins à l'écran ne sont pas correctement déchiffrés par l'élève, dans ce cas, le professeur doit être présent sauf si une technique ancienne peut être accessible (Florie et Shadé mesurent les segments). La validation ne peut pas venir du seul logiciel. Le déplacement donne à voir à l'élève les propriétés en « continu », mais l'interprétation est à la charge de l'élève. L'environnement tracenpoche ne permet pas à lui seul de contrôler cette interprétation. Le professeur doit donc être présent, d'une manière ou d'une autre. Dans les classes de M et de PB, le professeur se déplace de binômes en binômes. Dans la classe de T, il présente les exercices de chaque élève. Les analyses donnent à voir la manière de faire des professeurs à certains moments. La question de l'institutionnalisation de cette nouvelle technique est posée : nous pouvons imaginer des réponses erronées d'élèves qui ne sont pas retravaillées individuellement ou collectivement.

Nous avons envisagé l'introduction du déplacement exploratoire pour donner à voir les inclusions dans les ensembles de quadrilatères. Le professeur de la classe de M choisit de l'évoquer pour un cas particulier (le parallélogramme, le losange puis le carré). Le professeur de la classe de T présente ces inclusions à deux reprises. Une première fois, il donne à voir sur les schémas à main levée le lien entre le rectangle et le parallélogramme d'une part et le carré et le losange d'autre part. Une seconde fois, il revient sur ces inclusions en donnant à voir le losange qui devient un carré. L'environnement tracenpoche est alors le lieu qui permet de « donner vie » à ce qui avait été énoncé précédemment : les élèves voient le losange devenir un carré. Cette action est alors accompagnée du discours du professeur « Le carré est un cas particulier du losange ». Autrement dit, une technique nouvelle (nouveau), ici le déplacement exploratoire, permet de donner du sens à ce qui avait déjà fait l'objet d'une étude dans l'environnement papier-crayon. Elle peut donc conduire l'élève à donner un nouveau sens à cette propriété géométrique (ancien).

### 8.3 - Perspectives

Dans les différentes classes, le professeur est plutôt discret au moment de la rencontre de l'élève avec les quadrilatères dans l'environnement tracenpoche. Dans la classe de M, le professeur donne à voir ce qu'est le déplacement exploratoire en faisant déplacer le point A. Par contre, il laisse à la charge de l'élève de nommer ce qu'il voit. Dans les classes de PB et de T, les professeurs écrivent dans la consigne de l'exercice que l'élève a à déplacer les points, comme il a appris à déplacer pour valider leur propre construction. Puis ils s'effacent pour permettre à l'élève de s'approprier cette nouvelle technique. Il semblerait donc que du point de vue des professeurs ce type de déplacement a à voir avec le déplacement pour valider une construction. De notre point de vue, nous ne l'avons pas envisagé ainsi. En effet, lorsque l'élève doit faire une construction, par exemple, s'il pense avoir tracé la perpendiculaire à (AB) passant par A, il s'attend à ce que le déplacement d'un point



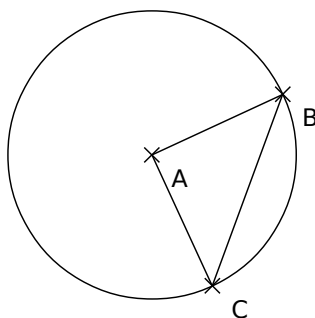
déplaçable doit donner à voir encore la perpendiculaire à (AB) passant par A. Par contre, dans le cas du déplacement exploratoire, l'élève déplace les points déplaçables. Il ne sait pas ce qu'il va voir. Il doit donc voir ce qui est toujours vérifié. Il nous semble donc intéressant de voir que cette différence de point de vue entre le professeur et le chercheur n'a pas gêné la mise en œuvre dans les classes. Par ailleurs, les professeurs ont fait des choix différents sur ce que l'élève doit chercher à voir. Dans les classes de M et T, l'élève doit reconnaître les quadrilatères. Dans la classe de PB, l'élève doit d'abord reconnaître les propriétés. Nous pouvons donc nous interroger sur la manière d'introduire cette technique nouvelle et de la faire partager tant du point de vue du chercheur, des professeurs ou des élèves.

## Situation 4

### 1 - Description de la situation

La situation est composée de deux moments. Le premier se déroule autour d'un triangle ABC rectangle et isocèle en A et du cercle de centre A, passant par le point B. Le deuxième moment concerne le triangle équilatéral et un triangle défini par trois longueurs.

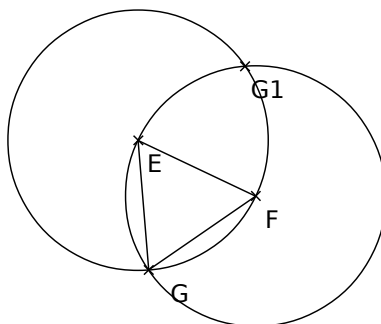
Le premier moment :



*Illustration 1:*

Le premier moment est constitué de trois temps. Les deux premiers sont proposés dans l'environnement papier-crayon. Il s'agit d'abord, de reconnaître les éléments géométriques de la figure (cf illustration 1) puis de la reproduire avec des contraintes instrumentales : les élèves peuvent utiliser le compas, la règle non graduée, l'équerre. Le troisième temps est consacré à la reproduction du triangle ABC rectangle et isocèle en A et du cercle dans l'environnement tracenpoche dans des conditions particulières. Une personne (professeur ou élève) manipule et l'écran est public. Ainsi il s'agit de transposer les actions de tracé dans l'environnement papier-crayon en des commandes verbalisées pour permettre à celui qui a la souris d'effectuer les actions de construction dans l'environnement tracenpoche.

Le deuxième moment :



*Illustration 2:*

Le deuxième moment est constitué de deux temps. Le premier concerne la construction du triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche (illustration 2). Enfin, le deuxième temps concerne le tracé de triangle défini par la longueur des trois côtés dans l'environnement tracenpoche (cf illustration 3).

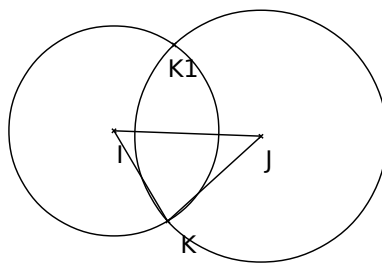


Illustration 3:

## 2 - Les choix de conception

Nous faisons le choix d'introduire le cercle, comme outil mathématique, dans le report des longueurs. Dans l'environnement papier-crayon, le report des longueurs peut être fait avec la règle graduée ou le compas. Dans l'environnement tracenpoche, comme nous l'avons déjà signalé, ce report de longueur ne peut être fait que par le tracé d'un cercle intermédiaire (« symbiose instrumentale », Assude, 2007). Notre choix s'est alors porté sur la construction d'un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche, sachant que le triangle équilatéral est un polygone connu des élèves (« juste distance », *Ibid.*). Nous pensons que le cercle, en tant qu'outil intermédiaire, n'est pas nécessairement une connaissance accessible aux élèves. Nous avons donc proposé une tâche de reconnaissance et de construction dans l'environnement papier-crayon de sorte à présenter les propriétés du cercle (« entrelacement », *Ibid.*). Enfin, nous envisageons une tâche de construction d'un triangle défini par la longueur des trois côtés dans l'environnement tracenpoche (« symbiose instrumentale », *Ibid.*).

## 3 - Analyse a priori

### 3.1 - Analyse a priori descendante du point de vue des savoirs mathématiques

Dans cette situation, il s'agit de travailler sur le cercle, en tant qu'ensemble de points à égale distance d'un point donné. Dans le premier moment, il s'agit d'étudier la définition du cercle sous la forme suivante : deux points d'un cercle sont équidistants du centre. Ici cette définition se décline de la façon suivante : « si deux points B et C sont sur le cercle de centre A, alors les segments [AB] et [AC] sont de même longueur ». Ainsi, le triangle ABC est isocèle en A parce les segments [AB] et [AC] ont la même longueur. Dans le deuxième moment, la définition du cercle est utilisée en tant qu'outil pour la construction de deux segments de même longueur ou de deux segments de longueur donnée. Dans cette situation, cette définition se décline de la façon suivante : « si  $EF = EG$ , alors G est sur le cercle de centre E passant par F » ou « si  $EF = FG$ , alors G est sur le cercle de centre F passant par E » pour le temps 1 ou encore « si  $IK = 5 \text{ cm}$ , alors K est sur le cercle de centre I et de rayon 5cm » pour le temps 2.

Le contexte mathématique est fourni par la présence de trois triangles, le triangle rectangle et isocèle, qui est un triangle qui a deux côtés de même longueur et un angle droit, du triangle équilatéral, qui est un triangle qui a trois côtés de même longueur et d'un triangle, défini par la donnée de trois longueurs.

Les techniques possibles pour des élèves de cycle 3 reposent sur l'usage des instruments usuels de tracé et de mesure dans l'environnement papier-crayon. Ainsi, pour affirmer que les deux segments [AB] et [AC] sont de même longueur, une technique possible pour un élève de cycle 3 est qu'il mesure avec la règle graduée. La nécessité du recours au cercle et donc de l'utilisation du compas est introduite par l'impossibilité d'utiliser la règle graduée. Ici, une technique attendue est de justifier l'égalité des longueurs puisque ce sont deux rayons du cercle. L'analyse de la figure dans l'environnement papier-crayon doit permettre de mettre en évidence le rôle du cercle, et d'attester

ainsi de l'égalité des longueurs sans l'usage de la règle graduée. Le recours au cercle sera ensuite indispensable dans l'environnement tracenpoche pour reporter une longueur.

### 3.2 - Analyse *a priori* ascendante du point de vue des actions possibles des élèves

Pour faciliter la lecture, nous présentons d'abord les différents types de tâches et de techniques sous forme de tableau puis nous expliciterons. Nous respectons un ordre chronologique.

Type de tâches	Tâches	Type de techniques	Techniques
T4 : reconnaître une figure	t4,7,pc reconnaître un triangle ABC rectangle et isocèle en A, placé à l'intérieur du cercle de centre A et de rayon AC.	RPpc	$\tau_{4,7,pc,1}$ voir les objets géométriques de manière perceptive
		RPTpc	$\tau_{4,7,pc,2}$ voir les objets géométriques de manière perceptive et de vérifier les propriétés en utilisant les instruments habituels
		RPTMpc	$\tau_{4,7,pc,3}$ justifier les propriétés géométriques à partir des éléments géométriques de la figure
T3 : reproduire une figure	t3,10,pc tracer un cercle de centre A qui passe par le point A  t3,11,pc tracer un triangle ABC rectangle et isocèle en A	CIpc	$\tau_{3,10,pc,1}$ utiliser le compas.
		CIpc	$\tau_{3,11,pc,1}$ prendre l'équerre pour tracer l'angle droit en A et la règle pour mesurer une même longueur de chaque côté de l'angle.
		CIpc	$\tau_{3,11,pc,2}$ prendre l'équerre pour tracer l'angle droit en A, et le compas pour reporter la même longueur de chaque côté de l'angle.
T5 : travailler avec un programme de construction	t5,3,tep traduire des actions passées de tracer en des phrases d'action dans l'environnement tracenpoche		$\tau_{5,3,tep,1}$ revenir sur sa propre construction et dégager les propriétés.
	t5,4,tep traduire les phrases d'action en des actions effectives	PCtep	$\tau_{5,4,tep,1}$ construire à partir du programme de construction dicté par un élève.
T2 : construire une figure	t2,8,tep tracer un triangle équilatéral	CPtep	$\tau_{2,8,tep,1}$ placer un point libre G perceptivement à la même distance de E que le point F, le segment [EF] étant tracé.
		CPMtep	$\tau_{2,8,tep,2}$ tracer le cercle de centre E passant par le point F et le cercle de centre F passant par E, mais placer

			le point G, de manière perceptive.
		CPTtep forte	$\tau_{2,8,tep,3}$ tracer le cercle de centre E passant par le point F, le cercle de centre F passant par E et placer alors le point G à l'intersection des deux cercles.
	t <sub>2,9,tep</sub> tracer un triangle dont les longueurs des côtés sont fixée	CPtep	$\tau_{2,9,tep,1}$ tracer trois segments de longueur voulue et les disposer pour avoir le triangle attendue.
		CPMtep	$\tau_{2,9,tep,2}$ tracer un premier segment de longueur voulue, deux cercles de rayon souhaité mais le troisième point est placé perceptivement à l'intersection des deux cercles.
		CPTtep forte	$\tau_{2,9,tep,3}$ tracer un premier segment de longueur voulue, deux cercles de rayon souhaité mais le troisième point est placé à l'intersection des deux cercles.

Dans le premier temps du moment 1, les élèves sont confrontés à un type de tâches, noté T4, à savoir reconnaître une figure. Plus précisément, ils ont la tâche, notée t<sub>4,7,pc</sub> qui consiste à reconnaître un triangle ABC rectangle et isocèle en A, placé à l'intérieur du cercle de centre A et de rayon AC.

Une première technique, notée  $\tau_{4,7,pc,1}$ , de type RPpc<sup>76</sup> revient à voir les objets géométriques de manière perceptive, par exemple le triangle est décrit comme un triangle rectangle parce que l'angle droit est perçu.

Une deuxième technique, notée  $\tau_{4,7,pc,2}$ , de type RPTpc<sup>77</sup> revient à voir les objets géométriques de manière perceptive et de vérifier les propriétés en utilisant les instruments habituels tels que l'équerre, la règle graduée ou le compas, par exemple le triangle est décrit comme un triangle rectangle parce que l'angle droit est vérifié avec l'équerre, ou il est décrit comme un triangle isocèle parce que les longueurs des deux côtés ont été mesurées avec la règle graduée et qu'elles sont égales.

Une troisième technique, notée  $\tau_{4,7,pc,3}$ , de type RPTMpc<sup>78</sup> revient à voir les propriétés géométriques à partir des éléments géométriques de la figure, par exemple le triangle est isocèle parce que les longueurs des deux côtés sont reconnues comme égales parce qu'elles correspondent à des rayons d'un même cercle.

Dans le deuxième temps, les élèves ont un autre type de tâche, T3 à savoir reproduire une figure. L'analyse de la figure à reproduire est à leur charge. Notons cependant que la chronologie du tracé n'est pas imposée, il peut être commencé par le cercle ou par le triangle rectangle et isocèle.

Pour reproduire la figure, les élèves ont deux tâches, t<sub>3,10,pc</sub>, à savoir tracer un cercle de centre A

76 Technique RPpc : technique de reconnaissance qui repose sur la perception dans l'environnement papier-crayon. On se place au niveau du dessin.

77 Technique RPTpc : technique de description perceptivo théorique (Assude et Gelis, 2002) qui repose sur l'utilisation des instruments (les instruments usuels de tracé et de mesure) dans l'environnement papier-crayon. On se place au niveau de la figure.

78 Technique RPTMpc : technique de reconnaissance perceptivo théorique (Assude et Gelis, 2002) qui repose sur les propriétés mathématiques déduites de la figure dans l'environnement papier-crayon. On se place au niveau de la figure.

qui passe par le point A d'une part et  $t3,11,pc$ , tracer un triangle ABC rectangle et isocèle en A. Pour tracer le cercle de centre A et passant par B, une technique, notée  $\tau3,10,pc,1$ , de type CIpc<sup>79</sup>, nous semble la seule envisageable à notre niveau d'étude, à savoir l'élève utilise le compas, en plaçant la pointe sur le point A et il écarte le compas jusqu'à ce que le tracé passe par le point B. Pour tracer le triangle ABC rectangle et isocèle en A, une première technique, notée  $\tau3,11,pc,1$ , de type CIpc consiste à prendre l'équerre pour tracer l'angle droit en A et la règle pour mesurer une même longueur de chaque côté de l'angle (cette technique doit être exclue si la règle graduée n'est pas accessible). Une deuxième technique, notée  $\tau3,11,pc,2$ , de type CIpc revient à prendre l'équerre pour tracer l'angle droit en A, et le compas pour reporter la même longueur de chaque côté de l'angle (avant d'avoir tracé le cercle ou après). Une troisième technique, notée  $\tau3,11,pc,3$ , de type CPpc<sup>80</sup> est d'utiliser les instruments qui ne sont pas adéquats pour la reproduction, par exemple prendre la règle non graduée pour tracer l'angle droit.

Dans le troisième temps, il s'agit d'un type de tâches, noté T5, à savoir travailler avec un programme de construction. Dans le cas présent, la spécificité de la tâche, notée  $t5,3,tep$  tient au fait qu'il s'agit de traduire les actions de tracé déjà menées dans l'environnement papier-crayon en des instructions qui seront réalisés par un tiers dans l'environnement tracenpoche, donc sans avoir à mener soi-même ces actions. La réalisation des actions étant effectuée par le professeur ou un autre élève, les élèves sont contraints de formuler ce qu'ils pourraient faire eux-mêmes. C'est la réalisation effective par autrui qui valide ou non leurs suggestions. C'est le récepteur qui a pour tâche de traduire les propositions en des actions dans l'environnement tracenpoche, tâche que l'on notera  $t5,4,tep$  dans le cas où le récepteur est un élève.

Une technique, notée  $\tau5,3,tep,1$  consiste à revenir sur sa propre construction et d'en dégager les propriétés pour les exposer à un tiers. Les élèves peuvent nommer les différentes étapes qui leur ont permis de faire la figure avec les instruments usuels de tracé et de mesure. Ils le traduisent pour se faire comprendre par celui qui est chargé de la réalisation. Par exemple, l'action dans l'environnement papier-crayon « j'ai pris la règle pour faire un segment [AB] » peut être formulée en une action dans l'environnement tracenpoche par « Trace un segment [AB] ».

Pour traduire les actions dans l'environnement tracenpoche, une seule technique de construction notée  $\tau5,4,tep,1$ , de type PCtep consiste à utiliser ses connaissances instrumentales et mathématiques pour traduire les phrases d'action en des actions réelles, ceci n'est possible que si la manière de décrire ce qu'il y a à faire est explicité.

Dans le deuxième moment, le type de tâche proposé aux élèves est de construire eux-même une figure, ce que l'on a noté T2. Dans le premier temps, il s'agit de réaliser la tâche, notée  $t2,8,tep$  à savoir tracer un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche et dans le deuxième temps la tâche, notée  $t2,9,tep$  à savoir tracer un triangle dont les longueurs des côtés sont fixées dans l'environnement tracenpoche.

Concernant la tâche  $t2,8,tep$ , une première technique, notée  $\tau2,8,tep,1$  de type CPtep consiste à placer un point libre G perceptivement à la même distance de E que le point F, le segment [EF] étant tracé. La construction ne résiste pas au déplacement. En effet, le point G est un point libre : il n'est pas défini par une relation géométrique, il est donc déplaçable partout et il n'est pas situé de sorte que les segments [GE] et [GF] aient la même longueur. Perceptivement à l'écran le point G convient (cf illustration 4). Après le déplacement du point G, la production à l'écran ne correspond plus à ce qui est attendu (cf illustration 5). Cette technique transposée telle qu'elle dans l'environnement papier-crayon ne conviendrait pas non plus, puisque l'élève n'a pas utilisé un instrument adéquat pour placer le point G. Cependant, à la différence de l'environnement papier-crayon, cette technique dans l'environnement tracenpoche garde la trace de l'insuffisance

79 Technique CIpc : technique de construction instrumentée dans l'environnement papier-crayon, on se place au niveau de la figure dont les propriétés mathématiques sont portées par les instruments adéquats.

80 Technique CPpc : technique de construction perceptive dans l'environnement papier-crayon, on se place au niveau du dessin, les instruments utilisés ne sont pas adéquats.

technologique.

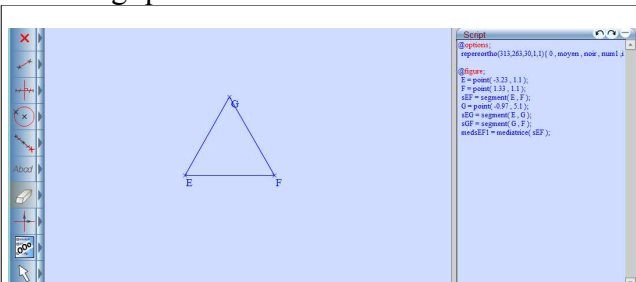


Illustration 4

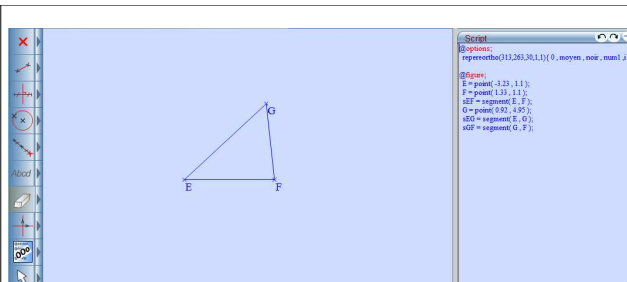


Illustration 5

Une deuxième technique  $\tau_{2,8,tep,2}$  de type CPMtep consiste pour l'élève à repérer d'abord que, pour reporter une longueur, un cercle est nécessaire. Dans l'environnement tracenpoche, l'élève trace le cercle de centre E passant par le point F. Puis il trace le cercle de centre F passant par E, il place alors le point G, de manière perceptive à l'intersection des deux cercles. Le dessin obtenu à l'écran correspond à celui qui est attendu (cf illustration 6). Cependant, il ne convient pas dans l'environnement tracenpoche, puisque le point G est déplaçable partout (cf illustration 7). Il conviendrait dans l'environnement papier-crayon, le point G étant effectivement situé à l'intersection des deux cercles.

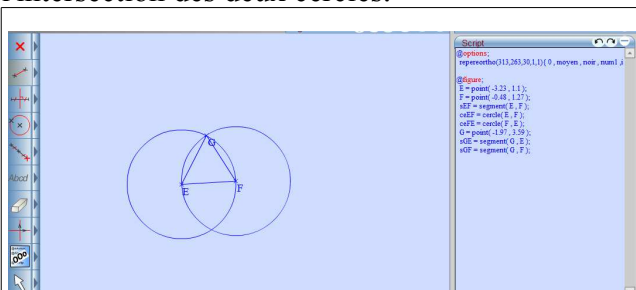


Illustration 6

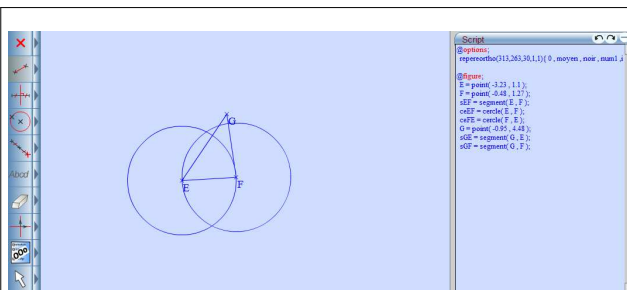


Illustration 7

Une troisième technique  $\tau_{2,8,tep,3}$  consiste pour l'élève à repérer d'abord que, pour reporter une longueur, un cercle est nécessaire. Dans l'environnement tracenpoche, l'élève trace le cercle de centre E passant par le point F. Puis il trace le cercle de centre F passant par E, il place alors le point G à l'intersection des deux cercles (cf illustration 8). Cette technique, de type CPT (technique de Construction Perceptivo-Théorique), convient dans l'environnement tracenpoche. La construction conserve les mêmes propriétés au cours du déplacement des objets déplaçables (cf illustration 9). Cette technique est forte dans la mesure où l'égalité des longueurs est justifiée présence des cercles. explicitent les

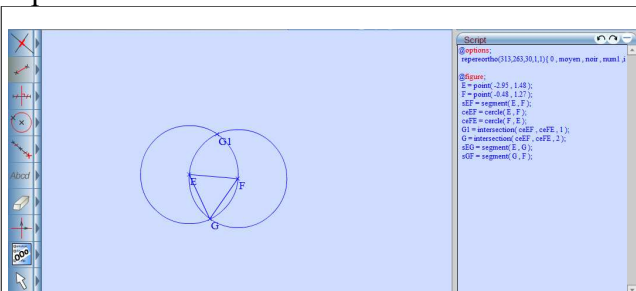


Illustration 8

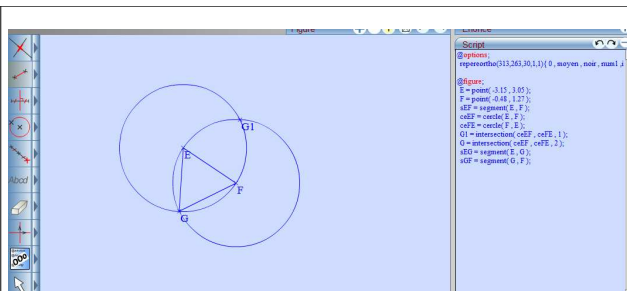


Illustration 9

Quant à la tâche  $t_{2,9,tep}$ , nous retrouvons des techniques semblables aux techniques précédentes. Une première technique, notée  $\tau_{2,9,tep,1}$ , de type CPtep consiste à tracer d'abord un segment de longueur donnée, par exemple le segment [IJ] de longueur 7cm. Le deuxième segment de longueur donnée ayant la même extrémité, sur le segment précédent, ici le segment [IK] de longueur 5cm (cf illustration 10). Nous pouvons donc penser que, face à ce résultat obtenu à l'écran, l'élève aura besoin d'aide pour sélectionner l'extrémité du deuxième segment et le déplacer. Apparaissent ainsi



trois points et deux segments de longueurs fixées (cf illustration 11). Mais la longueur du troisième segment sera différente en fonction du déplacement des points. Le dessin obtenu ne résiste donc pas au déplacement dans l'environnement tracenpoche, puisqu'il n'est pas possible de fixer la longueur du troisième côté. Une telle construction ne serait pas validée dans l'environnement papier-crayon puisque cela signifierait que l'élève n'a utilisé que sa règle graduée et a travaillé par essais successifs.

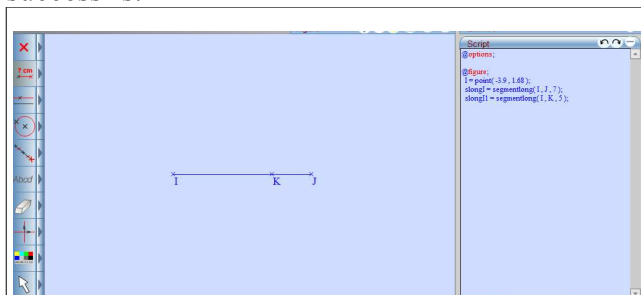


Illustration 10



Illustration 11

Une deuxième technique  $\tau_{2,9,tep,2}$  de type CPMtep, consiste pour l'élève à repérer d'abord que, pour reporter une longueur, un cercle est nécessaire. Dans l'environnement tracenpoche, l'élève trace un segment de longueur donnée, par exemple [IJ] de longueur 7 cm. Puis il trace le cercle de centre donné et de rayon donné, ici le cercle de centre I et de rayon 5cm, puis un second cercle, ici le cercle de centre J et de rayon 6cm. Il place alors le point K, de manière perceptive à l'intersection des deux cercles. Le dessin obtenu à l'écran correspond à celui qui est attendu (cf illustration 12). Cependant, il ne convient pas dans l'environnement tracenpoche, puisque le point K est déplaçable partout (cf illustration 13). Le dessin obtenu conviendrait dans l'environnement papier-crayon, le point K étant effectivement situé à l'intersection des deux cercles.

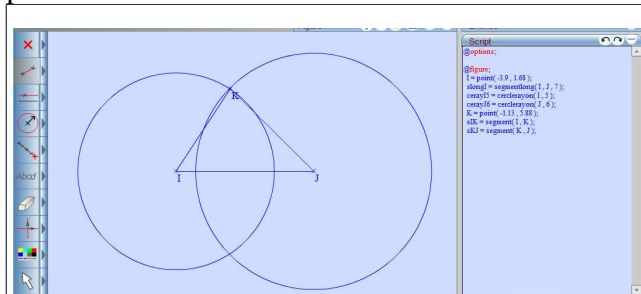


Illustration 12

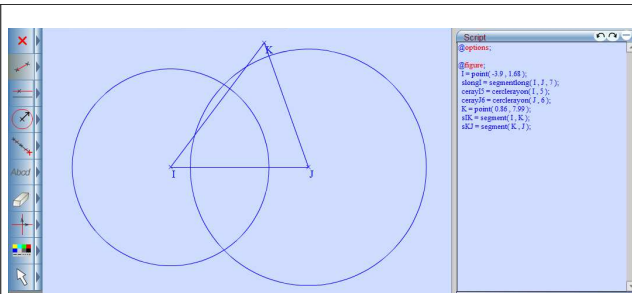


Illustration 13

Une troisième technique  $\tau_{2,9,tep,3}$  de type CPT, consiste pour l'élève à repérer d'abord que, pour reporter une longueur, un cercle est nécessaire. Dans l'environnement tracenpoche, l'élève trace un segment de longueur donnée, par exemple [IJ] de longueur 7 cm. Puis il trace le cercle de centre donné et de rayon donné, ici le cercle de centre I et de rayon 5cm, puis un second cercle, ici le cercle de centre J et de rayon 6cm. Il définit alors le point K à l'intersection des deux cercles (cf illustration 14). La figure obtenue résiste au déplacement dans l'environnement tracenpoche (cf illustration 15). Cette technique est forte dans la mesure où l'égalité des longueurs est justifiée présence des cercles.

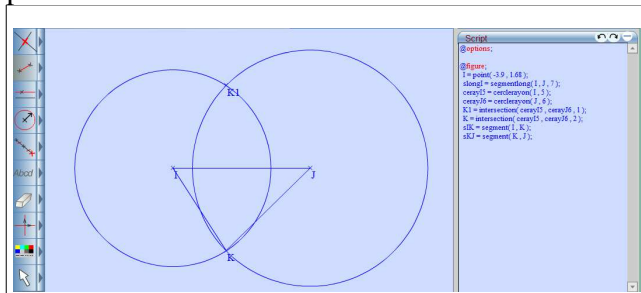


Illustration 14

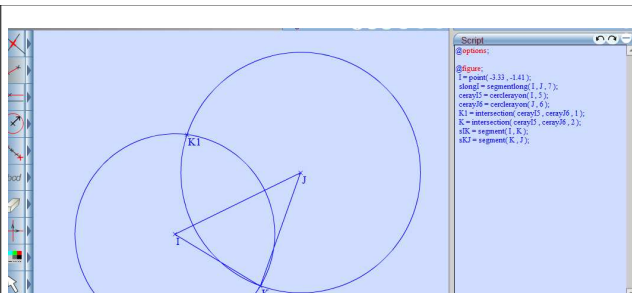



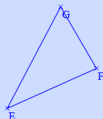
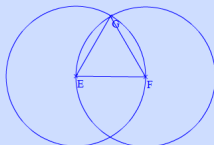
Illustration 15

Dans cette quatrième situation dans l'environnement tracenpoche, la résistance au déplacement peut favoriser la production par l'élève d'un discours de type technologique. Si au cours du déplacement d'un point déplaçable, la figure à l'écran ne ressemble plus à la figure attendue, c'est que la technique utilisée ne convient pas. Si au cours du déplacement de tous les points déplaçables, la figure à l'écran ressemble à la figure attendue, c'est que la technique utilisée convient. Il est alors possible d'élaborer un discours justifiant la technique : le point G est situé sur le cercle de centre E et passant par F et il est également situé sur le cercle de centre F et passant par E, par conséquent les longueurs EF, EG et FG sont égales. De la même manière, le point K est sur le cercle de centre I et de rayon 5cm et il est également sur le cercle de centre J et de rayon 6cm. Il est donc situé à 5 cm du point I et à 6 cm du point J quelque soit le déplacement des objets.

### 3.3 - Analyse *a priori* du point de vue de l'enseignant

Dans la validation de la construction, l'enseignant sera attentif à la question de ce qu'il faut déplacer. Il devra s'en assurer auprès des élèves. En effet, le déplacement d'un seul objet suffit lorsqu'il a pour effet de ne pas respecter les propriétés de la figure. Par contre, le déplacement de tous les objets déplaçables est nécessaire pour valider la construction. Nous pouvons penser que les élèves ne vérifient pas spontanément leur construction.

Le professeur doit analyser les tentatives des élèves. Il est donc confronté à deux types de problème : l'élève n'a pas déclaré les propriétés géométriques parce qu'il ne les a pas identifiées ou l'élève n'a pas déclaré les propriétés géométriques parce qu'il ne sait pas comment déclarer l'information dans le logiciel. Ainsi, par exemple, lorsque le professeur vient voir un binôme en train de travailler dans l'environnement tracenpoche et que la construction ne résiste pas au déplacement, il doit repérer si l'élève a utilisé la technique  $\tau_{2,8,tep,1}$ , ou  $\tau_{2,8,tep,2}$  c'est-à-dire si l'élève a utilisé la propriété mathématique attendue en traçant les cercles respectivement de centre E et passant par F, de centre F et passant par E, sans parvenir à finaliser la construction du fait de sa non-déclaration du point d'intersection, ou au contraire s'il a tracé de manière perceptive le troisième point. L'enseignant passe d'un binôme à un autre, il ne voit que des instants dans leur démarche. Par conséquent, il a besoin de s'imprégner du raisonnement des élèves. Nous notons que parfois le premier regard est trompeur. Nous présentons un exemple.

		
<p><i>Illustration 16</i></p>	<p><i>Illustration 17</i></p>	<p><i>Illustration 18</i></p>
<p>Lorsque le professeur vient valider la construction, il voit un triangle EFG qui semble équilatéral.</p>	<p>Le déplacement du point E montre que le triangle EFG n'a pas été construit en utilisant les propriétés. Au premier regard, nous pouvons penser que la technique utilisée est la technique perceptive <math>\tau_{2,7,TeP,1}</math> qui ne fait pas intervenir le cercle.</p>	<p>Pourtant la technique utilisée est <math>\tau_{2,7,TeP,2}</math> : les cercles ont été tracés, le point G a été placé de manière perceptive à l'intersection des deux cercles. Puis les cercles ont été rendus invisibles.</p>

Enfin, dans cette situation, le travail mathématique repose sur la définition du cercle. Le professeur sera donc vigilant dans les phases de régulation à présenter les deux propriétés réciproques : si les

points B et C sont sur le cercle de centre A, alors  $AB = AC$  ; si  $AB=AC$ , alors le point B est sur le cercle de centre A passant par le point C et le point C est sur le cercle de centre A passant par le point B. Ainsi, le professeur utilise la définition du cercle, en tant qu'ensemble des points équidistants d'un centre donné en montrant les deux propriétés réciproques.

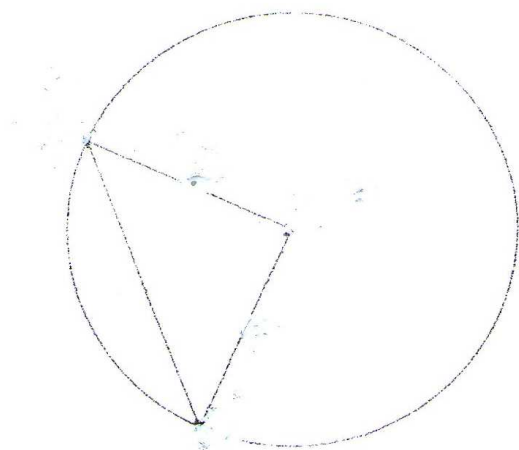
### 3.4 - Conclusion sur l'analyse *a priori*

Cette quatrième situation permet une étroite liaison entre les tâches et les techniques dans l'environnement papier-crayon et les tâches et les techniques de l'environnement tracenpoche (symbiose instrumentale, Assude, 2007). Le mode de relation les deux environnements repose sur l'idée d'établir une « juste distance » (Assude, 2007) dans le type de tâches, par exemple l'absence de la règle graduée dans l'environnement papier-crayon permet d'appuyer les justifications sur la présence du cercle.

## 4 - Mise en œuvre dans les classes

### 4.1 - Présentation du déroulement dans la classe de M

Le professeur a choisi d'organiser la situation en deux séances (75 min.). La première séance se déroule dans l'environnement papier-crayon (39 min.). Dans un premier temps, les élèves sont amenés à reconnaître les éléments simples d'une figure, tâche notée t4,7,pc. Les élèves ont sur une feuille (cf illustration 19).



*Illustration 19*

Dans un deuxième temps, avec la règle non graduée et le compas, ils ont à reproduire la figure, tâches notées t3,10,pc et t3,11,pc. Dans un troisième temps, ils ont à construire un triangle équilatéral, tâche notée t2,8,pc\*. La deuxième séance a lieu dans l'environnement tracenpoche (36 min.). Les élèves doivent reproduire un triangle équilatéral, tâche notée t3,12,tep\*. Certains sont sollicités pour reproduire dans l'environnement tracenpoche la figure analysée précédemment dans l'environnement papier-crayon.

### 4.2 - Présentation du déroulement dans la classe de PB


Le professeur de la classe de PB a choisi d'organiser la situations en deux séances (63 min). La première se déroule dans l'environnement tracenpoche. Les élèves ont un premier exercice (cf illustration 20). Il consiste à reconnaître un triangle rectangle et isocèle à partir d'une figure faite, qu'ils doivent compléter à l'aide d'un programme de construction, tâche notée t4,7,tep\*.

**Ressource n°1 : Observation d'un triangle particulier**

Observation d'un triangle particulier

Observe ce triangle particulier.  
Mesure [BA] et [BC] à la règle.

1) Que constates-tu ?

Utilise maintenant la commande , B étant le centre du cercle. Le cercle doit passer par le point A.

2) Où se trouve le point C ?

3) Que peux-tu en déduire de [BA] et [BC] ?

4) Comment appelle-t-on ce triangle ?

Trace la perpendiculaire à [AB] passant par B. Trace la perpendiculaire à [BC] passant par B.

5) Que constates-tu ?

6) Comment s'appelle un triangle qui a ces deux caractéristiques ?

Enregistrer   Réinitialiser la figure

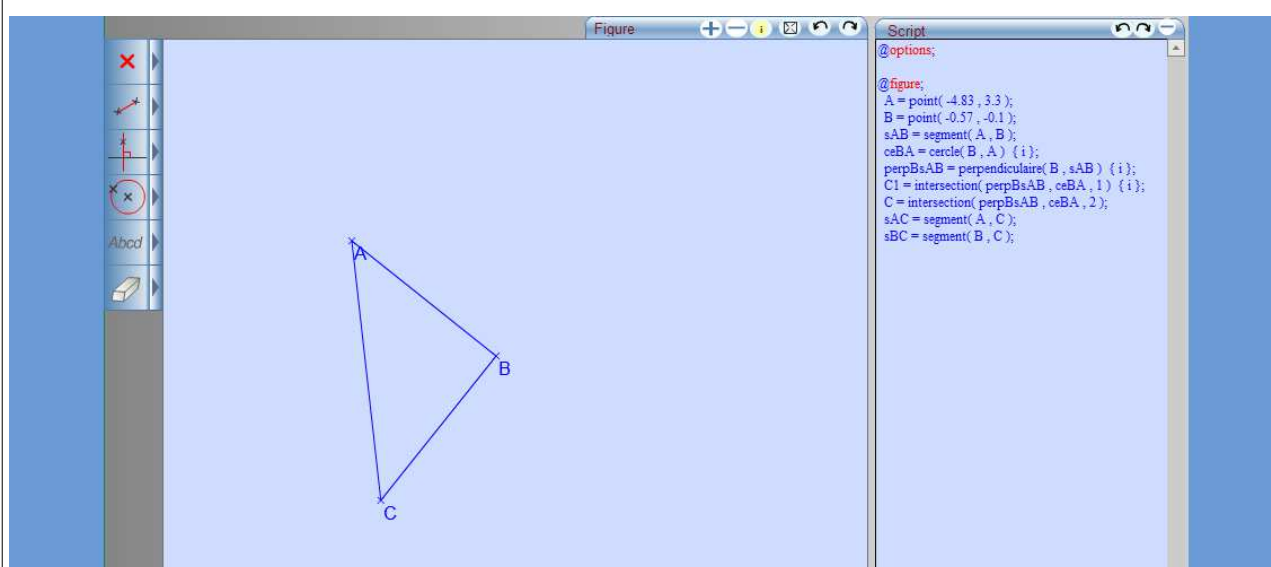


Illustration 20

Les seuls boutons disponibles sont ceux que les élèves connaissent (si le menu déroulant n'est pas visible, cela signifie que le seul bouton actif est le bouton affiché) (cf illustration 21).

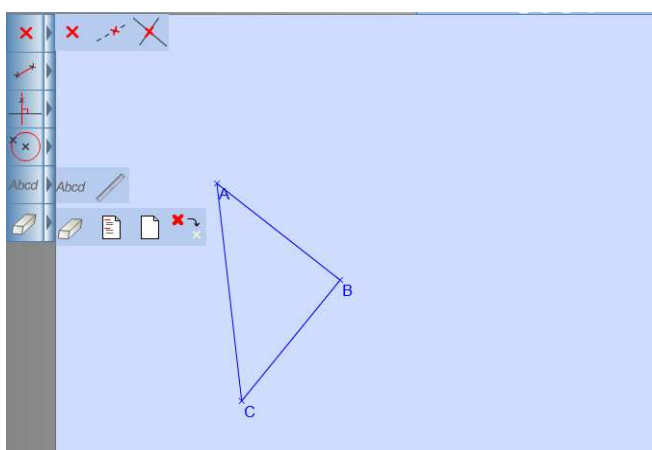
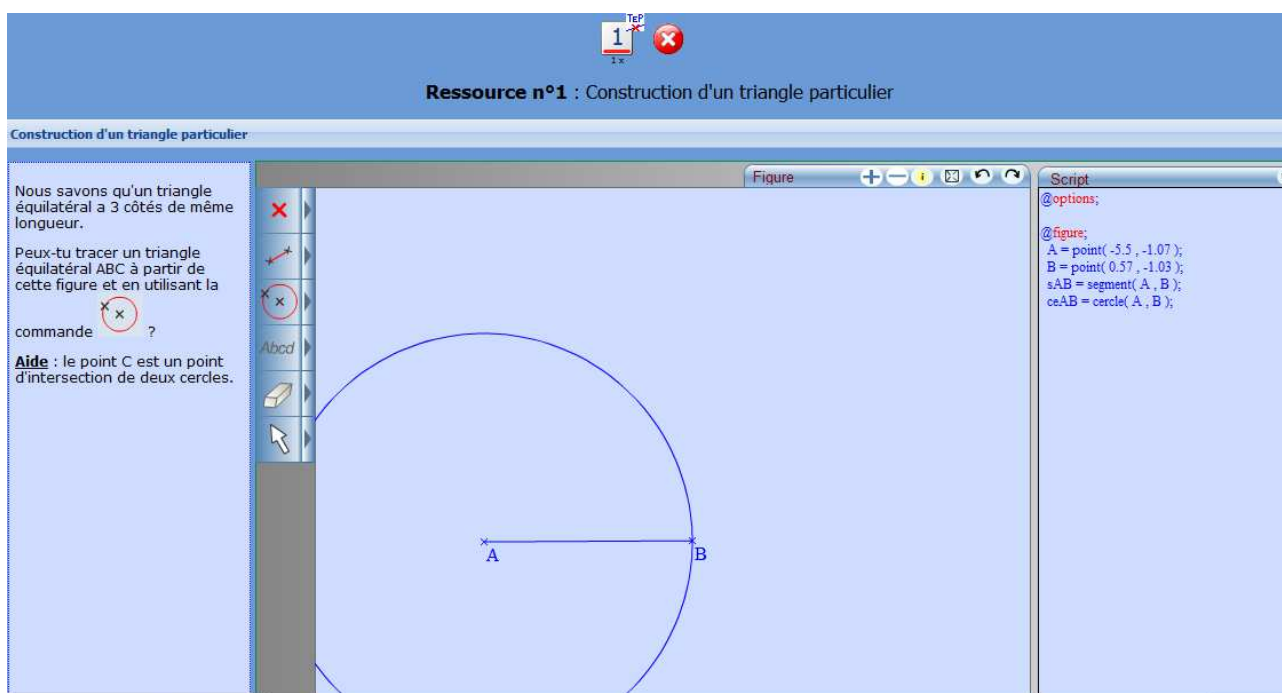


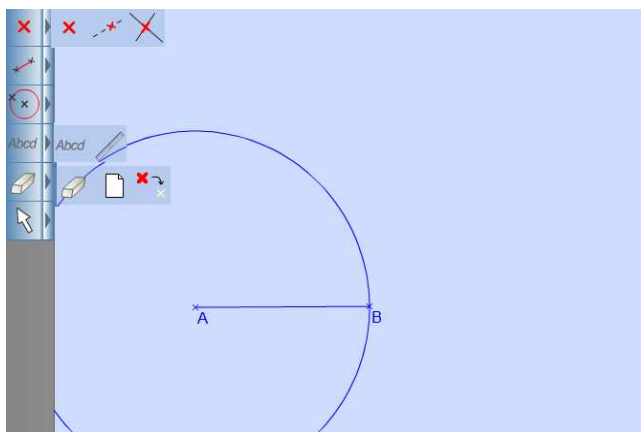
Illustration 21

Le deuxième exercice programmé consiste à construire un triangle équilatéral à partir d'une figure déjà commencée, tâche notée t2,8,tep\*.



*Illustration 22*

Les boutons disponibles sont ceux que les élèves connaissent (cf illustration 23).



*Illustration 23*

Lors de la deuxième séance dans l'environnement papier-crayon (14 min), les élèves ont successivement deux tâches, reproduire un triangle équilatéral dont les côtés mesurent 6cm et 3mm, tâche notée t3,12,pc\* puis construire un triangle isocèle dont les côtés de même longueur mesurent 5cm, tâche notée t2,10,pc\*.

### 4.3 - Présentation du déroulement dans la classe de T

Ce professeur a choisi d'organiser la situations en trois séances (92 min). La première (26 min) se déroule dans l'environnement papier-crayon. Les élèves ont à reconnaître un triangle rectangle et isocèle et un cercle, vidéoprojetés au tableau, tâche notée t4,7,pc (cf illustration 24).

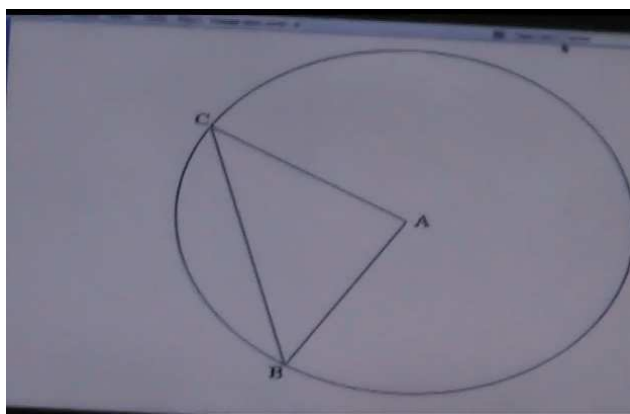


Illustration 24

La photographie ci-contre est extraite du film effectué lors de la séance. La figure mathématique est déformée ici, mais elle l'était également au tableau et a nécessité des adaptations par le professeur.

Les élèves doivent établir des conjectures puis les vérifier au tableau. Puis ils ont à reproduire cette figure dans l'environnement papier-crayon, tâches notées t3,10,pc et t3,11,pc.

Dans une deuxième séance (52 min), les élèves ont à construire un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche à partir de l'énoncé donné par le professeur (cf illustration 25). Cette tâche est notée t2,8,tep.



Illustration 25

Les boutons disponibles sont les suivants :



Illustration 26

Dans la troisième séance (14 min.), le professeur associe les deux environnements dans la salle de

classe pour reproduire un triangle équilatéral (cf illustration 27), tâches notées t3,12,pc\* et t3,12,tep\*.



Illustration 27

#### 4.4 - Tableau synoptique

M	PB	T	Temps approximatif (en min)
Séance 1 (39 min.) : t4,7,pc t3,10,pc et t3,11,pc t2,8,pc*	Séance 1 (49 min.) : t4,7,tep* t2,8,tep*	Séance 1 (26 min.) : t4,7,pc t3,10,pc et t3,11,pc	0-5
			5-10
			10-15
			15-20
			20-25
Séance 2 (36 min.) : t3,12,tep*	Séance 2 (14 min.) : t3,12,pc* t2,10,pc*	Séance 2 (52 min.) : t2,8,tep	25-30
			30-35
			35-40
			40-45
			45-50
FIN (75 min.)	FIN (63 min.)	Séance 3 (14 min.) : t3,12,tep* t3,12,pc*	50-55
			55-60
			60-65
			65-70
			70-75
		FIN (92 min.)	75-80
			80-85
			85-90
			90-95

Nous rappelons les notations utilisées :

Types de tâches	Tâches
T2 : construire une figure.	<p>(S4) t2,8,tep : construire un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche</p> <p>(S4_M) t2,8,pc* : construire un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon.</p> <p>(S4_PB) t2,8,tep* : construire un triangle équilatéral déjà commencé dans l'environnement tracenpoche</p> <p>(S4) t2,9,tep : construire un triangle dont les longueurs des côtés sont fixées dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S4_PB) t2,10,pc* : construire un triangle isocèle dans l'environnement papier-crayon.</p>
T3 : reproduire une figure	<p>(S4) t3,10,pc : reproduire un cercle de centre A qui passe par le point A dans l'environnement papier-crayon.</p> <p>(S4) t3,11,pc : reproduire un triangle ABC rectangle et isocèle en A dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S4_M) t3,12,tep* : reproduire un triangle ABC équilatéral dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S4_PB) t3,12,pc* : reproduire un triangle ABC équilatéral dans l'environnement papier-crayon.</p>
T4 : reconnaître une figure	<p>(S4) t4,7,pc reconnaître un triangle ABC rectangle et isocèle en A, placé à l'intérieur du cercle de centre A et de rayon AC, dans l'environnement papier-crayon.</p> <p>(S4_PB) t4,7,tep* reconnaître un triangle ABC rectangle et isocèle en A, placé à l'intérieur du cercle de centre A et de rayon AC, dans l'environnement tracenpoche.</p>
T5 : travailler avec un programme de construction	<p>(S4) t5,3,tep traduire les actions de tracé déjà menées dans l'environnement papier-crayon en des ordres d'actions qui seront réalisés par un tiers dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S4) t5,4,tep dans le cas où le récepteur est un élève : traduire les propositions en des actions dans l'environnement tracenpoche.</p>

#### 4.5 - Premières analyses du tableau synoptique

Dans la mise en œuvre de la situation 4, nous voyons que deux professeurs, les classes de M et de T, ont organisé les tâches dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche. Le troisième, la classe de PB a choisi de travailler dans l'ordre inverse, d'abord dans l'environnement tracenpoche puis dans l'environnement papier-crayon. Les professeurs ont choisi de ne pas traduire les actions de l'environnement papier-crayon en actions dans l'environnement tracenpoche. Nous avons envisagé de commencer les tâches de construction dans l'environnement



papier-crayon, de sorte que la transposition dans l'environnement tracenpoche donne à voir aux élèves des constructions implicites. Nous analyserons les différentes manières de faire pour éclairer l'évolution des techniques du point de vue des élèves. Le triangle équilatéral est travaillé dans l'environnement tracenpoche et dans l'environnement papier-crayon dans les trois classes, ce qui n'est pas le cas du triangle isocèle et rectangle.

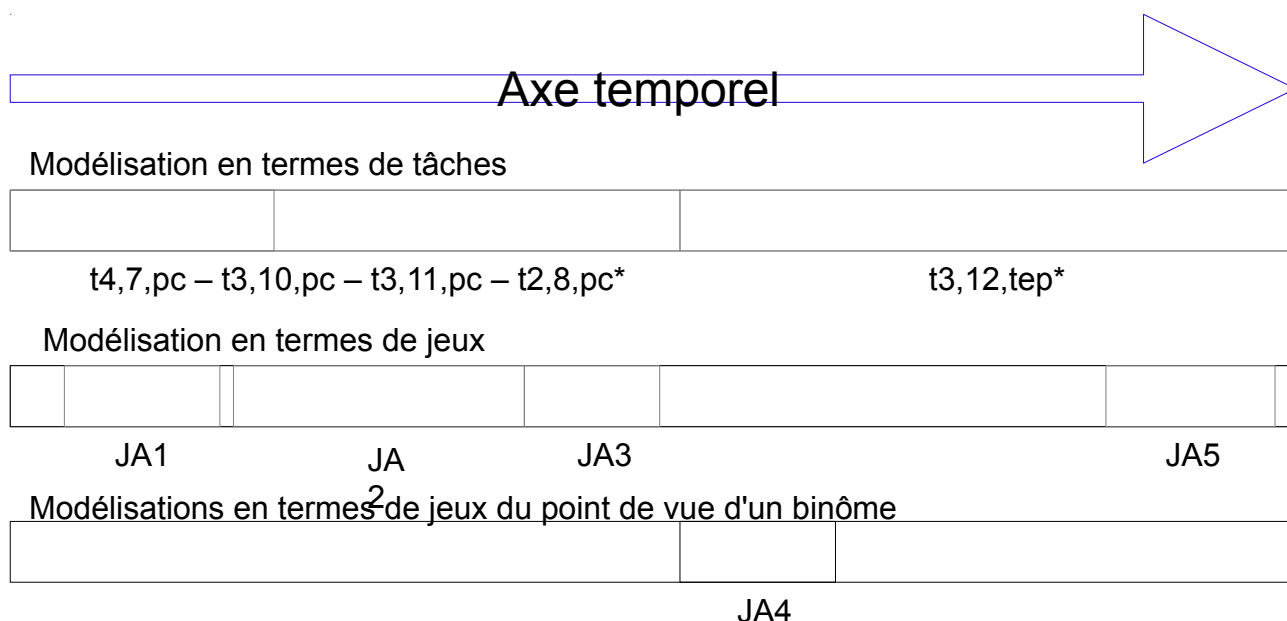
Nous allons nous intéresser plus précisément aux déroulements de chacune des trois classes.

## **5 - Dans la classe de M**

### **5.1 - Une mise en intrigue**

Dans la première séance, toutes les tâches sont à effectuer dans l'environnement papier-crayon. Le professeur présente la première tâche, notée t4,7,pc qui consiste à reconnaître une figure, constituée d'un cercle de centre A et passant par le point B et d'un triangle ABC rectangle et isocèle en A. Tout en prenant appui sur les instruments usuels de mesure, le professeur attire l'attention des élèves sur la possibilité de s'intéresser à la figure, comme unique source d'information, modifiant ainsi les habitudes de mesure dans la classe : nous modélisons ce moment sous forme d'un jeu d'apprentissage noté JA1\_S4\_M, dont l'enjeu est de faire analyser collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs dans une tâche de description. Puis au cours de la réalisation des tâches de reproduction, notées t3,10,pc et t3,11,pc, le professeur laisse les élèves s'organiser comme ils le souhaitent. Il n'intervient pas dans la chronologie de la construction. Par contre, au cours de l'institutionnalisation, il rappelle le rôle du cercle, à savoir ce dernier permet de tracer deux segments de même longueur. Nous modélisons ce moment sous forme d'un jeu d'apprentissage noté JA2\_S4\_M, dont l'enjeu est de faire analyser collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs dans une tâche de reproduction. Cette tâche est suivie d'une tâche de construction, notée t2,8,pc\*, à savoir construire un triangle équilatéral. Or, pendant que les élèves sont en train de le construire, le professeur se rend compte qu'un élève ne parvient pas à expliquer ce qu'il doit faire pour terminer le triangle équilatéral DEF. C'est ainsi qu'il fait évoquer collectivement le rôle du compas et du cercle, moment que nous modélisons sous forme de jeu d'apprentissage JA3\_S4\_M, dont l'enjeu est de faire analyser collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs dans une tâche de construction. La deuxième séance se déroule dans la salle informatique. Les élèves doivent réaliser la tâche, notée t3,12,tep\*, qui consiste à reproduire un triangle équilatéral. Une construction qui résiste au déplacement est celle qui passe par le tracé de cercles, nous modélisons ce moment sous forme de jeu d'apprentissage, noté JA4\_S4\_A\_Pr dont l'enjeu est de faire prendre conscience de la puissance des propriétés du cercle pour garantir l'égalité des longueurs dans l'environnement tracenpoche. À la fin de la séance, le professeur choisit de faire la construction du triangle équilatéral sous la dictée des élèves, moment que nous modélisons sous forme de jeu d'apprentissage JA5\_S4\_M, dont l'enjeu est de faire partager collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs.

## 5.2 - Représentation synoptique <sup>81</sup>



Avec

JA1\_S4\_M (9 min. )

enjeu : faire analyser collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs dans une tâche de reconnaissance.

JA2\_S4\_M (17 min. )

enjeu : faire analyser collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs dans une tâche de reproduction.

JA3\_S4\_M (8 min.)

enjeu : faire analyser collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs dans une tâche de construction dans l'environnement papier-crayon.

JA4\_S4\_M\_A\_P (9 min)

enjeu : faire prendre conscience de la puissance des propriétés du cercle pour garantir l'égalité des longueurs dans l'environnement tracenpoché du point de vue de deux élèves Alex et Prune.

JA5\_S4\_M (10 min. )

enjeu : faire partager collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs.

## 5.3 - Jeux d'apprentissage

### 5.3.1 - JA1\_S4\_M (9 min.)

L'enjeu est faire analyser collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs dans la tâche de reconnaissance. Nous découpons en cinq étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : Les élèves ont l'habitude de reconnaître des éléments géométriques simples et de vérifier avec les instruments usuels.

Des éléments du milieu : Les élèves ont à décrypter le dessin de leur feuille et celui du tableau comme des figures.

Présentation du moment :

Les élèves et le professeur sont dans la salle de classe. Le professeur propose à chaque élève, une

<sup>81</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 75 min.).

feuille sur laquelle est présenté un dessin, non codé. Ce même dessin est reproduit au tableau. Les élèves ont préparé leurs instruments usuels de mesure et de tracé (la règle, le compas, l'équerre et le crayon de papier). L'objet d'étude est un ensemble constitué d'un triangle ABC rectangle et isocèle en A et du cercle de centre A passant par le point B. Nous noterons (D) ce dessin (illustration 28).

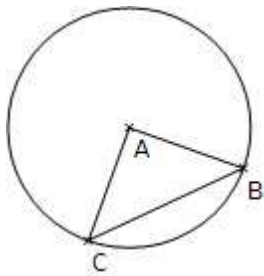


Illustration 28

## Description

### étape 1 : description du cercle et du triangle :

Le professeur demande aux élèves de décrire les objets géométriques du dessin (min. 2:50, tdp 17, P : « *Qui pourrait me dire ce que l'on a sur notre feuille ?* »). Le cercle et le triangle sont cités successivement (tdp 18, Lu : « *On a un cercle* », tdp 24, E : « *Dans le cercle, il y a un triangle* »). Lorsque le professeur demande des précisions sur le cercle, les élèves prennent la règle et mesurent la longueur du rayon. Comme les mesures proposées sont aux environs de 2,6 cm, le professeur explique que la longueur du rayon n'est pas importante (tdp 23, P : « *Alors quand c'est comme ça, il y a de fortes chances que la mesure du cercle, la mesure du rayon du cercle ne soit pas particulièrement importante* »).

### étape 2 : les instruments pour valider les caractéristiques du triangle

Après le cercle, les élèves citent le triangle. La propriété citée en premier est le fait qu'il soit rectangle, celle citée en deuxième est le fait qu'il soit isocèle. À chaque étape, le professeur demande de vérifier les dires. Pour le triangle rectangle, les élèves savent ce qu'ils ont à faire. Le professeur ne donne pas de précisions.

min. 4:21 tdp 30	P	<i>Il y a un triangle rectangle. On vérifie ce que dit T?</i>
tdp 31	E	<i>C'est juste.</i>
tdp 32	P	<i>Donc c'est un triangle rectangle, on est d'accord.</i>

Pour le triangle isocèle, le professeur demande davantage de précisions. Il s'assure auprès des élèves qu'ils connaissent la signification de triangle isocèle.

min. 5:19 tdp 40	P	<i>Tu rappelles à ceux qui auraient oublié ce que c'est qu'un triangle isocèle.</i>
tdp 43	E	<i>C'est un triangle qui a deux côtés de la même longueur.</i>
tdp 44	P	<i>C'est un triangle qui a deux côtés de la même</i>

		<i>longueur.</i>
--	--	------------------

Contrairement à l'usage de l'équerre dans le cas du triangle rectangle, il demande ici de préciser les instruments utiles. Il reprend la proposition d'Amel qui consiste à prendre la règle (min. 5:07, tdp 37, P : « *Qu'est-ce qu'on peut utiliser pour savoir si le triangle est isocèle ?* », tdp 39, A : « *La règle* »). Il attend un autre instrument pour la vérification (min. 5:29, tdp 44, P : « *Donc on peut vérifier cela avec la règle ou bien ?* », tdp 45, M : « *Avec l'écartement du compas* »). Il résume alors la proposition de M (tdp 46, P : « *On peut comparer les longueurs des côtés du triangle au compas* »). Puis il reformule le problème (tdp 46, P : « *Allez on prend l'outil que vous voulez pour vérifier si ce triangle rectangle est aussi isocèle* »).

#### étape 3 : désaccord

Les élèves vérifient si le triangle est isocèle avec l'instrument de leur choix. Un élève Félix a pris la règle pour mesurer les longueurs. Il ne trouve pas la même longueur (min. 5:59, tdp 47, F s'adressant à lui-même : « *2,1-2,5. C'est pas ça* »). Le professeur l'interroge (min. 6:04, tdp 49, F : « *Ben, il n'est pas isocèle* »). L'ensemble de la classe conteste. Le professeur les calme et demande des explications et Félix explique.

tdp 51	P	<i>Dis voir Félix ?</i>
tdp 52	F	<i>Ben moi, j'ai mesuré CA et CB et j'ai trouvé qu'il était pas isocèle.</i>
tdp 53	Es	<i>Non</i>
tdp 54	P	<i>Tu veux dire que tu as trouvé qu'ils n'étaient pas égaux.</i>
tdp 55	F	<i>Oui</i>
tdp 56	P	<i>Qu'ils n'avaient pas la même longueur.</i>
tdp 57	Es	<i>Ben non.</i>



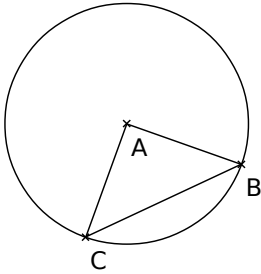
#### étape 4 : se mettre d'accord

Il fait un premier point sur le désaccord (min. 6:35, tdp 58, P : « *Je pense que si vous observez la figure, vous allez avoir une réponse incontestable* »). Il insiste (tdp 58, P : « *Observez la figure* »). Puis il ajoute une information : les instruments habituels ne doivent plus être utilisés (tdp 58, P : « *Posez les instruments* »). Il reformule la question (tdp 58, P : « *F dit AC, les segments [AC] et [AB] ne sont pas tout à fait égaux. Observez la figure* »). Une première réponse fait écho à une situation précédente, le triangle fait un quart de cercle, réponse que le professeur écarte rapidement. Il reformule le problème en soulignant le désaccord du fait de l'utilisation des instruments (min. 7:39, tdp 62, P : « *Vous avez essayé avec les instruments de géométrie, on n'a pas des réponses concordantes* »). Un élève Alex fait le lien avec le cercle :

tdp 65	Al	<i>A, il est au centre</i>
tdp 66	P	<i>Le point A est au centre du cercle ?</i>
tdp 67	Es	<i>Oui</i>
tdp 68	P	<i>On le vérifie, ça ?</i>
tdp 69	P	<i>Alors vous n'utilisez pas tous la même chose pour vérifier si le point A est sur le cercle. R, qu'est-ce que tu utilises toi ?</i>
tdp 70	R	<i>Ben euh, le compas.</i>

Ainsi, la validation du centre du cercle passe par la superposition du cercle tracé par le professeur et du cercle que l'on fait mine de tracer en plaçant la point sèche sur le point A et la mine sur le point

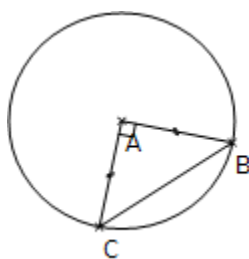
B. Puis le même élève Alex continue son explication en montrant avec la main.

 <p><i>Illustration 29</i></p>	 <p><i>Illustration 30</i></p>	
<p>min. 9:19, tdp 83</p> <p>A : Ben parce qu'il y a une même longueur sur chaque côté du cercle</p>	<p>A : Chaque côté du cercle passant par le point A</p>	<p>Avec la main, A montre d'abord le segment [BA] puis le segment [CA].</p>

Le professeur valide sa réponse et demande une reformulation. L'élève Solène répond en utilisant le vocabulaire attendu, le rayon du cercle (min. 9:40, tdp 87, S : « Chaque rayon va avoir la même longueur »). Le professeur commence une réponse (min. 10:26, tdp 98, P : « Puisque ce sont des rayons du cercle, ils ont forcément... »), un élève complète « la même longueur ». Cette démonstration ne convainc pas Loïse (min. 10:38, tdp 101, l : « Oui, mais moi, il y avait un demi-millimètre d'écart »). Le professeur lui suggère une erreur de précision dans le placement de la règle.

#### étape 5 : le codage des propriétés

Le professeur demande aux élèves de coder le dessin, avant de poursuivre (min. 12:20, tdp 108, P : « J'ai oublié. Avant de faire ça, mettre les codes qui conviennent sur la figure, les codes géométriques qui conviennent et qui récapitulent ce qu'on vient de dire »). Les élèves savent ce qu'ils ont à faire et répondent aux sollicitations du professeur. La figure est désormais codée (cf illustration 32).



*Illustration 32*

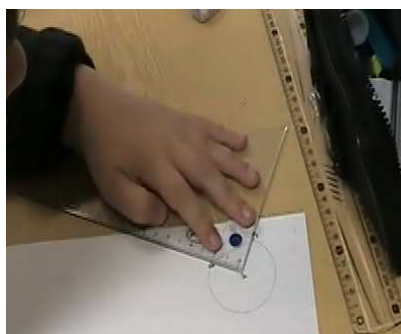
### Analyse

Le professeur définit le jeu, les élèves ont à décrire ce qu'ils voient. Les propos des élèves font référence à des objets géométriques de dimension 2. Mais le professeur annonce une règle définitoire qui n'est pas habituelle dans l'environnement papier-crayon, à savoir les mesures ne sont pas importantes. Il propose ainsi un premier élément de stratégie sur le statut des mesures des longueurs, données par la règle, « ce n'est pas important ».

Dans la vérification des propriétés du triangle à l'aide des instruments, le professeur organise la régulation de la même manière au point de départ, il fait nommer la nature du triangle, il reformule le propos de l'élève, il demande alors de vérifier le propos.

Dans la première conjecture du fait que le triangle soit rectangle, lorsque le professeur reprend le

propos de T (min. 4:13, tdp 30, P : « *Il y a un triangle rectangle* »), la plupart des élèves prennent déjà leur équerre. Puis quand il résume la deuxième fois (min. 4:19, tdp 30, P : « *Il y a un triangle rectangle* ») et demande aux élèves de vérifier (min 4:21, tdp 30, P : « *On vérifie ce que dit T* »), les élèves laissent leur équerre au niveau de l'angle droit (de la min. 4:21,2 à 4:45,6) (à titre d'exemple, l'élève Felix, illustration 33)



*Illustration 33*

Le professeur conclut alors sans avoir à aucun moment évoqué l'équerre (min 4:45, tdp 32, P : « *Donc, un triangle rectangle, on est d'accord* »). Les élèves sont dans un contrat de vérification avant même que le professeur ne le formule. L'équerre n'est jamais nommée, ni par les élèves, ni par le professeur. Nous pouvons l'interpréter de la manière suivante : le professeur voit les élèves être dans le contrat adéquat, par conséquent il n'éprouve pas la nécessité d'intervenir. Le professeur s'en remet à l'efficacité du contrat.

Dans la deuxième conjecture du fait que le triangle soit isocèle, une élève Chloé annonce que le triangle vérifie cette propriété (min. 4:48, tdp 33, C : « *Il y a aussi isocèle* ») en agitant sa règle (cf illustration 34).



*Illustration 34*

Puis lorsque le professeur résume la proposition (min 4:54, tdp 36, P : « *Il est aussi isocèle* »), les élèves prennent leur règle. Contrairement au moment précédent, il émet un doute (min 4:57, tdp 36, P : « *Peut-être [est-il isocèle] !* »). Il justifie ainsi le rôle de la vérification à l'aide des instruments, permettant ainsi de passer d'une conjecture à une affirmation. Il rend ainsi explicite le contrat de vérification. Contrairement au moment précédent, il fait nommer les instruments, la règle est citée d'abord puis le compas. Il propose ainsi un deuxième élément de stratégie sur le statut des longueurs, données par le compas (min. 5:39, tdp 46, P : « *On peut comparer les longueurs des côtés du triangle au compas* »). Les élèves sont dans le contrat de la figure pour lequel il s'agit d'utiliser les instruments pour vérifier les propriétés sur le dessin effectué par le professeur.

Nous avons ici un épisode remarquable : le professeur aménage la situation. Il prend appui sur le désaccord pour créer des conditions de déduction en géométrie, sans les instruments usuels.

Le professeur explicite et reformule avec précision le désaccord. Un élève Félix a mesuré les longueurs des côtés, il a trouvé qu'elles ne sont pas égales, alors il en a déduit que le triangle n'est pas isocèle. Il montre ainsi à l'ensemble de la classe où en est cet élève Félix. Mais il ne donne la parole à personne d'autre. Les élèves sont toujours dans le contrat de la figure sur lequel les instruments de mesure et de tracé permettent de donner des propriétés, tels que l'angle droit ou la mesure des côtés. Au lieu de centrer l'attention des élèves sur la vérification obtenue par les instruments (ici la règle graduée) qui est la source du désaccord, il modifie le contrat et le milieu.

Les élèves n'ont plus à décrire ce qu'ils voient mais ils sont invités à observer. Autrement dit, devant eux, ils n'ont plus le dessin que le professeur a fait sur lequel on peut utiliser les instruments. Ils ont devant eux, un objet géométrique à partir duquel ils doivent, dans une certaine mesure, déduire des propriétés. Nous pouvons dire que le professeur leur propose de travailler sur la figure, une représentation d'un objet théorique. Le professeur aménage un nouveau milieu dans lequel les instruments usuels de mesure n'ont plus leur place (tdp 58, P : « *Posez les instruments* »). Le professeur montre plusieurs fois aux élèves le problème rencontré. La règle graduée ne donne pas une réponse partagée par tous. Au lieu d'avoir recours à une seconde mesure, le professeur convie les élèves à la recherche d'une mise en accord, mais cette fois, en développant une autre stratégie, l'observation. Mais ce n'est pas l'observation au sens de la perception visuelle, c'est une observation au sens mathématique. Il ne donne pourtant aucune indication sur ce nouveau contrat d'observation. Les élèves parviennent à placer leur attention là où le professeur les attend, sur le cercle. Les segments [AB] et [AC], qui ont d'abord été mesurés en tant que segments indépendants, deviennent des rayons du cercle qui sont par conséquent de même longueur. Dans le cas présent, le professeur parvient ainsi à aménager la situation de sorte que des élèves de cycle 3 soient en mesure de déduire des informations à partir d'une figure. Le raisonnement mathématique est remis en cause par la réalité des instruments : l'élève Loïse ne remet pas en cause la déduction, mais elle conteste la proposition du professeur (tdp L : « *Oui, mais moi, il y avait un demi-millimètre d'écart* »). Le professeur explique qu'il s'agit d'une erreur de manipulation. Il apparaît ainsi une limite de la situation. C'est le professeur qui remet en cause l'usage des instruments.

Nous voyons également que le statut de l'objet géométrique dans l'environnement papier-crayon est assez flou. Le cercle de centre A et passant par B est défini uniquement par le dessin qui est donné, sans texte pour le décrire. Par conséquent, est-ce que nous pouvons le considérer comme une donnée de l'énoncé ? Le professeur semble hésiter. En effet, il demande de vérifier avec le compas que le point A est le centre du cercle en plaçant la pointe sèche sur le point A (tdp 72, R : « *On met la pointe sur le A et on fait le tour du cercle* »). Les éléments caractéristiques du cercle, centre et rayon, ne sont pourtant pas nommés.

Le professeur transforme le dessin en une figure, sur lequel les propriétés ont d'abord été citées (étapes 2,3 et 4) et institutionnalisées (étape 5). Les instruments ou le raisonnement mathématique servent à justifier les propriétés. Cependant, la remarque de l'élève, qui mesure et qui remet en cause les propriétés, montre toutefois les limites de la situation. L'élève est ainsi dans un contrat lié à la mesure et la situation ne lui permet pas de changer de position.

### 5.3.2 - JA2\_S4\_M (17 min.)

L'enjeu est faire analyser collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs dans une tâche de reproduction. Nous découpons en quatre étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves sont en train de reproduire la figure : ils savent qu'ils ont à utiliser la règle, le compas et l'équerre.

Des éléments du milieu : le professeur reproduit la figure au tableau devant les élèves, en modifiant la chronologie par rapport à celle que les élèves ont choisie. Il demande aux élèves de le guider.

Présentation de ce moment : les élèves et le professeur ont analysé la figure (D), qui est sur la feuille.

## Description

### étape 1 : la consigne

Le professeur demande de reproduire, dans l'environnement papier-crayon, la figure qu'ils viennent ensemble d'analyser. Il rappelle que les longueurs ne sont pas importantes. Pour cela, il se tourne auprès de l'élève Lucie, qui a mesuré au début de la séance (min. 3:21, tdp 21, Lu : « *Il a un rayon de 2cm et 6mm* ») pour demander à tous les élèves de ne pas tenir compte des longueurs (tdp 108,

P : « Je vais vous demander maintenant de tracer, alors Lucile, inutile de t'occuper de la longueur du rayon, je vais vous demander de tracer la même figure la même à part les dimensions, c'est-à-dire un triangle rectangle isocèle »). Il insiste (min. 14:07, tdp 125, P : « À côté de cette figure, vous reproduisez le même type de figure, cercle, triangle isocèle rectangle, inscrit dans le cercle. Rectangle en A, centre du cercle. Par contre, sur les dimensions vous êtes libres »). Puis, pendant que les élèves reproduisent la figure, le professeur éprouve la nécessité de contraindre les instruments. Il demande explicitement aux élèves de ne pas utiliser les graduations de la règle (min. 16:15, tdp 131, P : « Je vous ai dit que vous étiez libres des dimensions. Je n'ai pas précisé une chose. C'est qu'on n'utilise pas, je n'ai pas de règle non graduée. Donc on n'utilise pas, même si vous avez vous des graduations, on n'utilise pas les graduations de la règle ou de l'équerre »).

#### Étape 2 : une manière de tracer le triangle rectangle

Le professeur se déplace auprès des élèves qui sont en train de reproduire le dessin (D). La plupart des élèves ont d'abord tracé le cercle, puis le triangle rectangle isocèle. Un élève Quentin a commencé par le triangle (il a une main dans le plâtre : le professeur doit l'aider). Sous sa dictée, le professeur construit étape par étape. Après le tracé du segment [AC], l'élève Quentin demande de tracer le segment [AC], puis le segment [AB] avec l'équerre.

#### Étape 3 : le cercle pour reporter la même longueur

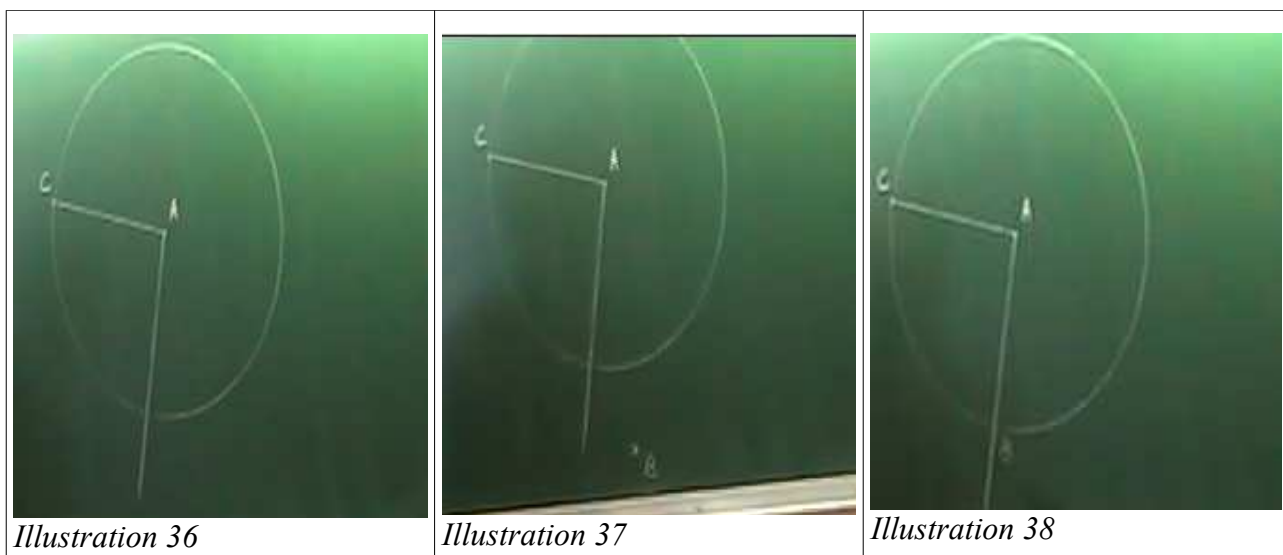
Les élèves ont construit la figure. Le professeur se rend compte que les élèves ont tous commencé à tracer le cercle avant de tracer le triangle rectangle. Par conséquent, le rôle du cercle est implicite. Il décide alors de construire la figure au tableau en prenant appui sur ce qu'un élève Quentin a fait. Il commence donc par le segment [AC], puis la demi-droite d'origine A et perpendiculaire à (AC) (min. 27:27 tdp 236, P : « On va tracer, c'est ce que Quentin m'a fait faire, la demi-droite pour extrémité A et, la deuxième, on n'a pas d'information »).



Illustration 35

Puis il continue sur le rôle du cercle (min. 27:41, tdp 238, P : « On a besoin du cercle pour ? », tdp 239, Q : « Savoir où est le point B »). Le professeur demande des précisions sur le lieu du point B (cf illustration 36). L'élève Hugo propose une première réponse que le professeur fait semblant de ne pas comprendre (min. 28:32, tdp 243, H : « En bas du cercle ») (cf illustration 37). Un élève Mickaël reformule (min. 28:45, tdp 247, M : « Où la demi-droite touche le cercle »). Finalement le professeur conclut (min. 28:59, tdp 252, P : « À l'intersection en tout cas, de la demi-droite et du cercle ») (cf illustration 38).





#### Étape 4 : bilan

Le professeur présente alors le travail effectué depuis le début. Il code l'angle droit (cf illustration 39). Il code l'égalité des longueurs en rappelant la notion de rayon dans le cercle (cf illustration 40).

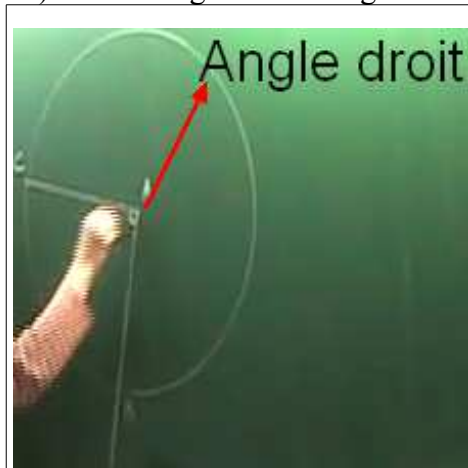


Illustration 39

P : Alors, ça on l'a fait.



Illustration 40

P : Ça, on en est sûr parce que ce sont des rayons.

## Analyse

Le professeur met en place un nouveau contrat, le contrat de la figure, dans lequel certains instruments sont nécessaires et d'autres sont écartés. Le motif de l'interdiction de certains instruments répond à la règle définitoire présente depuis le début, les longueurs n'ont pas d'importance. Le professeur aurait pu donner une règle non graduée. Cela aurait peut-être permis de changer de contrat de manière explicite. C'est la définition du cercle qui est à mettre en œuvre pour le report de longueur, tout en taisant ses intentions -phénomène de réticence (Sensevy & Quilio, 2002). Il cherche à créer les conditions pour lequel le cercle est la réponse au problème posé.

Le professeur choisit d'institutionnaliser la construction de la figure en commençant par le segment [AC] et la demi-droite d'origine A et perpendiculaire à (AC). Le tracé de la perpendiculaire à l'aide de l'équerre n'est pas détaillée par le professeur. De même, les caractéristiques du cercle ne sont pas évoquées au cours du tracé du cercle. Autrement dit, les éléments mathématiques que nous cherchons à mettre en évidence (perpendiculaire à (AC) passant par le point A ou cercle de centre A et passant par B) ne sont pas exprimés. La technique est faible : elle n'est pas accompagnée d'un discours justifiant cette technique. Seul l'utilisation de l'instrument adéquat (équerre, compas) la

justifie implicitement. Par contre, le placement du point B en tant que point d'intersection de la demi-droite et du cercle est précisé. Nous pouvons penser que le professeur anticipe le travail ultérieur dans l'environnement tracenpoche. Le professeur choisit d'institutionnaliser les propriétés énoncées en les codant. Pour l'angle droit, il faisant une référence implicite au travail effectué avec l'équerre. Par contre, pour les égalités de longueur, le cercle apparaît alors comme l'objet géométrique qui permet de placer le point B.

### 5.3.3 - JA3\_S4\_M (8 min.)

L'enjeu est de faire analyser collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs dans une tâche de construction dans l'environnement papier-crayon. Nous découpons en trois étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : Les élèves ont à l'habitude de construire des figures géométriques à l'aide des instruments. Ils savent ce qu'est un triangle équilatéral.

Des éléments du milieu : À partir de la production incomplète de Quentin, les élèves ont à l'aider, le professeur sert d'intermédiaire.

Présentation de ce moment :

Les élèves vont tracer un triangle équilatéral sur leur feuille après avoir construit la figure (D).

## Description

### étape 1 : consigne

Le professeur annonce la nouvelle tâche notée t2,7,pc\*, à savoir tracer un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon (min. 29:41, tdp 258, P : « *Je vais vous demander, parce que ça peut vous aider, pour ce qu'on va faire tout à l'heure sur tracenpoche, je vais vous demander avant de monter en informatique de tracer un triangle équilatéral* »). Il précise ce qu'il attend (tdp 258, P : « *Allez, triangle équilatéral, sans avoir à utiliser la gomme, nos trois côtés sont de même longueur* »). Une élève Mélanie cherche à obtenir des précisions (min. 31:25, tdp 268, M : « *Avec le compas et la règle ?* »).

### étape 2 : aide collective

Un élève Quentin ne peut pas tracer seul du fait de son handicap<sup>82</sup>. Le professeur lui sert donc de secrétaire. Quentin lui a demandé de tracer un segment, un cercle de centre l'une de ses extrémités, passant par l'autre extrémité. Mais Quentin ne sait pas continuer. Le professeur essaie de demander une justification, mais elle reste sans réponse (min. 33:09, tdp 279, P : « *Ensuite tu m'as dit on prend ça et puis on trace le cercle. D'accord, pas de problème. Mais c'était pour quoi, tracer ce cercle ? Ça allait servir à quoi ? D'avoir, de reporter cette longueur-là, la longueur du premier segment et d'en faire un cercle tout autour de ton segment ?* »). Il s'adresse à l'ensemble de la classe (min. 35:04, tdp 292, P : « *On a déjà tracé, il a déjà tracé le segment EF. Il a déjà tracé l'un des trois côtés, Enzo ?* », tdp 293, E : « *On prend le compas* »). Mais le professeur fait semblant de ne pas comprendre le rôle du compas.

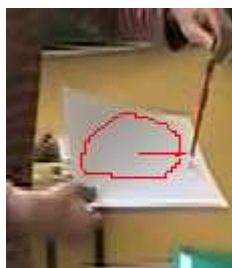


Illustration 41

Le professeur montre ce qu'il a déjà représenté : le segment [EF], le cercle de centre E et de rayon EF ( cf illustration 41). Il demande une aide aux autres élèves.

<sup>82</sup> L'élève a le bras droit en écharpe contre le corps, il ne peut pas tenir les instruments avec sa main. Il est droitier. La main gauche est malhabile.

min. 36:25 tdp 305	P	<i>Il va nous donner le point D. On va s'en servir pour donner le point D. Mais moi j'ai fait ce que Quentin m'a demandé de faire. J'ai tracé un cercle de centre E et tu me dis, il me donne le point D. Oui, peut-être mais où ? Il y en a beaucoup des points. Il y en a beaucoup des points.</i>
tdp 311	Y	<i>Il faut faire la même chose avec F.</i>

### étape 3 : aide à la construction

Le professeur s'adresse de nouveau à l'élève Quentin. Il trace le deuxième cercle (cf illustration 42). L'élève Quentin lui montre le troisième point, noté D (cf illustration 43). Le professeur conclut sur l'égalité des longueurs DE et DF tout en traçant les segments [DE] et [DF] (cf illustration 44).



Illustration 42



Illustration 43



Illustration 44

min. 37:27, tdp 317  
P : *Je fais ce que tes camarades me disent.*

P : *Tu vas essayer de voir où est ce point D.*  
(tdp 318) Q : *Ben, il est là.*

min. 37:51, tdp 321  
P : *On a trouvé les deux seuls points qui sont à la même distance de E et de F.*

## Analyse

Le professeur définit le jeu, il demande de tracer un triangle équilatéral. À ce moment-là, nous voyons le professeur jongler avec différentes perspectives. Quand il demande aux élèves de construire un triangle équilatéral, il sait qu'il a déjà donné cette tâche à un autre moment dans l'année. Il sait donc que c'est un réinvestissement des connaissances mathématiques. Quand il donne cette tâche de construction dans l'environnement papier-crayon, il sait qu'il la donnera dans l'environnement tracenpoche et l'annonce comme tel. Mais implicitement, quand il interdit l'usage de la règle graduée, c'est qu'il cherche à obtenir des élèves le réinvestissement de ce qui a été fait à propos du cercle dans l'environnement papier-crayon d'abord et surtout dans l'environnement tracenpoche où là, le cercle est nécessaire pour reporter une longueur. Mais, évidemment, il ne veut pas dire que ce sont les connaissances sur le cercle qui sont visées. Il fait ainsi preuve de réticence. Lorsque l'élève Mélanie pose la question du compas, le professeur ne peut qu'acquiescer. Au départ, il ne donne pas d'autre information. L'idée est d'accommoder le nouveau contrat (le compas/le cercle) au milieu (la figure dans l'environnement papier-crayon), sachant que ce nouveau contrat (cercle) est indispensable au nouveau milieu (la figure dans l'environnement tracenpoche). Le professeur choisit de réguler en prenant appui sur la production incomplète de l'élève Quentin. Ce dernier sait qu'il est question de cercles, mais il est incapable d'être plus précis. Le professeur institutionnalise la construction du triangle équilatéral à l'aide des deux cercles. S'il prend appui sur le travail de l'élève Quentin, c'est l'ensemble des élèves qui est invité à expliquer une manière de faire, à savoir tracer un deuxième cercle. Par contre le professeur laisse à la charge de l'élève Quentin de conclure sur le lieu du troisième point. Ainsi, il éclaire la technique d'un discours justificatif de la technique, une technologie qui repose de manière implicite sur la définition du cercle (P : « *On a trouvé les deux seuls points qui sont à la même distance de E et de*

F »).

#### 5.3.4 - JA4\_S4\_M\_A\_P (9 min.)

L'enjeu est de faire prendre conscience de la puissance des propriétés du cercle pour garantir l'égalité des longueurs dans l'environnement tracenpoche du point de vue de deux élèves Alex et Prune. Nous découpons en quatre étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont une certaine habitude de l'environnement tracenpoche. Ils ont déjà utilisé tous les boutons nécessaires à cette construction. Ils savent que le professeur peut venir les voir ou les aider si nécessaire.

Des éléments du milieu : les élèves savent maintenant que la construction doit résister au déplacement.

Présentation du moment :

Deux élèves Alex et Prune sont sur un ordinateur. Leur écran et leurs conversations sont enregistrés. Les time code et les tours de parole sont indépendants de ceux du film de la classe.

### Description

#### étape 1 : précision du professeur

Le professeur demande à un élève Noa de préciser ce qu'il y a à faire.



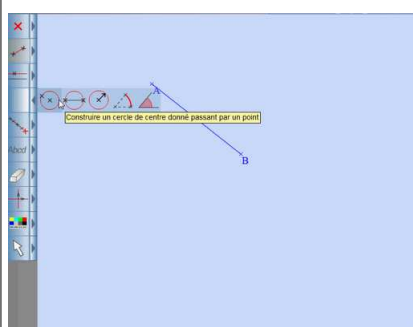
1	P	<i>On va tous sur tracenpoche, évidemment. On rappelle la consigne que j'ai donnée tout à l'heure. Qu'est-ce qu'on doit faire sur tracenpoche, Noa ?</i>
2	N	<i>Un triangle équilatéral.</i>
3	P	<i>On doit ?</i>
4	N	<i>Construire un triangle équilatéral.</i>
5	P	<i>On doit construire un triangle équilatéral. Vous avez sous les yeux, votre feuille. Ça peut éventuellement vous aider.</i>

#### étape 2 : construction du premier cercle

Les élèves Alex et Prune ont tracé un segment [AB]. Puis ils déplacent la souris sur le quatrième

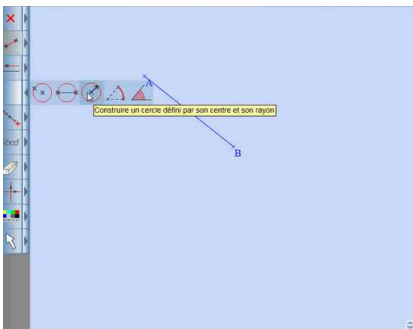
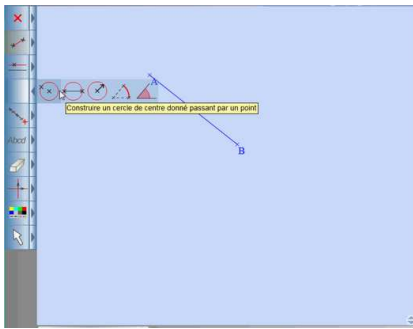
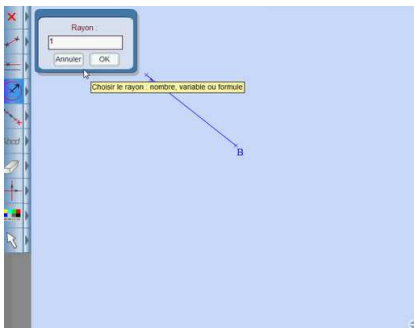
menu, celui des cercles  (min. 41:51) (cf illustration 45, 46). Ils


hésitent entre les différents boutons. À chaque fois que la souris passe sur le bouton, un message explique le rôle de ce bouton. Nous voyons sur l'écran des élèves différents aller-retour. Ils reviennent sur le premier bouton (cf illustration 47).

Bandeau jaune : Construire un cercle de centre donné passant par un point	Bandeau jaune : Construire un cercle défini par un diamètre	
		
Illustration 45	Illustration 46	Illustration 47



	A : <i>Non, ça, ça, ça</i> Pr : <i>Ben non.</i>	
Déplacement de la souris sur le premier bouton	Déplacement de la souris sur le deuxième bouton	Retour sur le premier bouton

Finalement, il sélectionne le troisième bouton « cercle de centre donné et de rayon donné ». Alex lit à voix haute le bandeau jaune (min. 3:02, tdp 13, A : « *Construire, attends* »). Alex pense avoir trouvé (min. 3:06, tdp 14, A : « A : *Construire un cercle, défini par son centre, et ben si, construire un cercle défini par son centre* ») (cf illustration 48). Puis en continuant à lire le bandeau, il établit un lien entre le bandeau jaune et ce qu'il sait (tdp 16, A : « *Et son rayon. Si, si c'est ça* ») (cf illustration 48). Une boîte de dialogue apparaît alors qu'ils ne connaissent pas (cf illustration 49). Donc ils annulent la sélection du cercle.

Bandeau jaune : Construire un cercle défini par son centre et son rayon		
		
<i>Illustration 48</i>	<i>Illustration 49</i>	<i>Illustration 50</i>

Ils échangent sur le segment [AB] et cherchent dans les différents menus ce qu'ils pourraient faire. Finalement, ils retournent au menu des cercles (min. 43:34). La souris reste quelques secondes sur le bouton 1 , cercle de centre donné et passant par un point donné. À la suite d'une mauvaise

manipulation, ils font un cercle qu'ils effacent immédiatement. Puis Prune explique en montrant avec la souris, qu'ils doivent faire un cercle (cf illustration 51). Elle propose d'en faire un deuxième (cf illustration 52). Alex accepte volontiers l'idée.

min. 4:57, tdp 33	Pr	<i>Il faudrait faire un cercle qui passe du point A, tu le fais le cercle</i>	
	Pr	<i>Puis après tu fais le même avec le point B.</i>	
			<i>Illustration 52</i>





	Al	<i>Ah ben, attends. C'est pas ça. Attends, tends, tends, passe.</i>	
--	----	---	--

Alex décide alors de tout effacer. Prune lui explique ce qu'il y a à faire (min. 5:27, tdp 42, Pr : « *On va passer en B, ça nous fait le cercle* » puis Pr : « *Voilà* »). Elle recommence en invitant Alex à regarder ce qu'elle fait (tdp 45, Pr : « *Voilà, après tu refais, regarde* »). Elle trace le cercle de centre A passant par le point B.

#### étape 2 (bis) : intervention du professeur

Pendant que les élèves sont en train de lire les bandeaux jaunes, le professeur interrompt collectivement les élèves pour leur rappeler qu'ils doivent les lire (min. 3:16, tdp 15-17, P : « *Je rappelle que, dans votre logiciel chacune des fonctions est expliquée* »).

#### étape 3 : positionnement du point C

Les élèves ont tracé le deuxième cercle et Prune montre le point d'intersection avec la souris. Puis elle sélectionne le bouton segment , sélectionne et valide le point A. Au moment où elle veut sélectionner le point d'intersection, elle se rend compte qu'elle ne l'a pas défini (min. 6:25, tdp 50, Pr : « *Ah non, il faut faire un point d'intersection* »). Elle déroule le menu des points et sélectionne alors le bouton point d'intersection , sélectionne. Elle valide successivement les deux cercles.

Elle sait qu'elle a terminé (tdp 52, Pr : « *Voilà, on fait point d'intersection* »). Alex remarque alors que le logiciel a placé deux points (min. 7:02, tdp 56, Al : « *On a C et C1. Tu vois, on a le choix en fait* », min. 46:02). Prune approuve mais sans y prêter attention (Pr : « *Ouais* »). Elle trace ainsi le triangle équilatéral ABC.

#### étape 4 : validation et finalisation

Les élèves ont terminé la construction, ils cherchent à rendre invisibles les cercles (min. 7:20, tdp 60, Al : « *Ben maintenant, enlève les cercles* »). Prune essaie de retrouver la procédure mais n'y parvient pas. Alex lui propose de vérifier (min. 7:33, tdp 64, Al : « *Attends, bouge tout pour voir si...* », min. 46:33). Le chercheur-praticien, noté PR, arrive à cet instant (min. 8:03, tdp 70, PR : « *Qu'est-ce que vous faites là ?* »). Prune ne lui parle pas des problèmes techniques pour rendre les traits invisibles, mais des questions de validation (tdp 71, Pr : « *On va voir si ça va* »). Et elle déplace le point A et valide sa construction (tdp 73, Pr : « *Ouais, c'est bon* »). Finalement, ils parviennent à rendre invisibles les deux cercles et le point C1 (cf illustration 53).

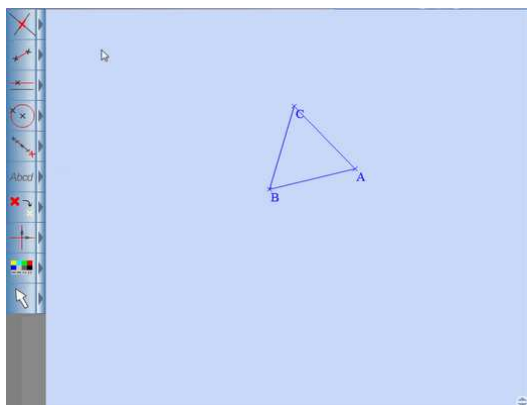


Illustration 53

Quelques minutes après, le professeur P s'adresse aux élèves (min. 11:11, tdp 84, P : « *Tu me montres ?* »). Prune déplace le point A. Le professeur acquiesce et leur propose de faire l'autre triangle, le triangle rectangle et isocèle (min. 11:13, tdp 85, P : « *Impeccable, parfait. Donc, vous êtes en avance, les enfants, je vais vous demander un petit travail, que les autres, ceux qui ont fini, sont en train de faire. Ça* »). Il leur montre le triangle rectangle isocèle.

## Analyse

Le professeur définit le nouveau jeu dans l'environnement tracenpoche, il s'agit de « construire un triangle équilatéral ». Il fait référence à ce que les élèves ont fait dans l'environnement papier-crayon, lors de la séance précédente. La feuille, sur laquelle ils ont travaillé, peut servir de mémoire didactique (tdp 5, P : « *Vous avez sous les yeux, votre feuille. Ça peut éventuellement vous aider* »). Nous nous rappelons que les élèves ont tracé deux triangles, l'un est rectangle et isocèle, l'autre est équilatéral. Le professeur ne précise pas si l'un des deux est plus intéressant pour la nouvelle consigne.

La construction du cercle de centre A et passant par le point B n'est pas obtenue sans peine par les élèves (environ 6 minutes). Nous pouvons penser à un manque de connaissances instrumentales. Effectivement, lorsqu'ils sont face à la boîte de dialogue du bouton 3, ils annulent. Nous voyons également que, dans l'environnement tracenpoche, les élèves cherchent dans tous les menus sans savoir ce qu'ils cherchent, provoquant ainsi un apprentissage de type magique : on cherche la bonne formule, ce qui peut se révéler contre-productif.

Qu'en est-il des connaissances mathématiques ? Les élèves passent du temps à lire les bandeaux jaunes concernant les menus cercle : nous pouvons donc penser qu'ils savent qu'ils doivent tracer un cercle. Les habitudes de classe sont plutôt orientées vers le cercle défini par un centre et un rayon. Le message du bandeau jaune fait appel au rayon du cercle, plus précisément à la mesure du rayon du cercle. Nous pensons que les élèves montrent le segment [AB] en tant que rayon. Mais les élèves ne font pas le lien entre ce qu'ils connaissent la longueur du segment qu'ils ont montrée avec la souris et la boîte de diagonale proposée par le logiciel.

Nous notons que ces habitudes d'enquêter sur les différents boutons du logiciel les conduisent à la

réponse attendue. En effet, lorsque le bouton 1  est activé et que le centre est validé par

mégarde, Prune sait que c'est le bouton à utiliser. Elle explique à Alex ce qu'il faut faire, oralement. Autrement dit, en commençant le tracé du triangle équilatéral, les deux élèves savent probablement qu'ils doivent tracer un cercle. Par contre, les caractéristiques du cercle ne sont pas du tout accessibles, les indices laissés par le professeur dans l'environnement papier-crayon ne sont pas réinvestis par les deux élèves. L'environnement tracenpoche leur permet de voir les éléments mathématiques manquants. Les élèves ne tiennent plus compte des bandeaux jaunes à partir du moment où ils ont choisi le bouton 1. C'est ainsi que le mot « centre » ou l'expression « passant par » ne sont pas utilisés et sont remplacés par un simple clic. La validation de la construction passe par la réalisation conforme à ce qu'ils attendaient (Pr : « *Voilà* »).

Le professeur régule les actions de l'ensemble de tous les élèves dans l'environnement tracenpoche. Ainsi, il rappelle la nécessité de lire les bandeaux jaunes. Nous remarquons que cette intervention n'a aucun impact sur le groupe analysé, puisque précisément les élèves étaient en train de la faire. Les connaissances instrumentales concernant les statuts des points semblent fonctionnelles lors de cette quatrième situation, bien que la distinction des points - « point libre », « point sur », « point d'intersection » - soit propre à l'environnement tracenpoche. D'un côté, les élèves ont rencontré les différents points dans des tâches de construction ou de reproduction (effet de contrat). D'un autre côté, c'est ce qu'ils obtiennent à l'écran qui les font réagir (effet de milieu). Le segment [AC] a effectivement l'extrémité A qui est définie, extrémité représentée par la croix et la lettre A et la deuxième extrémité n'est pas définie : ils ne peuvent pas sélectionner la croix représentant le C. Cette absence de sélection, qui devient rouge lorsque le point est défini, suffit à leur rappeler une connaissance instrumentale, le point doit être déjà défini avant d'être sélectionné pour représenter la deuxième extrémité du segment.

Prune est dans un contrat où ce qu'elle obtient à l'écran doit correspondre à ce qu'elle doit faire, à savoir un triangle équilatéral. Par conséquent, elle n'a qu'une idée, chercher le bouton adéquat pour cacher les traits de construction. Elle n'écoute pas l'autre élève. Alex est dans le contrat de la validation (tdp 64, Al : « *Attends, bouge tout, pour voir si...* »). Par contre, face au chercheur-

praticien PR, Prune n'explique pas du tout les difficultés qu'elle rencontre. Elle présente la question de la validation. Elle valide devant lui et montre ainsi ce qu'elle sait faire (Pr : « *On va voir si ça va* »). Face au professeur P, elle agit de la même manière. Le professeur lui demande de montrer, elle déplace le point A et il confirme. Mais le déplacement des objets déplaçables n'est jamais nommé. Les propos de Pr « *On va voir si ça va* » ou de P « *Tu me montres* » produisent le même effet : le point A ou B est déplacé. À l'écran, le triangle reste un triangle équilatéral quelle que soit la position des points, mais cette propriété n'est jamais nommée.

### **5.3.5 - JA5\_S4\_M (10 min. )**

L'enjeu est de faire partager collectivement le rôle du cercle dans l'égalité des longueurs. Nous découpons en cinq étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont à se souvenir de ce qu'ils ont fait avec le logiciel et ils doivent le traduire en des phrases qui permettent au professeur de réaliser ce qui lui est dit.

Des éléments du milieu : les élèves doivent s'exprimer de sorte que le professeur puisse effectivement construire un triangle équilatéral. La validation de la construction passe par la conservation du triangle équilatéral au cours du déplacement des points déplaçables.

Présentation de ce moment :

Les élèves ont construit le triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. Le professeur organise la classe de sorte que les élèves puissent voir l'écran, sur lequel il veut tracer le triangle équilatéral.

Les time code et les tours de parole sont indépendants des deux précédents films.

## **Description**

### étape 1 : reprise collective

Le professeur demande l'attention des élèves (min. 2:00, tdp 93, P : « *Les enfants, on va mettre en commun ce que vous avez utilisé et comment vous l'avez utilisé* »). Puis il veut que les élèves le guident pour tracer un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. Il ajoute une contrainte de rapidité sur la construction (min. 2:58, tdp 94, P : « *Vous allez me dicter ce que vous pensez être le chemin le plus court, le plus pratique pour tracer ce triangle équilatéral* »). Il précise alors que la dictée au maître s'appuie sur les actions que les élèves viennent d'effectuer (min. 27:07, tdp 94, P : « *Vous allez évidemment utiliser ce que vous avez fait sur vos ordinateurs individuels* »). Il se place alors devant le TBI et écoute les élèves (cf illustration 54 et 55).



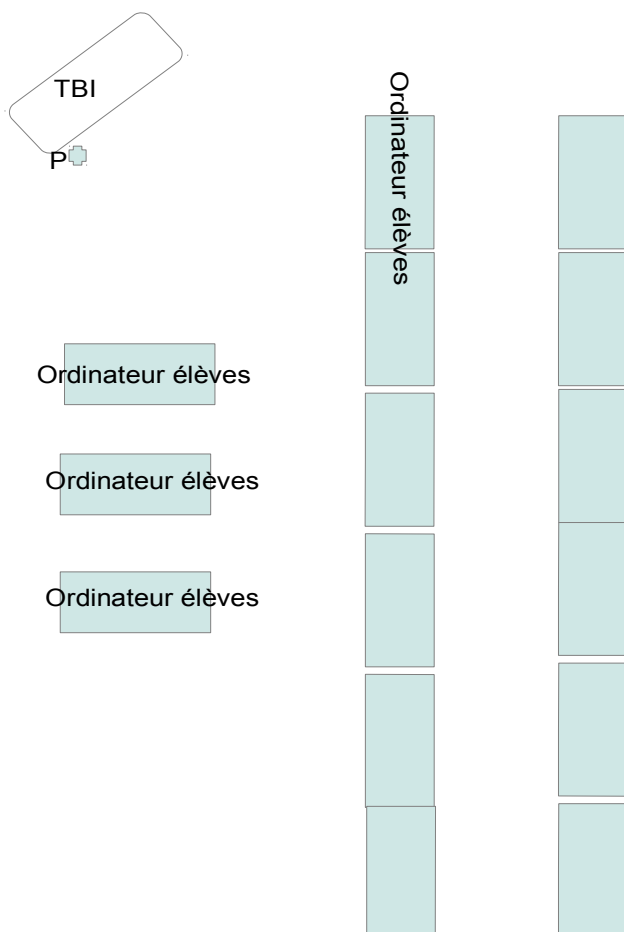


Illustration 54 : plan de la classe




Illustration 55

#### étape 2 : tracé du segment [AB]

L'élève Loïse explique au professeur ce qu'il doit faire (min. 27:12, tdp 95, L : « *Déjà, il faut faire un point* », puis « *Après on trace un segment* »). Le professeur la sollicite pour qu'elle précise ce qu'il a à faire (min. 27:34, tdp 101, P : « *Ensuite, on prend un segment, tu m'en donnes un petit peu plus* », L : « *Un segment [AB]* »). Puis il lit les bandeaux jaunes qui s'affichent au fur et à mesure (tdp 104, P : « *Première extrémité. Tu m'as dit A. Deuxième extrémité. Appelons B* »). Puis il interrompt l'élève pour faire le point dans la construction (min. 27:57, tdp 108, P : « *On a le premier côté de notre triangle. Et on a déjà deux sommets. Il en faut un troisième* »).

#### étape 3 : tracé du cercle de centre A et de rayon AB

À la demande du professeur, l'élève Alex explique qu'il faut tracer le cercle (min. 28:08, tdp 109, A : « *Ben on fait un cercle* »). Le professeur s'étonne : tdp 110, P : « *Sans autre information ? Tu veux que je fasse un cercle* ». Alors Alex est donc plus précis (tdp 111, A : « *Ben, le centre du cercle,*

*c'est le point A* ». Le professeur choisit le bouton , cercle de centre donné et passant par un point donné. Il lit les bandeaux jaunes au fur et à mesure.

#### étape 4 : Alex se trompe de triangle

Le professeur est amené à rappeler qu'ils sont en train de tracer le triangle équilatéral et non le triangle rectangle et isocèle (tdp 125, P : « *On trace le triangle équilatéral* »). Il s'adresse à un binôme qui n'a pas réussi à construire le triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. Pour les aider dans leur réflexion, il leur montre le travail déjà fait au tableau (cf illustration 56).



Illustration 56

min. 29:47, tdp 127

P : *Louis et Lucas, vous avez eu du mal. Mais vous n'êtes pas allés au bout, si ? Vous n'avez pas terminé ? Regardez, vos camarades ont commencé. Je crois que c'est ce que vous avez aussi.*

L : *Oui.*

P : *Bien, on a un point A, on a un point B. Il nous manque un point C. Que faut-il pour trouver l'endroit exact du point C ?*

Le professeur évoque ce qu'ils ont fait dans l'environnement papier-crayon (min. 30:17, tdp 129, P : « *Qu'avez-vous fait sur votre feuille, tout à l'heure en classe pour trouver le point C ?* »). L'élève Louis explique qu'il a pris le compas pour faire le cercle. Comme précédemment, le professeur a besoin de questionner les élèves pour avoir les éléments caractéristiques tels que le centre. L'élève Louis explique qu'il a tracé sur sa feuille avec le compas un cercle. Là encore, le professeur doit le solliciter pour que l'élève précise son centre (tdp 134, P : *De centre ?* », tdp 135, L : « *De centre C* »). Le professeur l'interrompt en précisant qu'il n'y a pas de point C. Effectivement, sur la feuille de l'élève Louis, il a tracé le cercle de centre C, puisqu'il a tracé en premier le segment [AC]. L'élève Louis comprend la remarque du professeur et adapte sa réponse à la construction du tableau. Il parle donc du cercle de centre A et passant par B, cercle qui est déjà tracé. L'élève C propose de tracer un cercle de centre B et qui passe par A. Le professeur exécute l'action.

#### étape 5 : conclusion

Le professeur interroge sur l'avancée dans la construction (min. 31:29, tdp 145, P : « *Qu'est-ce que ça nous donne ?* »). L'élève Hugo hésite. Le professeur insiste (min. 31:33, tdp 147, P : « *Qu'est-ce qu'on voit ?* »). Tout en disant cela, il déplace le point B. L'élève Hugo explique que l'on obtient le point d'intersection (min. 31:52, tdp 150, H : « *Le point d'intersection* »). Le professeur précise alors que les deux cercles sont sécants en deux points (min. 32:08, tdp 153, P : « *L'intersection des deux cercles, une des intersections des deux cercles va être l'endroit où on va tracer ?* »). Lucas explique alors que c'est le point attendu (min. 32:10, tdp 154, L : « *Le point C* »). Le professeur explique en quoi ce point d'intersection est le point attendu.

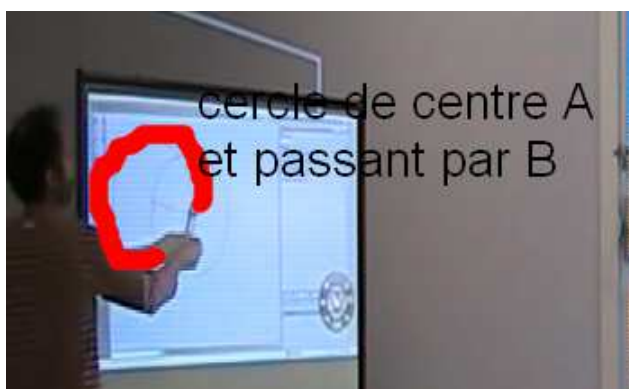


Illustration 57

Le professeur suit le cercle avec le crayon



Illustration 58

Le professeur met le pouce au centre du cercle et l'index suit le cercle.

Puis il continue de la même manière sur le cercle de centre B et passant par le point A (min. 32:21, tdp 155, P : « *Et ici, on a l'ensemble des points qui sont à la même distance de B que le A* ») (cf

illustration 57). C'est ainsi qu'il pointe C (P : « *Du coup, on a ici effectivement le point C* »). Il précise également qu'une des difficultés rencontrées par certains élèves : le point C doit être déclaré comme point d'intersection. Enfin, il valide la construction en déplaçant le point B (min. 32 : 34, tdp 157, P : « *On a ce qu'il faut* »).

## Analyse

Le professeur définit le nouveau jeu, à savoir l'élève doit se souvenir ce qu'il a fait pour tracer le triangle équilatéral et il doit ensuite guider le professeur pour que ce dernier arrive au même résultat. Mais quand le professeur demande le chemin le plus court, ce n'est pas du tout la durée qui l'intéresse. Il s'attend à ce que les élèves utilisent la définition du cercle. Autrement dit, il tait l'enjeu réel. D'autre part, nous pouvons noter une inversion des places topogénétiques. Le professeur est situé en tant qu'exécutant de ce que l'élève lui indique. Ainsi l'élève est placé dans une position topogénétique haute.

Le professeur attire l'attention des élèves sur la manière de parler des objets mathématiques un segment n'est pas défini que par ses extrémités. Il prend appui sur les nécessités de l'environnement tracenpoche, à savoir la dénomination des extrémités.

Le professeur met en œuvre une règle stratégique dans l'environnement tracenpoche, à savoir lire les bandeaux jaunes. Il trace ainsi le segment [AB]. Évidemment, la connaissance instrumentale relative à la construction d'un segment ne fait pas défaut aux élèves. Il ne s'agit que d'un prétexte pour rappeler la règle.

Le professeur utilise toujours la même règle stratégique, à savoir lire les bandeaux jaunes pour le cercle. Il est à souligner qu'ici, le choix du bouton est entièrement à la charge du professeur et n'a pas fait l'objet d'un questionnement. Or, nous avons vu par ailleurs que les élèves Alex et Prune ont hésité. Cette hésitation n'est pas rendue publique.

Le professeur s'appuie sur l'environnement papier-crayon pour montrer aux élèves comment ils auraient pu tracer le triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. L'évocation du compas permet ainsi à l'élève de parler d'un premier cercle. C'est un des exemples pour lequel la prise en main du logiciel est éclairée par les instruments usuels de tracé. Ici l'élève met en avant l'instrument utilisé, le compas, pour parvenir à parler du cercle, seule connaissance mathématique qui est recherchée et qui pourrait être utilisable dans l'environnement tracenpoche. Mais le professeur ne partage pas le choix du bouton, caractéristique de l'environnement tracenpoche. Le deuxième élève interrogé parle du deuxième cercle, en précisant spontanément ses caractéristiques.

Les deux cercles étant tracés, le professeur choisit d'institutionnaliser les connaissances sur les propriétés du cercle. Tout point situé sur le cercle de centre A et passant par le point B est à la même distance de A que ne l'est B, autrement dit, le point C qui est sur le cercle vérifie la relation :

$CA=AB$ . Pour le montrer, il s'y prend de deux manières, le crayon qui suit le cercle (cf illustration 57). Dans ce cas, le cercle est décrit de manière « continue ». Puis il insiste, il montre le rayon AB, distance entre son index et son pouce, puis il prend appui sur son pouce pour tourner l'index (cf illustration 58). L'index fait alors des petits sauts, montrant ainsi des points du cercle, autrement dit le professeur choisit de montrer des points de manière « discrète ». Il fait la même chose que le deuxième cercle. À la fin de sa monstration, il conclut sur la présence du point C. Il institutionnalise également une connaissance instrumentale, la déclaration du point C comme point d'intersection. L'évocation de ce bouton est souvent suffisante auprès des élèves pour qu'ils comprennent pourquoi leur construction ne résiste pas au déplacement. En tous les cas, c'est le pari que le professeur fait puisqu'il n'insiste pas. Enfin, il rappelle une règle définitoire dans l'environnement tracenpoche, à savoir déplacer tous les objets déplaçables pour valider la construction. Nous voyons que le professeur se place dans une position topogénétique haute, c'est lui qui décide de valider, alors qu'au cours de la construction du triangle, les élèves ont eu à expliquer au professeur ce qu'il avait à faire. Pourtant, nous notons que les élèves ne définissent jamais complètement les objets géométriques. C'est le professeur qui précise que le point C est le point d'intersection des deux cercles. D'un

certain point de vue, il laisse une place aux élèves. Mais d'un autre côté, il est toujours présent pour produire, en cas de lacunes repérées dans le discours des élèves, des énoncés adéquats à la démarche géométrique.

## **5.4 - Conclusion par rapport à cette classe**

### **5.4.1 - Rappel de la chronologie**

Dans cette classe, le professeur a choisi de faire analyser la figure (JA1\_S4\_M). Il l'a fait reproduire dans l'environnement papier-crayon, tâche notée t3,10,pc et t3,11,pc. Il a ensuite proposé une manière de construire cette figure (JA2\_S4\_M). Il a demandé également aux élèves de construire un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon, tâche t2,8,pc\*. En cours de construction, il demande aux élèves d'aider l'un d'eux (JA3\_S4\_M). Puis dans l'environnement tracenpoche, les élèves ont à reproduire un triangle équilatéral et nous avons analysé un binôme Alex et Prune (JA4\_S4\_M\_A\_Pr). Enfin, le professeur clôt la séance (JA5\_S4\_M).

### **5.4.2 - Rappels de nos questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?  
Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **5.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Le professeur fait analyser la « figure » : il donne à reconnaître un triangle rectangle et isocèle. Le « dessin » du triangle est transformé en « figure » dès lors que le professeur donne à justifier les propriétés géométriques à travers l'usage des instruments. Ce sont les habitudes de classe. Puis le professeur prend appui sur le désaccord entre les élèves pour organiser la situation vers un nouvel équilibre contrat-milieu propice à la mise en œuvre d'une propriété géométrique du cercle. Les élèves ont à travailler sur la « figure » sans prendre appui sur les instruments. Cette manière de faire est nouvelle. Nous remarquons cependant les limites de cette manière de faire dans la classe : un élève remet en cause la justification théorique par l'utilisation de la règle, qui ne lui donne pas la même réponse que le professeur.

Selon les moments, le professeur demande aux élèves d'explicitier les relations géométriques, telles que les extrémités des segments, les éléments caractéristiques des cercles, le triangle isocèle. Il fait éprouver la nécessité de faire préciser par les élèves des propriétés, dans l'environnement papier-crayon (le point B, cf illustration 37) ou dans l'environnement tracenpoche (le cercle de centre A passant par le point B, cf illustration 56). Dans ces conditions, nous pouvons dire que « donner à voir le dessin comme une figure » ne dépend pas de l'environnement mais plutôt de la compréhension de la situation par le professeur.

### **5.4.4 - Initiatives du professeur**

Le professeur a choisi de construire la figure (D) : lorsqu'il corrige au tableau, il commence par tracer l'angle droit avec l'équerre aménageant ainsi un milieu qui résiste. En effet, il n'est pas possible de terminer le triangle rectangle et isocèle sans avoir recours au compas. Il est nécessaire de suspendre la construction du triangle dès que l'angle droit est placé. Le tracé du cercle permet alors de finir deux segments de même longueur sur les côtés de l'angle droit, permettant ainsi de terminer la construction.

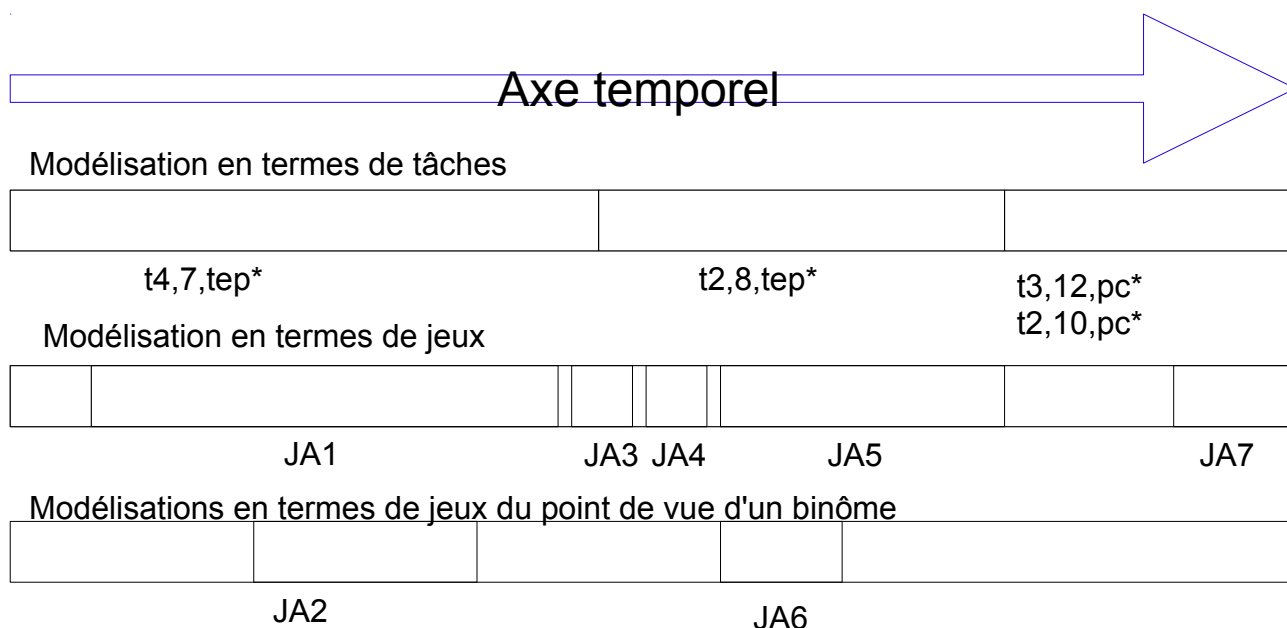
## 6 - Dans la classe de PB

### 6.1 - Une mise en intrigue

Dans la première séance de la classe de PB, les tâches sont à faire dans l'environnement tracenpoche. Les élèves accèdent à un premier exercice programmé. Il s'agit d'abord de reconnaître un triangle rectangle et isocèle dans l'environnement tracenpoche, tâche notée t4,7,tep\*. Les élèves n'ont accès au but de l'exercice qu'à la question numérotée 6 par le professeur, qui est en fait la dernière de onze phrases, notée ainsi : « *Comment s'appelle un triangle qui a ces particularités ?* ». Mais lors de la réalisation de cette tâche prescrite, le professeur va de fait définir des étapes intermédiaires qui relèvent de la construction. Nous modélisons cette première phase de l'action conjointe sous la forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA1\_S4\_PB, dont l'enjeu est de construire des objets géométriques en suivant un programme de construction. Nous nous intéressons parallèlement à l'action d'un binôme particulier au cours de cette réalisation, mais que nous modélisons cette fois-ci du point de vue de ces deux élèves, Florie et Shadé, sous la forme d'un deuxième jeu d'apprentissage noté JA2\_S4\_PB\_F\_S.

Puis dans une deuxième phase le professeur choisit de reprendre la construction et d'en montrer enfin l'intérêt. Nous modélisons cette deuxième phase, cette fois-ci collective, par un jeu d'apprentissage, noté JA3\_S4\_PB, dont l'enjeu est de faire distinguer collectivement une propriété qui a permis la construction et une propriété qui résulte de la construction. Une troisième phase sera modélisée par un autre jeu d'apprentissage, noté JA4\_S4\_PB, dont l'enjeu est de faire utiliser collectivement la superposition des côtés du triangle et des droites perpendiculaires pour mettre en évidence l'angle droit. Les élèves accèdent alors à un second exercice également programmé. Il s'agit de tracer un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche, tâche que nous avons notée t2,8,tep\*. Le professeur a choisi de démarrer la réalisation à partir d'un cercle et d'un rayon AB déjà tracé. Nous modélisons cette phase par un jeu d'apprentissage JA5\_S4\_PB dont l'enjeu est de faire utiliser collectivement le cercle pour reporter une longueur. De la même façon que précédemment, nous le déclinons également du point de vue du même binôme sous la forme d'un autre jeu d'apprentissage noté JA6\_S4\_PB\_F\_S. Enfin, de retour dans la classe, dans la deuxième séance, les élèves ont à reproduire un triangle équilatéral (tâche notée t3,12,pc\*) et à construire un triangle isocèle (tâche notée t2,10,pc\*) . Nous modélisons cette dernière phase sous la forme d'un JA7\_S4\_PB dont l'enjeu est de faire voir collectivement le cercle pour le report des longueurs.

## 6.2 - Représentation synoptique<sup>83</sup>



Avec

JA1\_S4\_PB (23 min.)

enjeu : faire construire un cercle et des perpendiculaires dans l'environnement tracenpoche en suivant un programme de construction.

JA2\_S4\_PB\_F\_S (11min.)

enjeu : faire construire un cercle et des perpendiculaires dans l'environnement tracenpoche en suivant un programme de construction du point de vue d'un binôme Florie et Shadé.

JA3\_S4\_PB (3 min.)

enjeu : faire distinguer collectivement une propriété qui a permis la construction et une propriété qui résulte de la construction.

JA4\_S4\_PB (3 min.)

enjeu : faire utiliser collectivement la superposition des côtés du triangle et des droites perpendiculaires pour mettre en évidence l'angle droit.

JA5\_S4\_PB (3 min.)

enjeu : faire utiliser collectivement le cercle pour reporter une longueur.

JA6\_S4\_PB\_F\_S (6 min.)

enjeu : faire utiliser le cercle pour reporter une longueur du point de vue d'un binôme Florie et Shadé.

JA7\_S4\_PB (6 min.)

enjeu : faire voir collectivement le cercle pour le report des longueurs

## 6.3 - Jeux d'apprentissage

### 6.3.1 - JA1\_S4\_PB (23 min.)

L'enjeu est de faire construire un cercle et des perpendiculaires dans l'environnement tracenpoche en suivant un programme de construction. Nous découpons en quatre étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont déjà suivi un programme de construction dans l'environnement papier-crayon. Ils ont à suivre un programme de construction dans l'environnement

<sup>83</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 63 min.).

tracenpoche. Ils ont l'habitude de répondre à des questions.

Des éléments du milieu : le résultat de leurs sélections des boutons doit correspondre à ce qu'ils attendent.

Présentation de ce moment :

Les élèves se connectent sur l'exercice programmé par le professeur (cf illustration 59). Ils sont répartis par deux.

The screenshot displays a software interface for a geometry lesson. The top section, titled "Ressource n°1 : Observation d'un triangle particulier", contains a list of instructions and questions for observing a triangle. The instructions include measuring sides [BA] and [BC], using a circle command with center B passing through A, and drawing perpendiculars from B to sides AB and BC. The questions ask for observations, the location of point C, deductions from the measurements, the name of the triangle, and the name of a triangle with these characteristics. Below the text are buttons for "Enregistrer" and "Réinitialiser la figure".

The bottom section shows a geometric workspace with a toolbar on the left and a script area on the right. The workspace contains a triangle ABC. The script area shows the following code:

```
@figure;  
@options;  
  
@figure;  
A = point(-4.83, 3.3);  
B = point(-0.57, -0.1);  
sAB = segment(A, B);  
ceBA = cercle(B, A) {1};  
perpBsAB = perpendiculaire(B, sAB) {1};  
C1 = intersection(perpBsAB, ceBA, 1) {1};  
C = intersection(perpBsAB, ceBA, 2);  
sAC = segment(A, C);  
sBC = segment(B, C);
```

Illustration 59

## Description

### étape 1 : lire l'énoncé

Successivement deux élèves Cisia et Kacy tentent de lire l'énoncé. Mais la lecture est interrompue par le professeur à différentes reprises (min 10:25, P : « Allez va plus vite », min 10:32 : « Allez on va demander à quelqu'un qui n'a pas envie de rire », min 10:57 : « Oh, ça va être dur aujourd'hui, je crois »). Finalement, le professeur change d'avis (tdp 23, P : « Bon allez, je vais lire, ça va aller ») et décide de lire la consigne (min 11:12 à min 11:50). Il demande alors aux élèves de faire l'exercice (min 11:52, P : « D'accord ? »). Il donne un conseil (min 11:54, P : « Vous procédez étape par étape »). En l'absence de cadre réponse pour écrire dans l'environnement numérique, il signale que les élèves auront à répondre oralement aux questions (min 12:04, P : « Vous répondrez dans votre tête et je poserai des questions après »).

### étape 2 : recherche

Le professeur se déplace de groupes en groupes, soit de manière apparemment aléatoire, soit à la demande des élèves. (L'analyse spécifique du point de vue d'un des binômes (JA2\_S4\_PB\_F\_S) sera présentée un peu plus loin). Dans cette étape, nous nous intéressons aux aides ponctuelles apportées par le professeur, mais nous n'avons pas la possibilité de préciser les moments de son intervention, puisque nous n'avons pas de caméra sur tous les ordinateurs. Les interventions concernent les mesures (min. 12:18, tdp 25, P : « *Mesure à la règle* »), la lecture de la consigne (min. 13:45, tdp 27 P : « *Tu ne l'[la consigne]as pas lue* », tdp 34 P : « *Non, ce n'est pas fini* », tdp 35 P : « *Il y a deux perpendiculaires à tracer* », min. 16:48, tdp 36 P : « *Ce qui est formidable avec vous, c'est qu'on vous fait une consigne et que vous en lisez la moitié* », min. 17:41, tdp 44 P : « *Il reste une autre perpendiculaire à tracer* »). Le professeur s'adresse également aux élèves concernant la nécessité de déplacer les points déplaçables (tdp 29, P : « *Est-ce que vous avez déplacé pour voir si ça reste ? (...) Est-ce que les mesures restent en se déplaçant ?* »), puis il s'adresse à tous les élèves (min. 16:30, tdp 32, P : « *J'aimerais que vous déplaciez quand je vous le demande* »). Il précise un peu plus tard un des points à déplacer (min. 19:40, tdp 62 P : « *Allez, vous déplacez devant moi le centre B* »).

### étape 3 : recherche par binômes

### étape 4 : reprise collective

Le professeur passe auprès de chaque groupe et s'assure que la construction est terminée. Puis le professeur interroge collectivement les élèves en respectant l'ordre des questions. L'égalité des longueurs est attestée par les mesures de la règle de l'environnement tracenpoche (min. 23:50, tdp 76, P « *Les côtés sont de même longueur* ») avec la référence explicite à la règle (min. 23:33, tdp 72, P : « *Je vous ai demandé de mesurer à la règle les deux segments* »). La reconnaissance du triangle isocèle découle de cette égalité (tdp 76, P : « *Comment appelle-t-on un triangle qui a deux côtés de même longueur* », tdp 77, E : « *Un triangle isocèle* »). Puis le professeur attire l'attention des élèves sur le cercle tracé (min. 24: 16, tdp 78, P : « *Je vous ai demandé de tracer un cercle ayant pour centre le sommet B* »).

## **Analyse**

Le professeur définit le jeu en prenant appui sur l'exercice qu'il a programmé. Les élèves ont une suite d'instructions à réaliser à partir de sa lecture. Cet énoncé est plutôt long (onze phrases impératives ou interrogatives) et le professeur choisit de faire une lecture commune. Mais les élèves ne sont visiblement pas disponibles. Nous pouvons penser qu'ils ont envie d'utiliser tracenpoche comme ils l'ont déjà fait, d'autant que l'écran de l'ordinateur est sous leurs yeux (cf illustration 60).





Illustration 60

Le professeur n'explique pas le sens des phrases de l'énoncé. D'emblée, il donne une règle stratégique quant à la manière de procéder dans le cas d'un exercice dont les questions sont plutôt dépendantes (tdp 23, P : « *Vous procédez étape par étape* »). Les élèves ne posent à ce moment aucune question. Cela semble confirmer qu'ils ont envie de travailler avec tracenpoche et qu'ils savent ce qu'ils ont à faire pour commencer. Comme le professeur semble s'y attendre, la lecture des onze phrases impératives ou interrogatives n'est pas suivie des constructions effectives dans l'environnement tracenpoche. Le professeur leur en fait grief (tdp 36, P : « *Ce qui est formidable avec vous, c'est qu'on vous fait une consigne et que vous en lisez la moitié* »). Pourtant il ne leur donne aucune indication sur ce qu'ils ont oublié de faire dans la première partie. Ce n'est qu'au fur et à mesure de l'avancée dans le temps de recherche qu'il dévoile un peu plus (min. 17: 41, tdp 44 P : « *Il reste une autre perpendiculaire à tracer* »). Par ailleurs le professeur n'a pas rappelé la règle définitoire du déplacement, qui permet de valider la construction (c'est le premier type de déplacement qui a été travaillé dans les situations de 1 et 2) ou de reconnaître les propriétés qui résistent au déplacement (situation 3). Il est donc amené à réguler le jeu des élèves, en le précisant (tdp 32, min 16:30, P : « *J'aimerais que vous déplaciez quand je vous le demande* »). Finalement, tous les élèves ont construit la figure attendue. La stratégie consistant à utiliser la règle de l'environnement tracenpoche est explicitement notée dans la consigne écrite. La comparaison des mesures obtenues est une règle stratégique issue de l'environnement papier-crayon. Dans l'environnement tracenpoche, elle prend une autre dimension. En effet, les longueurs BA et BC sont égales sur le dessin mais aussi sur tous les dessins obtenus par déplacement. Autrement dit, l'égalité des longueurs est une caractéristique de la figure. Le professeur en a parlé à un groupe (tdp 29, P : « *Est-ce que les mesures restent en se déplaçant ?* ») mais il n'y fait pas référence dans le moment collectif.

### 6.3.2 - JA2\_S4\_PB (11min)

L'enjeu ici est de faire construire un cercle et des perpendiculaires dans l'environnement tracenpoche en suivant un programme de construction du point de vue du binôme Florie et Shadé. Nous découpons en cinq étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont désormais une certaine habitude de l'environnement tracenpoche. Ils ont l'habitude d'être en binôme pour faire leur construction. Ils savent ce qu'est un programme de construction.

Des éléments du milieu : le déplacement des points doit valider leur construction.

Présentation du moment :

Nous allons nous intéresser au moment de recherche par deux élèves Florie et Shadé. Elles ont lu l'énoncé de l'exercice et commencent. Nous ne savons pas nécessairement qui dirige la souris, nous noterons donc « elle », sans savoir de quelle élève il s'agit.

Les tours de parole correspondent à l'enregistrement spécifique de ce binôme, avec CamStudio. Les time code sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : mesure des segments

Shadé lit la deuxième phrase (min. 11:58, tdp 28, S : « *Mesure à la règle BA, BC* »). Elle sélectionne le bouton règle, sélectionne et valide les extrémités des segments [BA] et [BC]. Les mesures s'affichent 7,79. Elle déplace le point B puis essaie de déplacer le point C. Elle conclut que c'est un rectangle (min. 12:22, tdp 34, S : « *Déjà, c'est un rectangle* »). Puis elle revient à la lecture de la consigne (min. 13:16, tdp 42, S : « *Que constates-tu ?* »). La réponse est immédiate (tdp 42, S : « *Et ben, que BC et BA ont la même taille* »).

### étape 2 : le cercle

Shadé lit la consigne suivante (min.13:27, tdp 42, S : « *Maintenant, utilise la commande ça* ») et déplace la souris sur le bouton « cercle ». Elle continue (min. 13:33, tdp 43, S : « *B étant le centre du cercle, passant par A* »). Elle sélectionne le point B (cf illustration 61), puis elle écarte la souris pour que le cercle passe perceptivement par A (cf illustration 62), se ravise et déplace la souris pour que le cercle passe effectivement par le point (cf illustration 63).

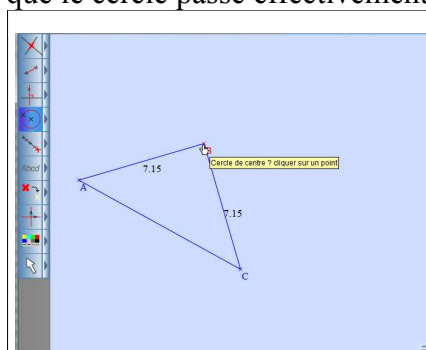


Illustration 61

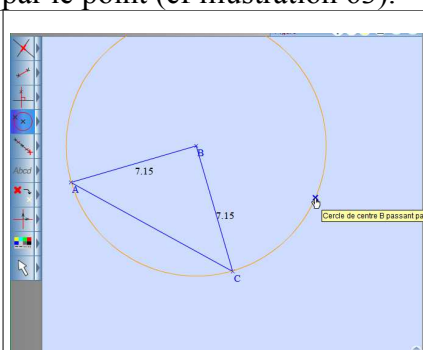


Illustration 62

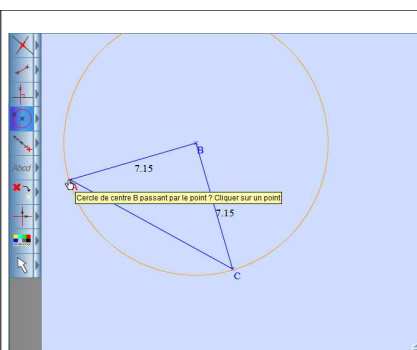


Illustration 63

### étape 3 : interprétation par les élèves

À la question suivante de l'énoncé « Où se trouve le point C ? », la réponse est immédiate « *Euh, ben sur le cercle* ». S continue à lire et à faire les réponses (min. 14:25, S : « *Comment appelle-t-on ce triangle ? Un triangle isocèle, ils ont la même taille* »). Cette étape n'appelle pas de commentaires particuliers.

### étape 4 : les perpendiculaires

Shadé trace alors la perpendiculaire à (AB) passant par B. Puis elle continue les autres questions sans lire la consigne du tracé de la deuxième perpendiculaire. Elle conclut que c'est un triangle rectangle et isocèle (min. 15:42, tdp 76, S : « *Triangle rectangle et isocèle* »). Elles appellent le

professeur pour validation. Celui-ci leur déclare qu'il manque une perpendiculaire (min. 17:42, tdp 84, P : « *Il te reste une autre perpendiculaire à tracer* »). Devant l'incompréhension des deux élèves, il explique qu'elles n'ont pas tracé la perpendiculaire à (BC) passant par B. Dans les échanges entre les deux élèves, Florie montre que la perpendiculaire à (BC) est déjà tracée et elle montre BC avec la souris. Shadé conteste, elle explique que c'est la perpendiculaire à (AC), tout en montrant (AB). Elle conclut que cela n'a pas d'importance (min. 18:05, tdp 92, S : « *Au pire, on s'en f...* »). Florie veut retourner à la consigne (min. 18:08, tdp 94-95, F : « *Il faut relire la consigne. Trace la perpendiculaire à AB passant par B. Trace la perpendiculaire à BC passant par B. Alors à BC, on l'a fait* » (cf illustration 64). Florie (qui a probablement repris la souris) trace une première perpendiculaire qui se superpose à celle qui est présente (cf illustration 65). Elle recommence et trace la perpendiculaire à (BC) passant par B (cf illustration 66).

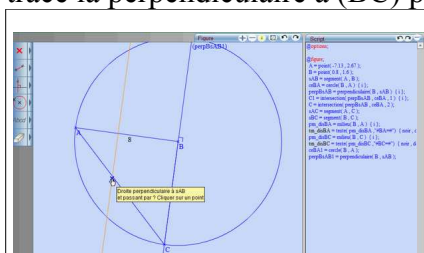


Illustration 64

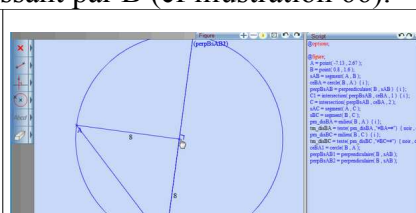


Illustration 65

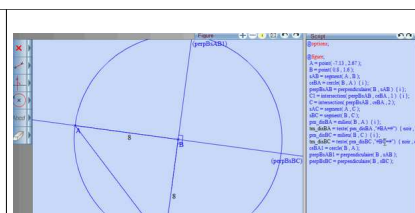


Illustration 66

### étape 5 : validation

Le professeur revient auprès des élèves, déplace le point B et valide leur construction (min. 19:42, tdp 102, P : « *C'est bon* »).

## Analyse

L'égalité des longueurs est obtenue après le déplacement du point B. Les élèves utilisent donc sur le déplacement, avant même que le professeur ne l'évoque. Puis les effets du déplacement sont analysés et leur permettent de conclure que les côtés sont de même longueur. De la même manière, le déplacement du point B donne lieu à une interprétation sur l'angle droit (min. 12:22, tdp 34, S : « *Déjà, c'est un rectangle* »). À ce moment, nous pourrions dire qu'à travers les rétroactions de l'environnement tracenpoche, elles déduisent que les côtés du triangle sont de même longueur (« *BC et BA ont la même taille* ») et perpendiculaires (« *c'est un rectangle* »). La tâche qui consiste à reconnaître un triangle rectangle et isocèle est atteinte en utilisant une technique perceptivo-théorique, basée sur le déplacement (d'un seul point). Mais le professeur en a décidé autrement. Les élèves ont à tracer un cercle. Lorsque le centre est sélectionné, un cercle orange s'agrandit en fonction des mouvements donnés à la souris. Par effet de contrat, les élèves sélectionnent le bouton « cercle », celui qui est noté dans l'énoncé. Il leur revient de sélectionner les éléments caractéristiques donnés dans l'énoncé, le cercle de centre B et passant par A. Le codage par les couleurs fait signe : ils ont d'abord écarté la souris pour avoir un cercle qui passe par A (cf illustration 6).<sup>2</sup> Mais, lorsque le point A ne devient pas rouge, ils déplacent la souris pour que le point A devienne à son tour rouge (cf illustration 63). Le cercle orange a dans les deux cas, les mêmes caractéristiques visibles, pourtant le seul qui résistera au déplacement est celui qui passe par le point A, A étant validé. Les codes couleurs semblent donc ici une indication pertinente. Concernant la perpendiculaire, nous voyons Florie qui confond la perpendiculaire à (BC) et (BC) (tdp 89, F : « *Trace la perpendiculaire à BC passant par B. Alors à BC on l'a fait* »). Mais Shadé ne la contredit pas et tente de tracer une perpendiculaire en sélectionnant des éléments géométriques. Le professeur attend une deuxième perpendiculaire. Elle en fait une, uniquement par effet de contrat. Lorsque la droite affichée à l'écran ne correspond pas à ce qu'elle attend (cf illustration 65), elle efface. Lorsque la droite correspond à ce qu'elle attend, elle sait qu'elle a terminé (cf illustration 66). Autrement dit, nous pouvons dire que le logiciel produit un genre d'effet Topaze. Ici, seules deux directions sont possibles. La première ne convient pas. En sélectionnant la deuxième, le

résultat à l'écran correspond à ce qui est attendu. Par conséquent, les deux élèves savent qu'ils ont terminé. Nous ne savons pas si les caractéristiques correspondant à la deuxième droite pourraient être explicitées à ce moment par ces deux élèves.

La validation de la construction passe par le déplacement : c'est ce que le professeur demande. Nous voyons que le déplacement du seul point B suffit au professeur pour conclure. Nous savons que cette construction est celle qui est attendue. Mais nous savons aussi que le déplacement d'un point peut s'avérer insuffisante.

### 6.3.3 - JA3\_S4\_PB (3 min.)

L'enjeu est de faire distinguer une propriété qui a permis la construction et une propriété qui résulte de la construction. Nous découpons en trois étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves viennent de suivre le programme de construction dans l'environnement tracenpoche. Ils ont l'habitude de répondre aux questions du professeur.

Des éléments du milieu : les questions sont posées par le professeur. Elles sont validées soit par le professeur soit par le déplacement.

Présentation de ce moment :

Les élèves ont construit dans l'environnement tracenpoche en respectant le programme de construction établi par le professeur. Collectivement, ils viennent d'établir que la règle de l'environnement tracenpoche atteste de l'égalité des longueurs, sans référence au déplacement à ce moment. Le professeur s'intéresse maintenant au cercle de centre B passant par le point A.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : le professeur prend appui sur la propriété du triangle isocèle

Le professeur pose des questions concernant le cercle (min. 24:01).

78	P	<i>Un triangle isocèle. Alors après je vous ai demandé de travailler sur les propriétés de ce triangle Je vous ai demandé de tracer un cercle ayant pour centre le sommet B, d'accord, je vous ai dit le cercle doit passer par le point A. Logiquement, si le triangle est isocèle, le cercle, il va passer aussi par quel autre point ?</i>
79	E	<i>C.</i>
80	P	<i>C.</i>

Le professeur cherche à établir un lien logique entre le triangle isocèle (tdp 78, P : « *Un triangle isocèle. Alors après je vous ai demandé de travailler sur les propriétés de ce triangle* ») et le cercle (tdp 78, P : « *Je vous ai demandé de tracer un cercle ayant pour centre le sommet B, d'accord, je vous ai dit le cercle doit passer par le point A* »).

### étape 2 : le professeur cherche à établir l'appartenance du point C au cercle

Il continue les questions sur la construction du cercle et de ses propriétés.

80	P	<i>Est-ce que le point C était sur votre cercle ?</i>
81	Es	<i>Oui.</i>
82	P	<i>Oui. Est-ce que vous avez vérifié avec le déplacement ?</i>
83	Es	<i>Oui, non.</i>
84	P	<i>Oui, d'accord.</i>

### étape 3 : le professeur revient sur l'égalité des longueurs et le cercle

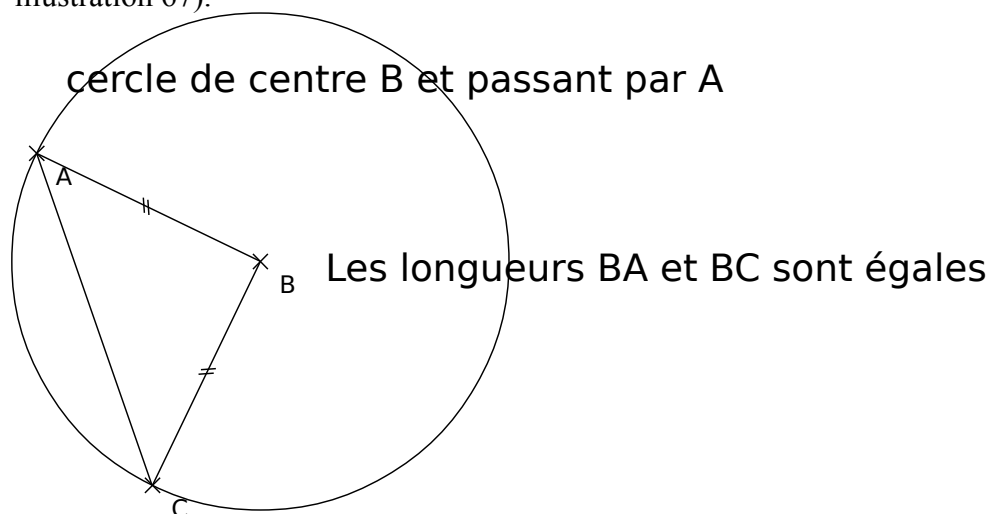
Le professeur cherche à établir la réciproque de la propriété précédente.

84	P	<i>Donc, qu'est-ce qu'on peut en déduire si A et C sont sur le même cercle ? Que peut-on en</i>
----	---	---

		déduire sur la longueur des segments ? Oui ?
85	E	Il y a deux côtés qui font la même longueur.
Puis le professeur conclut sur le vocabulaire concernant le cercle.		
91	P	Je vous ai pas posé la question. Est-ce que vous pouvez me dire comment s'appellent, par rapport au cercle, est-ce que vous le savez, comment s'appellent BA ou alors BC ? Si vous regardez le cercle ? Comment appelle-t-on ce segment, qui part du centre du cercle et qui touche le cercle ? Maëlle ?
93	Maëlle	Le rayon.
94	P	Un rayon, tout à fait. [BA] et [BC] sont tous les deux des rayons du cercle. Donc ils ont la même longueur. Qu'est-ce que vient de dire Marie ? Oui ?
95	Marie	Ils ont la même longueur
96	P	Ils ont la même longueur. D'accord ? Les rayons du cercle ont tous la même longueur.

## Analyse

D'un point de vue épistémique, le professeur s'intéresse au point C qui vérifie l'égalité  $BC=BA$ , en présence d'un cercle de centre B et de rayon BA. L'égalité de la longueur BC avec le rayon BA du cercle permet de conclure à l'appartenance du point C au cercle de centre B et de rayon BA (cf illustration 67).



**C est-il sur le cercle ?**

Illustration 67:

Puis nous notons une ambiguïté dans le discours du professeur. Lorsqu'il demande si « le point C était sur le cercle », nous ne savons pas s'il fait référence à l'énoncé (est-ce que dans l'énoncé on nous dit que le point C est sur le cercle?) ou s'il fait référence à leur construction (est-ce que le point C de votre construction a la propriété d'appartenir au cercle?). Dans les deux cas, le professeur cherche à établir une propriété, à savoir que le point C est un point du cercle. Pour ce faire, il fait appel à la règle définitoire du déplacement pour vérifier cette propriété. Nous voyons ici la difficulté rencontrée par le professeur. En effet, le « déplacement pour valider la construction » permettrait de dire que le cercle que l'élève a tracé est bien le cercle de centre B et qui passe par A.

Ce n'est pas ce déplacement auquel le professeur fait appel. Le « déplacement exploratoire » pour identifier les invariants de la figure permettrait de dire que le triangle est isocèle puisque, quelque soit le déplacement, il reste isocèle (invariants globaux) ou que deux côtés restent égaux (invariants locaux), et dans ces deux cas, le cercle de centre B passant par A est inutile. Ici, nous pouvons parler de « déplacement exploratoire valider une propriété », le déplacement permet d'identifier que le cercle de centre B et passant par A passe également par C, quelle que soit la position de B. C'est précisément cette propriété que le professeur veut mettre en évidence.

Le professeur ne fait plus référence au déplacement et revient sur la figure (P : « *Qu'est-ce qu'on peut en déduire si A et C sont sur le même cercle ?* »). Il place la question sur les conséquences de l'appartenance au cercle des points A et C. Ainsi, il modifie complètement le problème, ses hypothèses portent sur A et C, et il veut établir une conclusion sur les longueurs : si A et C sont sur le cercle de centre B, alors les longueurs BA et BC sont égales. Il agit comme s'il changeait le problème. De son point de vue, il parle d'un nouveau problème. Par contre, nous ne pouvons pas savoir si les élèves l'ont effectivement compris. Finalement, le professeur fait dire aux élèves que les segments [BA] et [BC] sont des rayons en faisant référence à la figure qu'ils ont devant les yeux (tdp 92, P : « *Si vous regardez le cercle ?* »). Puis, en prenant appui sur une propriété du cercle, il leur fait dire que les deux rayons ont la même longueur (tdp 95, E : « *Ils ont la même longueur* »). Par effet de contrat, les élèves répondent facilement aux questions du professeur. En modifiant le problème, le professeur modifie également l'enjeu. Il y a un glissement de jeu où l'enjeu devient « faire rappeler le vocabulaire et une propriété du cercle : deux rayons ont la même longueur ». Nous ne sommes plus du tout dans le statut du point C.

#### **6.3.4 - JA4\_S4\_PB (3 min.)**

L'enjeu est de faire utiliser la superposition des côtés du triangle et des droites perpendiculaires pour mettre en évidence l'angle droit. Nous découpons en quatre étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de répondre aux questions du professeur.

Des éléments du milieu : les questions sont posées par le professeur. Elles sont validées soit par le professeur soit par le déplacement.

Présentation de ce moment :

Collectivement, le professeur résume ce qui a été fait au cours de la construction concernant les perpendiculaires.

### **Description**

#### étape 1 : le professeur rappelle les éléments de la construction.

Le professeur précise aux élèves ce qu'ils ont fait comme perpendiculaires (min. 26:04, tdp 96, P : « *Ensuite je vous ai demandé des perpendiculaires. Alors, les perpendiculaires, on les a faites chacune à partir de, des deux côtés de même longueur. D'accord. Donc on a fait la perpendiculaire à BC, passant par B et la perpendiculaire à BA, passant par B* »). Puis il interroge les élèves sur les conséquences de cette construction (min. 26:30, tdp 96, P : « *On obtient logiquement quoi à l'intersection des deux perpendiculaires ?* »).

#### étape 2 : les élèves répondent aux sollicitations du professeur :

En prenant appui sur les questions du professeur, les élèves parlent de l'angle droit (tdp 97, Maëlle : « *Un angle droit* »), situé au niveau du point B (tdp 98, P : « *Cet angle droit est placé où ?* », tdp 99, E : « *Sur le point B* »), qui est également le centre du cercle, le point d'intersection des perpendiculaires (tdp 107, Marie : « *C'est le point d'intersection de AB et BC* »). Finalement l'indication du professeur (P : « *C'est aussi un point qui appartient à une autre figure* ») conduit une élève à faire le lien avec le triangle (tdp 109, Maëlle : « *C'est un des sommets du triangle* »).

#### étape 3 : les caractéristiques du triangle

Le professeur établit le lien entre les droites perpendiculaires et le triangle (tdp 110, P : « *Par*



conséquent, qu'est-ce que je peux dire ? »). La réponse de Marie est immédiate (tdp 111, Marie : « C'est un triangle rectangle, il a un angle droit »). Le professeur confirme (tdp 112, P : « C'est un triangle rectangle »). Un élève complète par une autre caractéristique (tdp 113, E : « Et isocèle »). Mais le professeur ignore cet ajout. Puis il résume la situation (tdp 118, P : « Donc vous m'avez dit que c'est un triangle isocèle, car il a deux côtés de même longueur, on l'a vérifié avec le cercle. Vous m'avez dit que c'est un triangle rectangle, on l'a vérifié avec deux perpendiculaires »). Puis il interroge sur la nature du triangle (tdp 118, P : « Comment appelle-t-on un triangle qui a à la fois ces deux caractéristiques ? »). Après une hésitation, Anaïs conclut (tdp 121, Anaïs : « C'est un triangle rectangle et isocèle »).

#### étape 4 : la superposition pour valider

Le professeur confirme ensuite le propos d'Anaïs (min. 28:29, tdp 122, P : « C'est un triangle rectangle et isocèle »). Puis il demande aux élèves de vérifier par le déplacement. Les élèves se retournent vers leur écran et le font. Il précise alors les propriétés qui doivent être conservées (min. 28:37, tdp 122, P : « Est-ce que A et C restent bien à la fois sur les perpendiculaires et à la fois sur le cercle ? »). Certains élèves confirment. Le professeur insiste et demande à tous de déplacer le point B (min. 28:40, tdp 124, P : « Mettez-vous tous sur B et vérifiez »). Les élèves confirment. Le professeur conclut alors que la superposition du triangle sur le cercle et les perpendiculaires permettent d'en déduire que le triangle est rectangle et isocèle (min. 29:16, tdp 128, P : « Alors je peux dire, que puisque A et C (...) restent toujours sur le cercle, et sur les perpendiculaires. Alors le triangle a bien ces deux propriétés. C'est un triangle rectangle et c'est un triangle isocèle à la fois, d'accord ? »).

### Analyse

Le professeur ne pose pas la même question que celle de l'énoncé initial (« Que constates-tu ? ») et pose de nouvelles questions. Le nouveau jeu pour les élèves est de répondre aux questions du professeur en prenant appui sur le dessin qu'ils ont à l'écran (cf illustration 68).

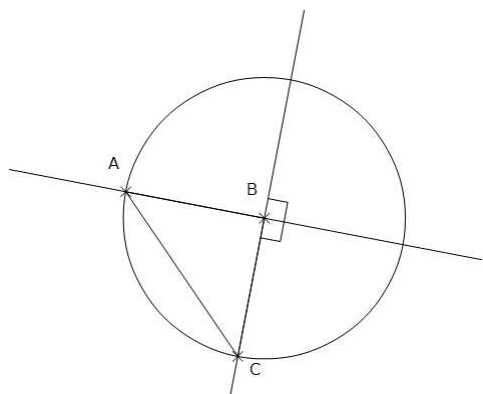


Illustration 68

Le professeur centre l'attention des élèves sur les droites perpendiculaires. Par conséquent, toutes leurs réponses concernent les perpendiculaires. Les élèves sont dans le contrat, observation des perpendiculaires. Ils prennent appui sur la figure qui fait apparaître le codage des deux angles droits (cf illustration 69).

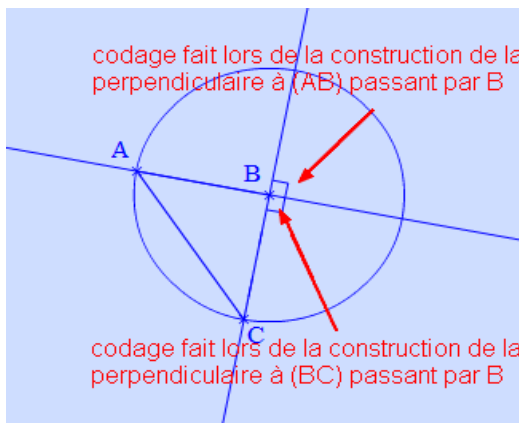


Illustration 69

Le milieu est donc constitué de la figure, dans laquelle le professeur oriente l'attention sur les perpendiculaires (et non sur le triangle). Le professeur ne prend pas appui sur le propos de l'élève E qui donne la réponse complète. Suite à une étude approfondie de la vidéo, nous pouvons penser qu'il ne l'a pas entendue : en effet, il est en train de parler (tdp 112 et 114, P : « *C'est un triangle rectangle qui a un angle droit* ») et l'élève intervient au milieu de cette phrase (tdp 113, E : « *Et isocèle* »). L'enjeu est partiellement dévoilé aux élèves. Le cercle et les perpendiculaires ont permis de vérifier les propriétés du triangle. Pourtant, le résumé qui est fait par le professeur (P : « *Il a deux côtés de même longueur, on l'a vérifié avec le cercle* ») n'est pas exact. La superposition des côtés du triangle et des droites perpendiculaires est conservée au cours du déplacement. Nous n'avons pas envisagé ce type de validation dans notre ingénierie. Le déplacement exploratoire suffit à justifier la présence de l'angle droit. En effet, la reconnaissance perceptive de l'angle droit dans tous les dessins obtenus à l'écran nous permet de dire que l'angle est droit. Nous voyons que la position du professeur est toujours haute : il pose des questions et oriente la séance vers ce qu'il attend. Il présente ainsi à ses élèves une nouvelle connaissance instrumentale, la superposition pour valider.

D'un point de vue épistémique, la donnée d'une seule perpendiculaire suffit à avoir quatre angles droits. Il n'est donc pas nécessaire d'en tracer deux. Dans l'environnement tracenpoche, une seule perpendiculaire suffit à montrer que le triangle est ou non rectangle. Nous avons tracé un triangle ABC qui semble rectangle en B. Le tracé de la perpendiculaire à (AB) passant par B ne permet pas de conclure (cf illustration 70). Par contre le déplacement du point B suffit à montrer que le triangle n'est pas rectangle puisque la droite n'est plus sur le côté du triangle (cf illustration 71). Mais, comme nous l'avons envisagé dans l'ingénierie, le déplacement du point C permet de montrer que le triangle ABC n'est pas rectangle. Perceptivement, nous voyons l'absence d'angle droit (cf illustration 72).

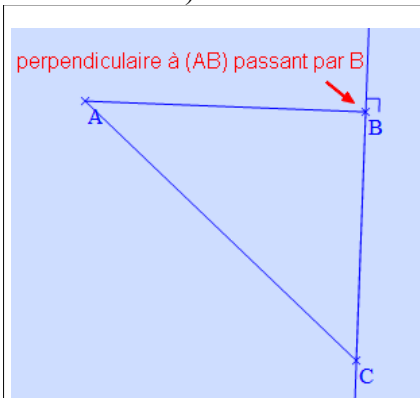


Illustration 70

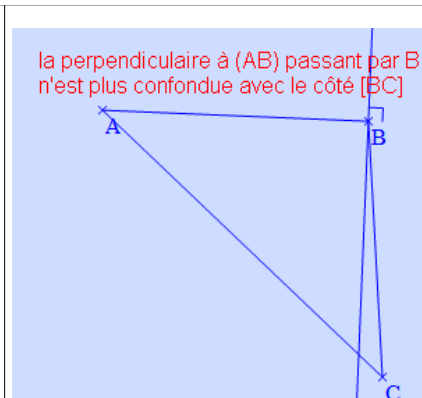


Illustration 71

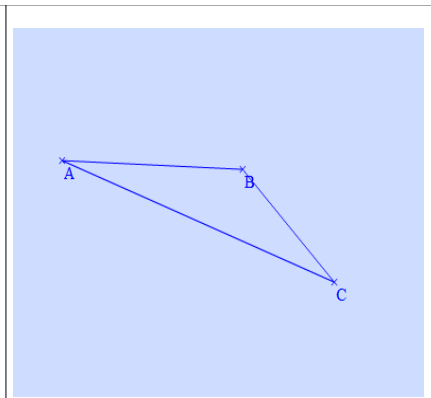


Illustration 72

Du point de vue du professeur, cette connaissance instrumentale n'est pas disponible.



### 6.3.5 - JA5\_S4\_PB (3 min.)

L'enjeu est de faire utiliser le cercle pour reporter une longueur. Nous découpons en cinq étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de répondre aux questions du professeur.

Des éléments du milieu : les élèves ont à établir un lien entre ce qu'ils savent faire dans l'environnement papier-crayon et ce qu'ils ont à faire dans l'environnement tracenoche.

Présentation de ce moment :

Les élèves se connectent sur l'exercice programmé par le professeur (cf illustration 73).

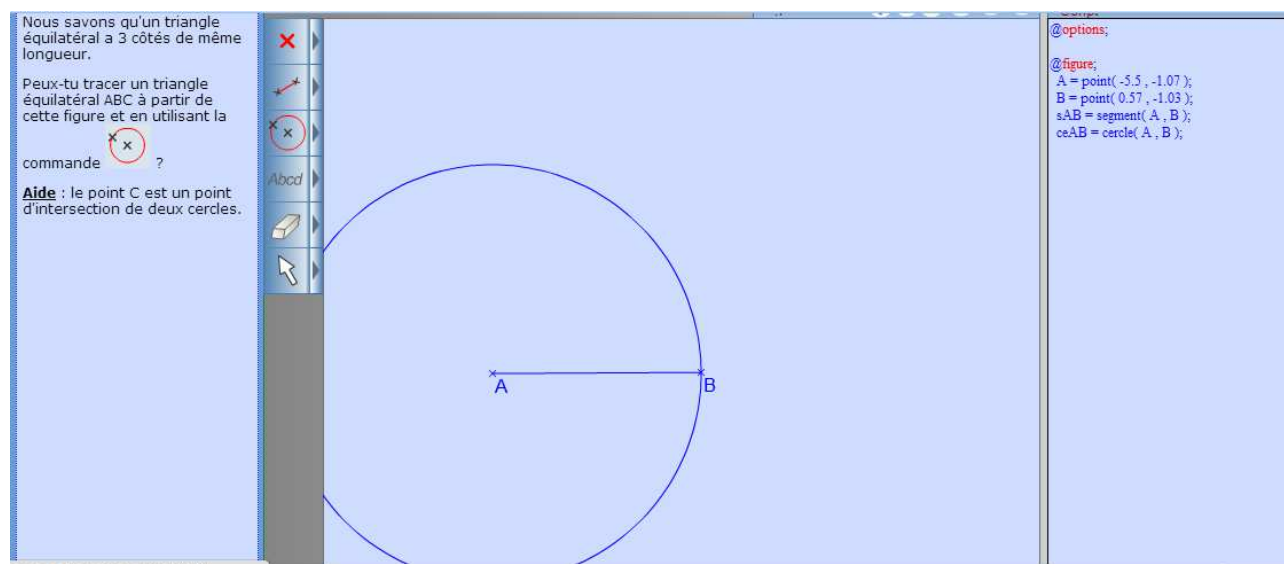


Illustration 73

## Description

### étape 1 : le professeur explique ce qu'il y a à faire

Dans un premier temps, Le professeur demande à un élève de lire la consigne (tdp 132, min. 30:30, P : « *On lit la consigne à voix haute* »). Le professeur leur demande immédiatement de chercher sans donner d'information supplémentaire (min. 31:00, tdp 136, P : « *Allez-y* »).

### étape 2 : recherche des élèves

### étape 3 : le professeur modifie l'énoncé

Très rapidement, les premiers élèves ont terminé (min. 31:33, tdp 137, P : « *Il y en a qui sont trop forts, ils ont déjà fini* », soient au bout de 2 min 31). Le professeur propose alors de tracer un losange à partir de la figure de départ ( min 37:48, tdp 148, P : « *Alors ceux qui ont terminé, à qui on a dit, c'est bien. Vous allez revenir à la figure de départ. Et cette fois, vous allez me construire un losange formé de deux triangles équilatéraux* »). Le professeur va auprès des binômes valider les constructions ou aider les élèves.

### étape 4 : retour sur les constructions

Les élèves se détournent de leur ordinateur et tentent de répondre collectivement aux questions du professeur (cf illustration 74).

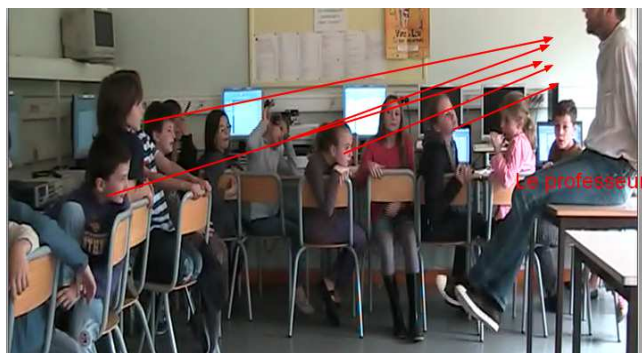

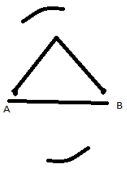


Illustration 74

Ce dernier s'intéresse d'abord à la construction dans l'environnement tracenpoche (min. 44:14, tdp 152, P : « *Quelles figures géométriques avons nous utilisées pour tracer un triangle équilatéral ?* »). Marie répond qu'il s'agit du cercle (min. 44:26, tdp 153, Marie : « *Pour tracer un triangle équilatéral, on a utilisé d'abord le cercle* »). Le professeur propose alors une transposition dans l'environnement papier-crayon (min. 44:32, tdp 154, P : « *Alors quel outil vais-je utiliser sur la feuille pour tracer un triangle équilatéral ? Quel instrument ?* »). Là encore, un élève répond immédiatement par le compas (min. 44:38, tdp 155, E : « *Le compas* »). Puis une autre élève, Shadé, essaie d'expliquer la manière dont on construit un triangle équilatéral. Comme son explication n'est pas claire, le professeur choisit de faire à main levée sur le tableau un triangle équilatéral au fur et à mesure de l'échange avec Shadé (tdp 169 à 175).

P	<i>On a ici un segment AB, je mets la pointe du compas ici, je mets la pointe du compas ici et je prends cet écartement-là,</i>	Le professeur trace un segment horizontal et trace un symbole représentant un compas. 
	<i>Je trace un arc de cercle ici et ici (0:46:03.4). C'est ce que tu me dis là ?</i>	Il trace un arc de cercle vers le haut et vers le bas, à main levée. 
Shadé	<i>Non, c'est... Non, non.</i>	
P	<i>Alors explique-moi.</i>	Le professeur efface alors l'arc de cercle du bas.
Shadé	<i>On prend, vous avez pris depuis le B.</i>	
P	<i>Oui, j'ai mis la pointe sur B, là.</i>	Il complète au fur et à mesure sur le tableau
Shadé	<i>Je ne sais plus</i>	

Maëlle reprend l'explication (tdp 176 à 181, min. 46:21).

P	<i>Comment on avait fait après ? Marie, euh Maëlle ?</i>	
Maëlle	<i>Après on fait pareil, en mettant la pointe du compas sur le point A.</i>	

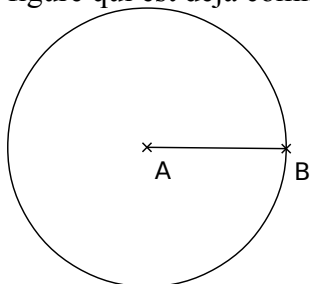
P	<i>On a mis la pointe de compas sur A et quel écartement je prends ?</i>	
E	<i>Ben, l'écartement du segment.</i>	
P	<i>Le même. Et j'obtiens un point d'intersection, qui se trouve là-haut.</i>	
Shadé	<i>Voilà, c'est ça, c'est comme ça que je voulais expliquer.</i>	

#### étape 5 : deux triangles équilatéraux

Le professeur place alors le point C à l'intersection des deux arcs de cercle. Il attire alors l'attention des élèves sur le fait que le point C est un point d'intersection dans l'environnement tracenpoche. Puis il revient sur la présence des points C et C1, les deux points d'intersection des cercles dans l'environnement tracenpoche. Il demande aux élèves la propriété commune à ces deux points (min. 48:15, tdp 194, P : « *Quel est le point commun entre C et C1 ?* »). Comme il n'obtient pas de réponse, il insiste (min. 48:36, tdp 199, P : « *Puisqu'ils sont opposés, dites-moi AC et AC1, combien ils vont mesurer ?* »). Mais c'est lui qui donnera la réponse sur l'égalité des longueurs (min. 49:09, tdp 209, P : « *Ils sont à la même distance du point A* »).

### Analyse

Les élèves ont à tracer dans l'environnement tracenpoche, un triangle équilatéral à partir d'une figure qui est déjà commencée (cf illustration 75).



*Illustration 75:*

Ils ont à utiliser le bouton « cercle de centre donné passant par un point donné ». Nous savons par ailleurs que dans l'environnement papier-crayon, les élèves ont l'habitude de tracer un triangle équilatéral avec le compas. Le professeur l'a rappelé (tdp 156, P : « *On l'a déjà fait fait en cours d'année, on a tracé un triangle équilatéral avec un compas* »). La consigne donnée par le professeur est tournée davantage sur le cercle que sur le triangle équilatéral « *Peux-tu tracer un triangle équilatéral à partir de cette figure en utilisant le bouton « cercle » ?* ». La construction du triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche à partir des consignes donnée n'a pas duré longtemps. Nous pouvons dire que l'initiative des élèves est plutôt réduite. Finalement, le professeur semble surpris par la rapidité de la réalisation de la tâche. Il propose donc une suite, qu'il improvise. Dans le moment collectif, le professeur prend une position topogénétique haute : les élèves ne peuvent répondre que par des phrases courtes. Pourtant, contrairement au moment précédent, la tâche de construction dans l'environnement tracenpoche repose sur des connaissances mathématiques anciennes issues de l'environnement papier-crayon. Le professeur choisit de faire un lien entre le cercle de l'environnement tracenpoche et l'arc de cercle de l'environnement papier-crayon. C'est lui qui rend nécessaire le fait de préciser ce que sont les arcs de cercle, en plaçant les deux arcs de cercle à des endroits différents. L'absence de réponses sur les égalités de longueurs entre AC et AC1 semble montrer que le lien entre le rayon du cercle et l'égalité des longueurs n'est pas fonctionnel, quand bien même la construction est validée dans l'environnement tracenpoche. Nous voyons ici que les caractéristiques mathématiques du cercle de l'environnement tracenpoche ne suffisent pas à garantir une exploration complète des questions mathématiques sous-jacentes, si elles ne sont pas soutenues par une claire conscience de ces questions.

### 6.3.6 - JA6\_S4\_PB\_F\_S (6 min.)

L'enjeu est de faire utiliser le cercle pour reporter une longueur du point de vue d'un binôme, Florie et Shadé. Nous découpons en quatre étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont déjà tracé un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon.

Des éléments du milieu : le triangle obtenu dans l'environnement tracenpoche doit être équilatéral.

Présentation de ce moment :

Nous allons nous intéresser à la construction du triangle équilatéral proposée par Florie et Shadé. Florie a la souris.

Les time code sont ceux du film de la classe. Les tours de parole sont indépendants du film de la classe.

## Description

### étape 1 : désaccord sur l'organisation dans le binôme

Florie a la souris, elle veut faire la construction, mais Shadé veut lui donner des conseils (min. 31:54).

2	S	<i>Alors regarde, déjà tu traces...</i>	min. 31:57
3	F	<i>Je sais</i>	
4	S	<i>Tu traces le point C. Et après tu fais le...</i>	
5	F	<i>Je sais comment faut faire.</i>	

Un peu plus tard, le professeur interviendra pour gérer les désaccords dans ce binôme.

20	S	<i>Tu ne comprends pas comment je veux dire. Je te dis, regarde, d'abord...</i>	min. 33:16
21	P	<i>Vous en avez discuté pour savoir comment on pourrait faire ?</i>	
22	S	<i>Non, parce qu'elle ne veut pas que je lui dise quelque chose.</i>	
23	F	<i>Mais laisse-moi faire, laisse-moi faire.</i>	
24	P	<i>Ben non, c'est à deux. Il faut en discuter avant.</i>	

Finalement, les deux élèves parviendront à réaliser ce qui est attendu et conclueront que le binôme a toutes les raisons d'être (min. 40:26, tdp 82, F : « *Tope-là, en fait on fait une bonne équipe* », S : « *En fait, on fait une bonne équipe. Au début, ça n'allait pas du tout, mais là, ça va* »).

### étape 2 : tracer un segment

L'idée première de l'élève Shadé est de tracer un segment [AC], C étant placé perceptivement sur le cercle (min. 32:25, tdp 9, S : « *Regarde d'abord tu traces un segment, tu l'accroches ici. Et après tu diriges sa taille suivant la taille qu'il a ici* ») (cf illustration 76). L'élève Florie émet des réserves (tdp 11, F : « *Mais après, ça pourra bouger* »). Florie sélectionne le bouton « segment », ne valide pas tout de suite la deuxième extrémité. Elle valide un point C perceptivement sur le cercle (cf illustration 77). Puis elle déplace le point C, montrant ainsi que la construction ne résiste pas au déplacement (tdp 14, F : « *Tu vois, Regarde* ») (cf illustration 78).

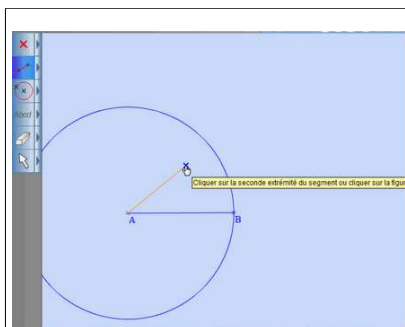


Illustration 76

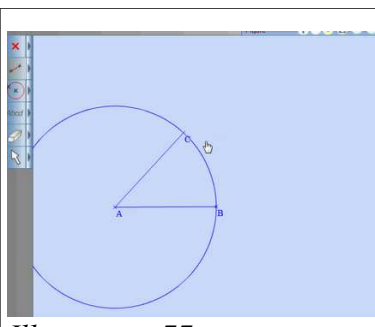


Illustration 77

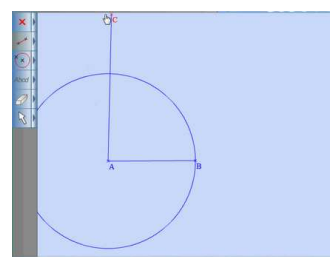


Illustration 78

### étape 3 : tracer un cercle

Florie sélectionne le bouton « cercle », le centre A et obtient un cercle orange. Elle le termine en validant n'importe où pour l'effacer aussitôt, malgré la désapprobation de Shadé (min. 34:35, tdp 34, S : « *C'était juste ce que tu as fait, mais à part ça !* »). Florie sélectionne à nouveau le bouton « cercle », le centre B et écarte la souris jusqu'à ce que le cercle orange passe par le point A. Shadé approuve d'un air exaspéré (tdp 35, S : « *Ah ben voilà* »). Elle lui demande de continuer en reliant le point A au point d'intersection des deux cercles (tdp 35, S : « *Maintenant, tu relies* »). Florie cherche alors à tracer un segment (cf illustration 79). Mais c'est cette fois-ci Shadé qui l'arrête (min. 34:50, tdp 36, S : « *Mais avec un point d'intersection pour que ça reste accroché* »). Sur le moment Florie continue comme si de rien n'était, puis s'arrête pour demander des explications (min. 34:59, tdp 38, F : « *Comment ça un point d'intersection ?* »).

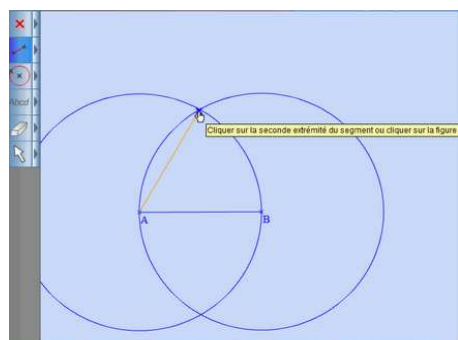


Illustration 79

Florie efface alors le segment. Elle définit le point C, un des points d'intersection des deux cercles. Elle trace les segments [AC] et [BC] (cf illustration 80).

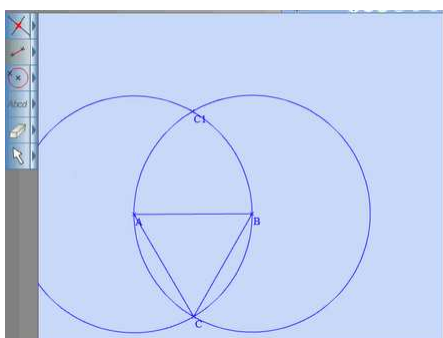


Illustration 80

### étape 4 : validation

Les deux élèves décident alors de valider en mesurant les trois côtés (tdp 48, S : « *Alors maintenant faut mesurer* »). Elles ne savent pas si l'environnement tracenpoche donnera trois mesures identiques (min. 36:45, tdp 56, S : « *Vas-y, c'est stressant, là* »). Finalement, il s'avère que le triangle ABC ainsi construit a trois côtés de même longueur (min. 36:54, tdp 59, S : « *Oui !* ») (cf

illustration 81). Le chercheur-praticien passe à ce moment et leur demande de déplacer (min. 37:37, tdp 61, PR : « Alors vous déplacez? »), et leur demande d'interpréter les effets du déplacement (tdp 62, PR : « Ça reste un triangle équilatéral ? ») (cf illustration 82).

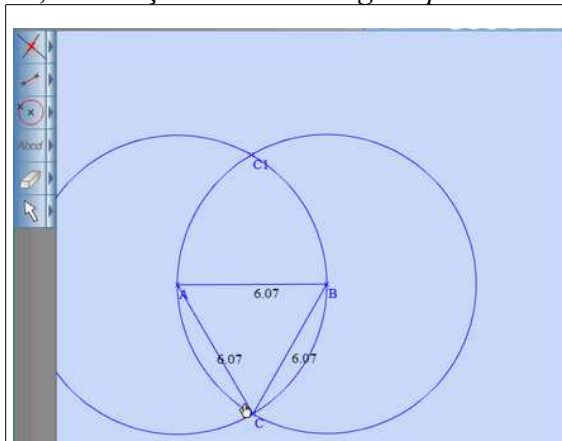


Illustration 81

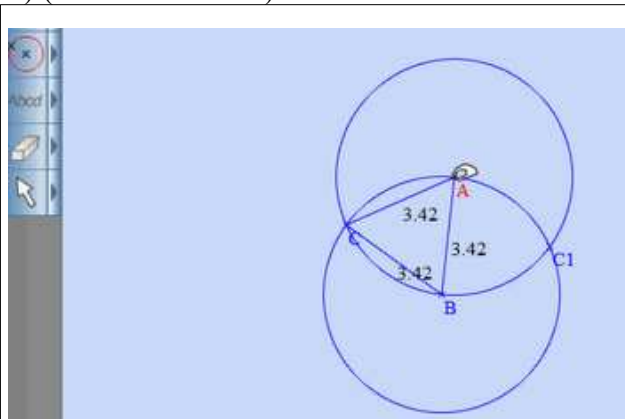


Illustration 82

## Analyse

Notre étude ne porte pas sur l'organisation des binômes. Mais ici, nous sommes face à deux élèves qui sont souvent en désaccord. À chaque fois, les rétroactions de l'environnement tracenpoche leur renvoient leurs erreurs, qu'elles ont à interpréter collectivement, le choix de l'une engageant l'autre. Mais elles se reprochent leurs erreurs. Nous ne nous intéressons pas aux disputes mais aux échanges.

L'argumentation de Florie pour ne pas tracer le segment [AC] est puissante : ce dernier ne résistera pas au déplacement. Elle anticipe donc le résultat du déplacement avant même de tracer le segment. Elle sait que le segment tracé à partir du point A aura une extrémité libre C, même si elle ne le formule pas de cette manière. Mais cet argument ne convainc pas sa voisine (min. 32:37, tdp 12, S : « Ben, non »). Florie termine alors la construction telle que l'entend Shadé et effectue le déplacement. Le résultat est sans appel : le point C ne reste pas accroché. Florie utilise ainsi les rétroactions du milieu pour justifier que la construction proposée par Shadé ne convient pas. Elle ne sait pas l'expliquer, mais elle le montre.

Un peu plus tard, les rôles sont inversés. Ce qui permet à Florie de modifier la construction est intéressant à noter. Il s'agit du déchiffrement du milieu, à l'aide des paroles de Shadé, qui elle, prend appui sur la consigne du professeur. Florie approche le segment orange vers le point (qui sera ultérieurement C), elle interroge Shadé (tdp 38, F : « Comment ça un point d'intersection ? ») (cf illustration 79).

La tâche assignée à l'élève n'est pas de construire un triangle équilatéral, mais de construire un deuxième cercle pour obtenir un triangle équilatéral. Le rôle de ce deuxième cercle n'est pas explicité. Pour ces deux élèves, la construction du triangle équilatéral est effective, le triangle obtenu reste équilatéral au cours du déplacement des points. Mais le rôle du cercle dans un report de longueur n'est pas mis en évidence. Du point de vue des deux élèves, seule la mesure des segments permet d'attester de l'égalité des longueurs. Nous illustrons ici une construction attendue dans l'environnement tracenpoche où les connaissances mathématiques visées ne sont pas dégagées.

### 6.3.7 - JA7\_S4\_PB (6 min.)

L'enjeu est de faire voir collectivement le cercle pour le report des longueurs. Nous découpons en quatre étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint. Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de tracer avec les instruments de géométrie. Des éléments du milieu : les élèves ont à établir un lien adéquat entre l'environnement papier-crayon et tracenpoche.

Présentation de ce moment :

Les élèves sont de retour dans la salle de classe. Ils ont eu à tracer un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon, ce qu'ils ont réalisé rapidement. Le professeur enchaîne tout de suite sur une seconde tâche

Les time code sont ceux du film de la classe. Les tours de parole sont indépendants du film de la classe.

## Description

### étape 1 : nouvelle consigne

Le professeur demande de tracer un triangle isocèle dont deux côtés ont une longueur égale à 5cm. Il propose alors un dessin à main levée sur le tableau (cf illustration 83).

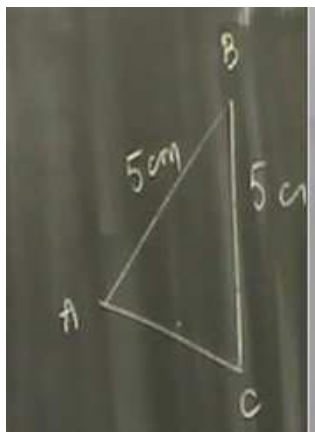


Illustration 83

Puis il précise aux élèves qu'ils doivent se souvenir de ce qu'ils ont fait dans l'environnement tracenpoche (min. 57:56, tdp 237, P : « Alors écoutez moi bien maintenant. Vous allez essayer de retenir ce qu'on a fait sur tracenpoche. Je veux que vous me traciez un triangle isocèle, mais attention, le triangle isocèle il aura, les deux côtés feront 5cm »).

### étape 2 : une seule particularité pour le triangle isocèle

Il précise également que ce triangle isocèle n'est qu'isocèle, il précise qu'il n'a qu'une propriété, il ne doit pas être rectangle (min. 58:19, tdp 239, P : « Attention, je n'ai pas dit un triangle rectangle **et** isocèle »). Il insiste en outre sur le fait que le triangle n'est pas comme celui qui a été fait dans l'environnement tracenpoche (tdp 240, P : « Attention, c'est pas tout à fait le même triangle que sur tracenpoche. Puisque moi, il n'a qu'une propriété, il n'est que isocèle, il n'est pas rectangle isocèle »). Et il montre sur le schéma à main levée du triangle. Un élève X demande des explications supplémentaires au professeur (la qualité du film ne nous permet de connaître précisément la question qu'il pose au professeur). Mais ce dernier choisit de rappeler à voix haute en s'adressant à toute la classe (min. 60:00, tdp 241, P : « Sur tracenpoche, on avait utilisé le cercle pour faire un triangle rectangle et isocèle. Est-ce qu'il n'y a pas moyen de trouver un triangle isocèle, en utilisant le compas, mais sans utiliser de perpendiculaire de façon beaucoup plus simple. »). Cet élève X qui n'avait rien fait jusque-là, prend alors le compas. Puis le professeur dessine à main levée un cercle de centre C et un triangle ABC rectangle et isocèle en C (cf illustration 84).



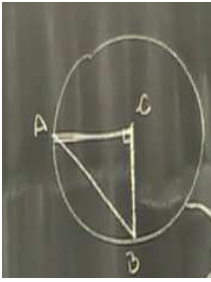


Illustration 84

Et il explique au fur et à mesure sa construction (tdp 242 à 249, P : « Vous vous souvenez, on avait fait pour le triangle rectangle isocèle, on avait un cercle de centre voilà. De centre C. On avait fait ça. Vous vous souvenez avec les perpendiculaires ? Là, là. Donc ça nous faisait un triangle rectangle. Mais en plus il était isocèle, parce que AC et BC c'étaient des rayons »).

étape 3 : utiliser le compas pour reporter une longueur (première manière)

Dans la reprise collective, le professeur détaille deux manières de faire. D'abord, à main levée, sur les indications d'une première élève, il fait un schéma à main levée (cf illustration 85).

(tdp 252) M : On fait la même longueur que 5cm avec le compas, et on fait un arc de cercle.

(tdp 253) P : Voilà, on met le compas comme ça. On met la pointe par exemple ici. Et on fait un arc de cercle là. Et après, comment tu vas faire ?

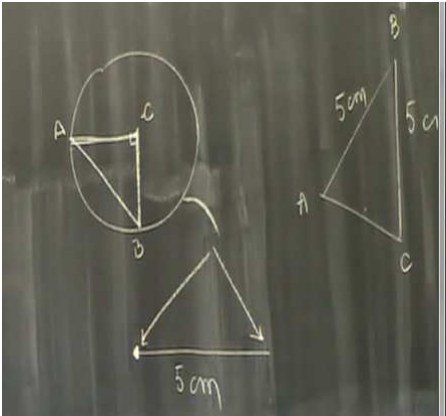


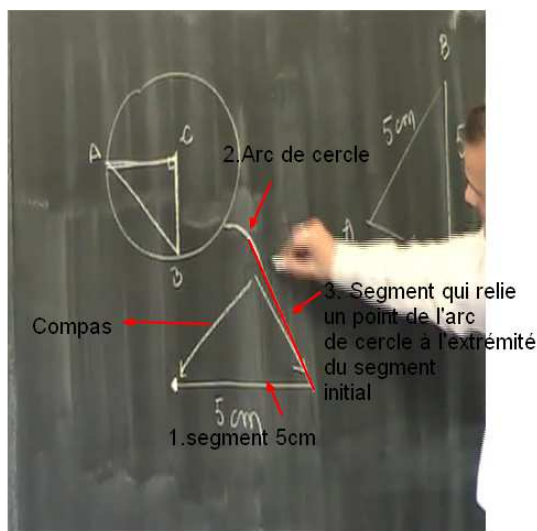
Illustration 85

M : On trace un point C.

P : Tu traces un segment à la règle.

M : Ouais.

P : Comme ça ? Alors cette possibilité, sauf que ça reste imprécis. Parce qu'il n'y a pas de point d'intersection.



Le professeur mesure avec un compas fictif, dessiné au tableau (cf illustration 86) un segment (1) déjà tracé (et annoncé comme de longueur 5cm). Il trace ensuite à main levée une forme d'arc de cercle approximativement à distance équivalente du point d'origine (2) et trace un segment dont une extrémité est un point de l'arc de cercle et l'autre une extrémité du segment initial (3).

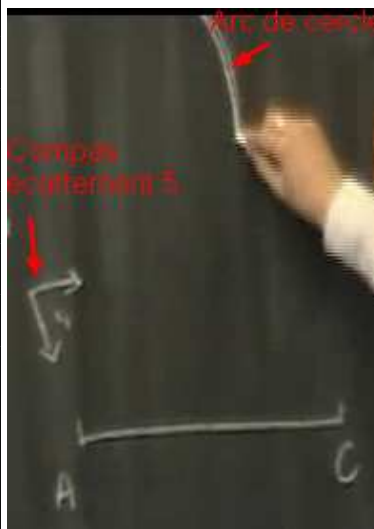
*Illustration 86*

Cette manière de faire est acceptée même si, du point de vue du professeur, elle est imprécise (min. 62:15, tdp 258, P : « *Alors, cette possibilité, ok, sauf que ça reste imprécis* »).

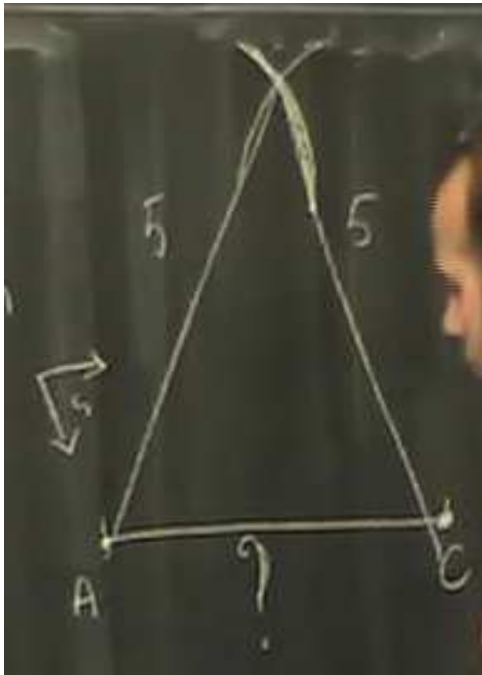
étape 4 : utiliser le compas pour reporter une longueur (deuxième manière)

Une proposition de construction est énoncée par un autre élève, mais il s'avère qu'elle est identique. Une troisième proposition est alors décrite. Le professeur fait le dessin à main levée au fur et à mesure de la dictée de l'élève.

267	E	<i>Le segment AC.</i>
268	P	<i>Oui. On trace d'abord le segment AC.</i>
269	E	<i>Après, on prend le compas.</i>
270	P	<i>On prend le compas. On prend quoi ?</i>
271	E	<i>On prend un écartement de 5cm.</i>
272	P	<i>On prend un écartement de 5cm.</i>
273	E	<i>On fait l'arc de cercle.</i>
274	P	<i>Et on trouve un arc de cercle, là. Et ensuite ?</i>
275	E	<i>Pareil, mais on prend l'autre bout du segment.</i>
276	P	<i>On part sur C. Et on trouve un autre arc de cercle.</i>
277	P	<i>Et on trace les segments</i>
278	P	<i>Et là j'ai 5, et là j'ai 5</i>
279	P	<i>Et là peu importe</i>
280	P	<i>Sauf qu'il ne doit pas faire combien ? Si on veut qu'il soit isocèle, il doit pas faire</i>



### Illustration 87

		<i>combien ?</i>	
281	E	5.	
282	P	<i>Il ne doit pas faire 5, sinon, c'est un triangle équilatéral. D'accord ?</i>	 <p><i>Illustration 88</i></p>

Comme le segment [AC] a une longueur sans importance, le professeur met un point d'interrogation. Comme il l'a fait précédemment, il écarte la possibilité que le triangle puisse avoir une particularité supplémentaire.

### Analyse

Le professeur définit le nouveau jeu dans l'environnement papier-crayon. Il souhaite que les élèves réalisent la tâche t2,10,pc\*, à savoir tracer un triangle isocèle dans l'environnement papier-crayon. Il fait alors appel à la mémoire didactique de la classe (tdp 237, P : « *Vous allez essayer de retenir ce qu'on a fait sur tracenpoche* », tdp 242, P : « *Vous vous souvenez* »). Il établit ainsi explicitement que les tâches réalisées dans l'environnement tracenpoche doivent être réinvesties dans l'environnement papier-crayon. Or le seul triangle isocèle tracé dans l'environnement tracenpoche est le triangle rectangle et isocèle. En se déplaçant dans la classe, nous pouvons penser qu'il se rend compte que les élèves reproduisent un triangle rectangle et isocèle. Le professeur montre alors le schéma qu'il a élaboré dans la phase de définition. Il dévoile ce qui l'intéresse dans le travail de l'environnement tracenpoche : le cercle. Du point de vue de l'élève le cercle signifie de prendre le compas (tdp 242, P : « *On avait fait un cercle de centre C* »). Mais parler de cercle indique aux élèves de prendre le compas, sans pour autant comprendre les raisons d'être du compas. Alors le professeur reprend immédiatement la propriété du cercle, concernant la longueur des rayons. Autrement dit, comme précédemment nous retrouvons un effet Topaze. Avant que les élèves ne commencent à travailler, ils savent qu'ils ont des cercles à faire. Leur travail consiste donc à savoir comment les tracer.

Le professeur réinvestit l'exercice de tracenpoche pour mettre en évidence le rôle du cercle. Le cercle est pertinent pour le triangle isocèle. Mais la présence de l'angle droit ne l'est pas. Le professeur présente le cercle comme première étape de la construction pour obtenir le triangle rectangle et isocèle (tdp 242, P : « *On avait un cercle* »). Or si les élèves ont effectivement tracé un cercle, ils l'ont fait alors que le triangle ABC était déjà tracé. Puis le professeur continue sur les

côtés de l'angle droit du triangle (tdp 245, P : « *On avait fait ça* ») et il trace les segments [CA] [CB] de sorte qu'ils soient perpendiculaires. Or les élèves n'ont pas du tout construit ces segments, de cette manière. Autrement dit, il réorganise *a posteriori* la tâche de reconnaissance du triangle rectangle et isocèle en une tâche de construction. Il n'attribue donc plus le même enjeu au premier exercice de l'environnement tracenpoche.

Le professeur dévoile enfin l'élément stratégique qui doit permettre aux élèves de comprendre l'enjeu du savoir (tdp 249, P : « *Mais en plus il était isocèle, parce que AC et BC c'étaient des rayons* »). Le cercle n'est plus seulement lié au compas (min. 60:59), mais il permet d'attester de l'égalité des longueurs (min. 61:04). Le professeur choisit d'illustrer le report de longueur à l'aide de deux supports, le symbole du compas (cf illustration 89) ou le report avec l'arc de cercle, trace laissée par le compas (cf illustration 90).

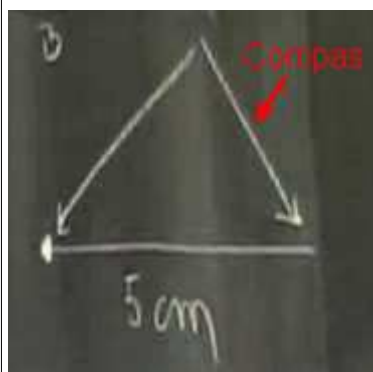


Illustration 89

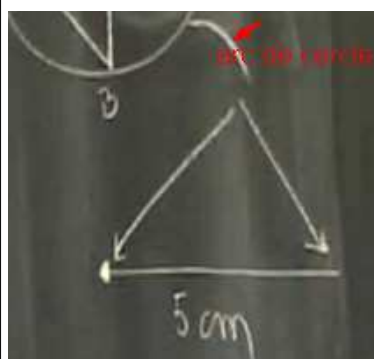


Illustration 90

Autrement dit, il présente le report de longueur à travers le compas. Le cercle n'est pas présenté comme lieu des points à égale distance d'un centre. Les rayons précédemment évoqués (tdp 249, P : « *Il était isocèle, parce que AC et BC c'étaient des rayons* ») garantissaient alors l'égalité des longueurs. Nous voyons un envahissement du contrat relatif à l'usage des instruments sur le milieu, issu de l'environnement tracenpoche dans lequel seul le cercle garantit le report de longueur.

D'un point de vue épistémique, un segment dont une extrémité est située sur l'arc de cercle, dont le rayon est de 5 cm, et la seconde extrémité est le centre de ce cercle, a nécessairement une longueur de 5 cm. Le professeur déclare que la méthode est imprécise. La raison n'est donc pas d'ordre épistémique. Nous pouvons penser qu'il attend une deuxième manière. La suite semble confirmer notre conjecture.

Dans l'environnement papier-crayon, nous notons que le professeur fait appel au compas et il prend la précaution de symboliser le compas (cf illustration 91).



Illustration 91

Ainsi des arcs de cercle sont tracés avec le compas symbolique mais le professeur ne fait plus référence à l'égalité des longueurs. D'un point de vue épistémique, l'égalité des longueurs est issue de l'égalité de rayons de deux cercles distincts, de centre A et C, dont les rayons sont égaux à 5cm.

## **6.4 - Conclusion par rapport à cette classe**

### **6.4.1 - Rappel de la chronologie**

Dans cette classe, le professeur a choisi de faire reconnaître un triangle rectangle et isocèle à l'aide de tâches de construction et de questions dans l'environnement tracenpoche (JA1, JA2). Il a fait mettre en évidence des propriétés mathématiques qui ont permis de compléter la figure (JA3, JA4, JA5). Puis il donne à construire un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche (JA6). Enfin, il montre comment le cercle peut intervenir dans l'environnement tracenpoche (JA7).

### **6.4.2 - Rappels de nos questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **6.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Nous avons envisagé la construction du triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche afin de mettre en évidence les propriétés du cercle. Nous savons par ailleurs que les élèves ont l'habitude de construire un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon en utilisant le compas pour faire des arcs de cercle. Effectivement, le lien entre les deux environnements permet d'établir un lien entre l'arc de cercle et le cercle, qui n'est pas accessible immédiatement aux élèves. Puis, dans le binôme analysé, lorsque le triangle équilatéral est construit dans l'environnement tracenpoche, il n'est pas reconnu comme tel. La « figure » est lue comme un « dessin », le rôle des cercles n'est pas reconnu. Les élèves mesurent les longueurs des côtés pour « voir » le triangle équilatéral, quel que soit le déplacement des points. Autrement dit, la situation à elle seule ne suffit pas à faire évoluer les connaissances mathématiques des élèves. Il est indispensable que le professeur en tienne compte et fasse partager cette connaissance.

Dans cette classe, le professeur choisit de faire construire un triangle isocèle dans l'environnement papier-crayon, tâche propice à réinvestir le cercle, mis en œuvre dans l'environnement tracenpoche. Il précise donc aux élèves qu'ils ont à se souvenir de ce qu'ils ont fait dans l'environnement tracenpoche. Du point de vue du professeur, il s'attend à ce que les élèves retiennent le cercle du triangle isocèle. Du point de vue des élèves, ils pensent au triangle isocèle qui est aussi rectangle : ils ne distinguent pas les deux propriétés.

### **6.4.4 - Initiatives du professeur**

Le professeur a choisi d'organiser des tâches de construction pour faire reconnaître des éléments géométriques dans le triangle rectangle et isocèle. Il demande aux élèves de construire deux droites perpendiculaires superposées aux deux côtés de l'angle droit du triangle. Il fait construire le cercle de centre A passant par le point B. Il demande d'en déduire une propriété pour le point C. Mais ses questions ne laissent pas beaucoup d'initiative aux élèves.

Le professeur a décidé de réinvestir la notion de cercle dans la construction du triangle isocèle.

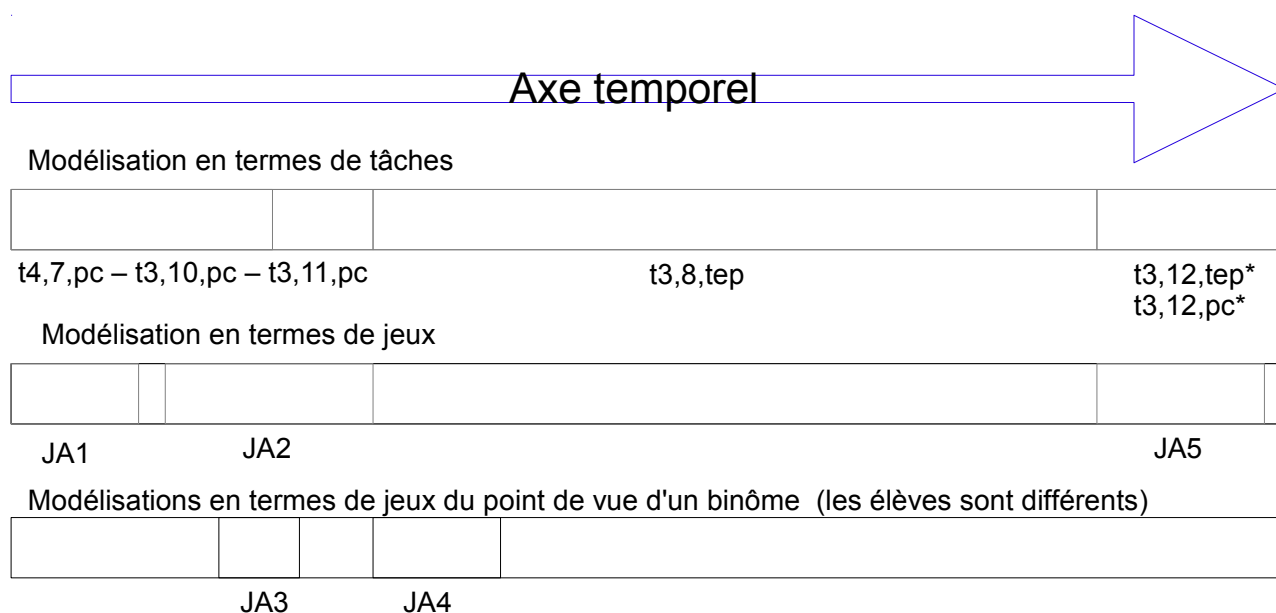
Dans l'environnement papier-crayon, il prend appui sur les constructions faites dans l'environnement tracenpoche pour mettre en évidence les connaissances mathématiques. Il tente de mettre ainsi en évidence le rôle du cercle dans l'environnement tracenpoche et le fait vivre dans l'environnement papier-crayon à travers le compas. Sur son schéma, il représente toujours le compas.

## 7 - Dans la classe de T

### 7.1 - Une mise en intrigue

Le professeur de cette classe a présenté au tableau une figure vidéoprojetée pour laquelle les élèves ont eu à reconnaître. Nous modélisons ce moment sous forme d'un premier jeu d'apprentissage, noté JA1\_S4\_T, dont l'enjeu est de faire voir collectivement le cercle comme un outil dans une tâche de reconnaissance. Puis les élèves ont à reproduire cette figure, tâches notées t3,10,pc et t3,11,pc. Nous modélisons ce moment sous forme d'un deuxième jeu d'apprentissage, noté JA2\_S4\_T dont l'enjeu est de voir collectivement le cercle comme un outil dans une tâche de construction. Nous analysons l'action d'un binôme dans la réalisation de cette tâche, moment que nous analysons sous forme d'un troisième jeu d'apprentissage noté JA3\_S4\_T\_F\_G dont l'enjeu est de faire reproduire une figure du point de vue d'un binôme F et G. Le professeur donne la tâche t2,8,tep aux élèves. Nous analysons l'action d'un binôme dans la réalisation de cette tâche, moment que nous modélisons sous forme d'un quatrième jeu d'apprentissage noté JA4\_S4\_T\_L\_S, dont l'enjeu est de faire tracer un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. Enfin, le professeur fait reproduire le triangle dans l'environnement papier-crayon et tracenpoche (t3,12,tep\* et t3,12,pc\*). Nous modélisons sous forme d'un cinquième jeu d'apprentissage, noté JA5\_S4\_T dont l'enjeu est de faire voir les actions de construction dans l'environnement tracenpoche et dans l'environnement papier-crayon.

### 7.2 - Représentation synoptique <sup>84</sup>



Avec JA1\_S4\_T (9 min.) : faire voir collectivement le cercle comme un outil dans une tâche de reconnaissance.

JA2\_S4\_T (15 min.) : faire voir collectivement le cercle comme un outil dans une tâche de construction.

JA3\_S4\_T\_F\_G (6 min.) : faire reproduire une figure du point de vue d'un binôme F et G.

JA4\_S4\_T\_L\_S (9 min.) : faire tracer un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche

JA5\_S4\_T (12 min.) : faire voir les actions de construction dans l'environnement tracenpoche et dans l'environnement papier-crayon.

<sup>84</sup> La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 92 min.).

## 7.3 - Jeux d'apprentissage

### 7.3.1 - JA1\_S4\_T (9 min)

L'enjeu est de faire voir collectivement le cercle comme un outil dans une tâche de reconnaissance. Nous découpons en quatre étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de répondre aux questions du professeur.

Des éléments du milieu : la perception est insuffisante.

Présentation de ce moment :

Il s'agit du début de la séance.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

### Description

#### étape 1 : reconnaître un cercle et un triangle isocèle

Le professeur explique d'abord ce qu'il va demander aux élèves (min. 2:57, tdp 1, P : « *Cet après-midi, je vais vous présenter un figure. La première chose que je vais vous demander, c'est de quoi est composée cette figure* »). Puis, il affiche à l'aide du vidéoprojecteur la figure qu'il a préparée (cf illustration 92).



Illustration 92

Un élève Noémie explique qu'il y a un cercle et un triangle (tdp 6, N : « *Un cercle et un triangle* »). Le professeur écrit les propositions sur la gauche du tableau. Des échanges ont lieu sur le cercle et son rayon. Les échanges sur le cercle permettent de préciser ses éléments caractéristiques (tdp 11, J : « *Le cercle, il est de centre A* »). puis tdp 13, J : « *Et de rayon B* »). Le professeur fait corriger cette expression en demandant à l'élève de venir montrer au tableau. Ainsi le cercle devient le cercle de centre A et de rayon AC (tdp 19, J : « *AC* ») ou AB (tdp 21, Es : « *AB* »). Le professeur le note au fur et à mesure sur le tableau. Puis une élève, Charline, précise que le triangle est isocèle (tdp 23, C : « *Le triangle est isocèle* »). Le professeur choisit de faire rappeler la définition d'un tel triangle (tdp 25, P : « *C'est-à-dire ?* »). La réponse est immédiate (min. 5:51, tdp 25, C : « *Il a deux côtés de même longueur* »).




#### étape 2 : vérifier l'égalité des longueurs avec la règle

Le professeur demande maintenant de vérifier la conjecture (tdp 26, P : « *Est-ce qu'on peut vérifier ça ?* »). Tout en disant cela, il se tourne pour préparer les instruments de tracé et demande à l'élève de choisir (min. 5:57, tdp 29, P : « *Tu as besoin de quoi ?* »). L'élève Charline répond alors qu'elle a besoin de la règle (tdp 30, C : « *De la règle* »). Elle se déplace au tableau et mesure les longueurs AB et AC, mais elles ne sont pas égales (tdp 34, C : « *Ça fait pas pareil* »). Le professeur modifie le dessin pour obtenir des longueurs égales.

#### étape 3 : vérifier l'égalité des longueurs avec le compas.



Dès que professeur demande les instruments utiles pour la vérification de l'égalité des longueurs, un élève propose le compas. Le professeur confirme l'intérêt du compas et demande aux élèves d'y réfléchir pour plus tard (tdp 33, P : « *On vérifiera avec le compas. Vous allez vous y préparer* »). Dès que la vérification des longueurs avec la règle est terminée, il revient à ce qu'il avait provisoirement mis de côté, à savoir la vérification avec le compas (min. 6:59, tdp 36, P : « *Alors avec le compas, comment on peut faire ?* »). Un élève Noham va au tableau et compare les longueurs avec le compas (cf illustrations 93 et 94). Puis il conclut que l'égalité est vérifiée (tdp 39, N : « *Oui* ») (cf illustrations 94).

		
<p><i>Illustration 93</i></p> <p>L'élève pose la pointe sèche de son compas sur le point A. Il écarte la deuxième branche sur le point B.</p>	<p><i>Illustration 94</i></p> <p>Il repositionne le compas sans changer l'écartement des branches : il pose la pointe sèche en A et regarde si la deuxième branche se superpose au point C.</p>	<p><i>Illustration 95</i></p> <p>Il conclut : « <i>Oui</i> » et range le compas.</p>

#### étape 4 : conclure

Deux élèves sont allés au tableau pour vérifier l'égalité des longueurs des deux côtés. Le professeur montre alors la partie gauche du tableau et demande aux élèves ce qu'il est possible de compléter. Les élèves proposent collectivement des réponses (min 7:43, tdp 41, J : « *Le triangle est un triangle isocèle parce que ...* », tdp 43, E : « *Le triangle ABC* »). Le professeur demande des précisions (min. 8:06, tdp 47, P : « *Qu'est-ce que je peux mettre d'autre ?* »). De nouveau, les élèves complètent au fur et à mesure (min. 8:28, tdp 50, E : « *Isocèle et les côtés AC et AB sont égaux* »). Le professeur écrit sous la dictée les informations concernant le triangle ABC. En montrant de la main la figure projetée, le professeur demande s'il est possible de coder le dessin (min. 8:35, tdp 52, P : « *Ça, est-ce qu'on peut le faire apparaître ?* »). Une élève Sarah va au tableau pour marquer d'un trait les segments de même longueur.

## Analyse

Le professeur définit le jeu de reconnaissance. Les élèves ont à expliquer qu'ils voient un cercle et un triangle. Ils utilisent donc les mots correspondants aux deux formes géométriques affichées. Le fait que le professeur écrive au tableau les différentes propositions, conduit les élèves à les compléter sans demande explicite orale de sa part.

Le professeur montre aux élèves que la conjecture ne peut se vérifier qu'avec l'aide des instruments. En effet, précisément au moment où il demande de vérifier, il se tourne du côté des instruments et les prend à la main, autrement dit il fait signe aux élèves de prendre l'un d'eux, d'un certain point de vue cela signifie que la seule manière de vérifier repose sur les instruments. Or la conjecture s'avère fausse puisque les côtés du triangle n'ont pas la même longueur au tableau. Pourtant, le professeur ne remet pas en cause la conjecture, il sous-entend un problème technique. Il modifie alors les dimensions du « dessin » pour que les côtés soient de la même longueur. Il mesure avec la règle

pour vérifier enfin l'égalité. C'est cette dernière mesure qui prouve l'égalité des longueurs. Par contre, la vérification par le compas ne semble pas celle attendue. En effet, l'élève Noham qui est au tableau utilise le compas comme une unité de mesure. Il prend l'écartement du compas sur le premier segment [AB] (cf illustration 93) et compare l'écartement du compas au deuxième segment, ici [AC] (cf illustration 94). Autrement dit, le compas est un instrument de report de longueur. Nous avons pensé que le compas serait l'instrument, représentant le cercle. Les longueurs AB et AC sont égales en tant que rayon d'un même cercle. Le professeur n'intervient pas à ce moment-là pour pointer le rôle du cercle.

Le professeur organise la phase d'institutionnalisation autour de deux pôles : la partie gauche du tableau est le lieu de phrases que l'on écrit quand on a vérifié avec les instruments, le centre du tableau est le lieu où la figure est codée quand on a écrit les phrases, mémoire didactique de la classe. Ces deux pôles servent de lieux matériels différents pour résumer le travail de conjecture et de validation.

Dans ce moment, nous voyons la vérification de propriétés avec les instruments, ici la règle ou le compas. La règle donne deux mesures de longueur égales. Le compas fournit deux écartements identiques, mais le lien avec le cercle n'est pas établi explicitement.

### 7.3.2 - JA2\_S4\_T (15 min.)

L'enjeu est de faire voir le cercle comme un outil dans une tâche de construction. Nous dé coupons en trois étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de reproduire des éléments géométriques.

Des éléments du milieu : La reproduction doit être conforme.

Présentation de ce moment :

Les élèves ont analysé collectivement la figure.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : la tâche

Le professeur explique alors aux élèves qu'ils ont à construire la figure sur une feuille, en travaillant par deux (min. 11:54, tdp 79, P : « *Le travail que je vais vous demander par groupe de deux, c'est de me construire sur papier cette figure* »). Puis il rappelle les consignes propres à ce genre de tâches, à savoir préparer les instruments usuels (min. 13:48, tdp 82, P : « *Quels sont les outils que vous pouvez utiliser ?* »). Collectivement la réponse est immédiate (« *Compas* », « *crayon de papier* », « *règle* », « *équerre* », « *gomme* »). La figure est au tableau (cf illustration 96).



Illustration 96

### étape 2 : rappel sur les mesures

Rapidement, le professeur éprouve la nécessité de préciser aux élèves qu'ils peuvent prendre les mesures qu'ils souhaitent (min. 14:25, tdp 96, P : « *Est-ce que la mesure est importante ?* »). Sans

attendre de réponse, il rappelle aux élèves qu'ils ont la tâche de reproduire la figure (min. 14:32, tdp 96 P : « *Non, moi je veux, que vous trouviez et que vous reproduisiez ce que vous avez fait* »). Puis il insiste un peu plus tard sur cet aspect (min. 15:13, tdp 98, P : « *Est-ce qu'on a besoin de mesure ? Excusez-moi, est-ce que là, est-ce que cette figure on peut la reproduire avec n'importe quelle mesure ?* »).

#### étape 3 : recherche des élèves

#### étape 4 : chronologie

Le professeur demande aux élèves de décrire la chronologie de leur tracé (min. 20:41, tdp 109, P : « *Qu'est-ce que vous avez construit en premier ?* »). Les élèves expliquent qu'ils ont d'abord tracé le cercle : le professeur l'écrit sur le tableau de droite (cf illustration 97).

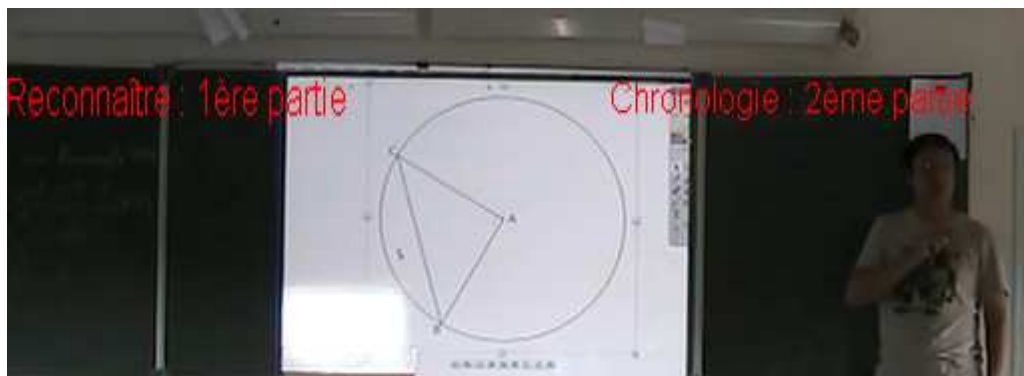


Illustration 97

Les élèves expliquent qu'ils ont tracé un rayon (tdp 115), l'angle droit (tdp 119). Certains ont commencé par les segments perpendiculaires et expliquent leurs procédures. Le professeur donne la parole à une élève qui a commencé en traçant l'hypoténuse (min. 25:01, tdp 149, P : « *Tu as commencé à tracer ce segment* »). Elle n'a pas pu mener à bien la construction (min. 25:15, tdp 153, P : « *Tu as réussi ?* », tdp 154, E : « *Non* »).

### **Analyse**

Le professeur définit rapidement le jeu. En effet, les élèves ont des habitudes dans l'environnement papier-crayon. Ils savent ce qu'ils ont à faire. Ils ont une feuille et les instruments usuels (la feuille que le professeur exhibe dans l'illustration 95). Les élèves ont la figure sur laquelle ils viennent de vérifier les propriétés : la figure reste vidéoprojetée pendant le travail de construction (comme dans l'illustration 95).

Tous les élèves ont reproduit la figure. Le professeur insiste pour dire que les mesures ne sont pas importantes. La plupart des élèves ont effectivement commencé à tracer un cercle. Mais le rôle du cercle qui permet d'assurer les longueurs égales reste implicite.

#### **7.3.3 - JA3\_S4\_T\_F\_G (6 min.)**

L'enjeu est de faire reproduire la figure du point de vue d'un binôme de deux élèves F et G (fille F et garçon G, nous ne connaissons pas leurs prénoms). Nous découpons en trois étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de reproduire une figure.

Des éléments du milieu : la reproduction doit être conforme à la figure.

Présentation de ce moment :

Les élèves sont en train de reproduire la figure. Nous analysons un binôme F et G.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : description

Comme nous l'avons précisé, le professeur insiste sur la prise en compte des mesures alors qu'il passe à côté du binôme analysé (F et G). L'élève G est en train de tracer et ne semble pas tenir compte des propos du professeur. G prend l'écartement du compas en prenant appui sur la règle, précisément au moment où le professeur intervient. Ce dernier insiste sur la prise en compte des mesures alors qu'il passe à côté du binôme (tdp 98, P : « *Est-ce qu'on a besoin de mesure ?* »). Mais l'élève termine ce qu'il est en train de faire (cf illustration 98). L'élève trace le cercle, en faisant tourner la feuille autour de la pointe (cf illustration 99). Il nomme A le centre du cercle. Puis il trace le rayon avec la règle, en reliant un point du cercle (cf illustration 100).

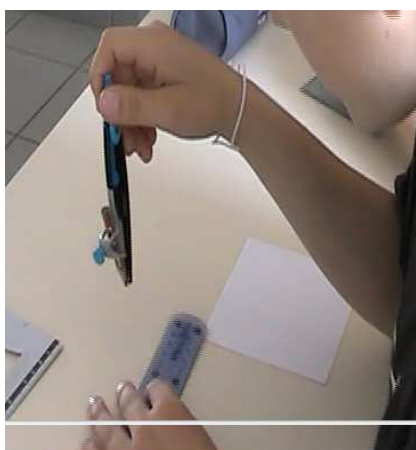


Illustration 98



Illustration 99



Illustration 100

Il place alors le point C sur le cercle. Il trace la perpendiculaire à (AC) passant par A avec l'équerre et il trace le segment (cf illustration 101). Il pose ses instruments (cf illustration 102).



Illustration 101



Illustration 102

### étape 2 : validation

Il prend la règle pour vérifier l'égalité des longueurs des deux côtés du triangle. Il prend l'équerre pour vérifier l'angle droit. Il code son dessin : égalité de longueur, codage de l'angle droit (cf illustration 103).


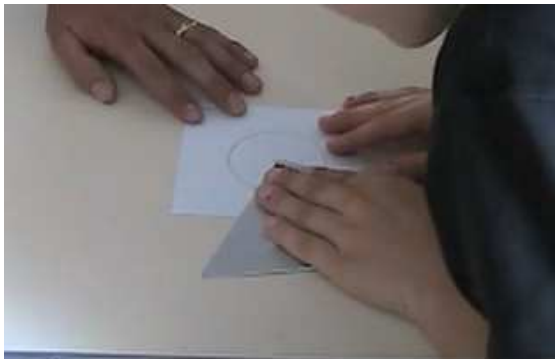


Illustration 103

Il termine le triangle en traçant le segment  $[[BC]]$ . Il range ses affaires. Il n'a aucun contact avec sa voisine. Ils lèvent la main pour signaler au professeur qu'ils ont fini.

### Étape 3 : validation par le professeur

Le professeur arrive (min. 19:30)

tdp		Dialogues	
102	P	<i>D'accord, vous avez vérifié ?</i>	Le professeur arrive auprès d'eux.
103	P	<i>Comment ?</i>	
104	G	<i>On a pris la règle</i>	 <p><i>Illustration 104</i></p>
105	P	<i>D'accord</i>	
106	G	<i>Ça fait 3, 2.</i>	Il mesure le segment [AC].
107	P	<i>Oui</i>	
108	G	<i>Et là, 3,1.</i>	
109	P	<i>D'accord. Il y a une petite erreur d'un millimètre</i>	
110	G	<i>Et...</i>	
111	P	<i>Moi, ce que je ne comprends jamais bien, c'est votre volonté, on pourrait très bien avoir un trait. Vous avez toujours besoin d'arrêter le trait pile?</i>	
113	P	<i>Alors ?</i>	<p>Il prend l'équerre.</p>  <p><i>Illustration 105</i></p>
114	P	<i>Merci</i>	Le professeur s'en va.

## Analyse

L'élève G trace le cercle en premier. Chronologiquement, il choisit un écartement en prenant appui sur la règle. La longueur du rayon est donc définie à partir de la mesure sur la règle, alors que le professeur a clairement expliqué que les mesures ne sont pas importantes (min. 14:25, tdp 96, P : « *Est-ce que la mesure est importante ? Non* »). Mais cette indication ne permet pas à l'élève G de

modifier son idée première (min. 15:06). D'un point de vue géométrique, cette nécessité est intéressante : effectivement la mesure du rayon est un des éléments caractéristiques du cercle. par ailleurs, concernant le centre du cercle, chronologiquement, l'élève G trace le cercle avec le compas puis il choisit le trou laissé par la pointe de compas pour placer le point A. Autrement dit, le deuxième élément caractéristique du cercle est défini implicitement par la pointe du compas. Ce point est donc placé après la construction effective. Ainsi, cet élève définit les éléments caractéristiques du cercle (centre et rayon) au fur et à mesure de sa construction. Par contre, dans l'environnement tracenpoche, les boutons pour tracer un cercle nécessitent de se poser la question avant le tracé effectif du cercle. Cette nécessité sera donc très différente de l'environnement papier-crayon. La reproduction de la figure est faite sans hésitation avec l'équerre. Le codage est le signe que l'élève a vérifié avec les instruments.

D'un certain point de vue, le professeur valide leur construction, bien que l'élève explique qu'il y ait un millimètre d'écart (tdp 114, P : « *Merci* »).

### 7.3.4 - JA4\_S4\_T\_L\_S (9 min.)

L'enjeu est de faire construire un triangle équilatéral du point de vue d'un binôme de deux élèves, Léa et Sirine. Nous découpons en huit étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves savent ce qu'est un triangle équilatéral.

Des éléments du milieu : le triangle équilatéral doit le rester au cours du déplacement des points.

Présentation de ce moment :

Le professeur présente l'exercice de l'environnement tracenpoche (cf étape 1). Nous nous intéressons spécifiquement à la manière de construire de deux élèves (étapes de 2 à 8)

Les time code et les tours de parole sont indépendants de ceux du film de la classe. Nous pensons que Léa a la souris.

## Description

### étape 1 : la consigne

Le professeur annonce que le travail dans l'environnement tracenpoche (min. 26:58, tdp 181, P : « *Le travail que je vais vous demander, un groupe va travailler sur tracenpoche* »). Il affiche alors l'exercice que les élèves vont avoir à faire, à savoir construire un triangle équilatéral (cf illustration 106).

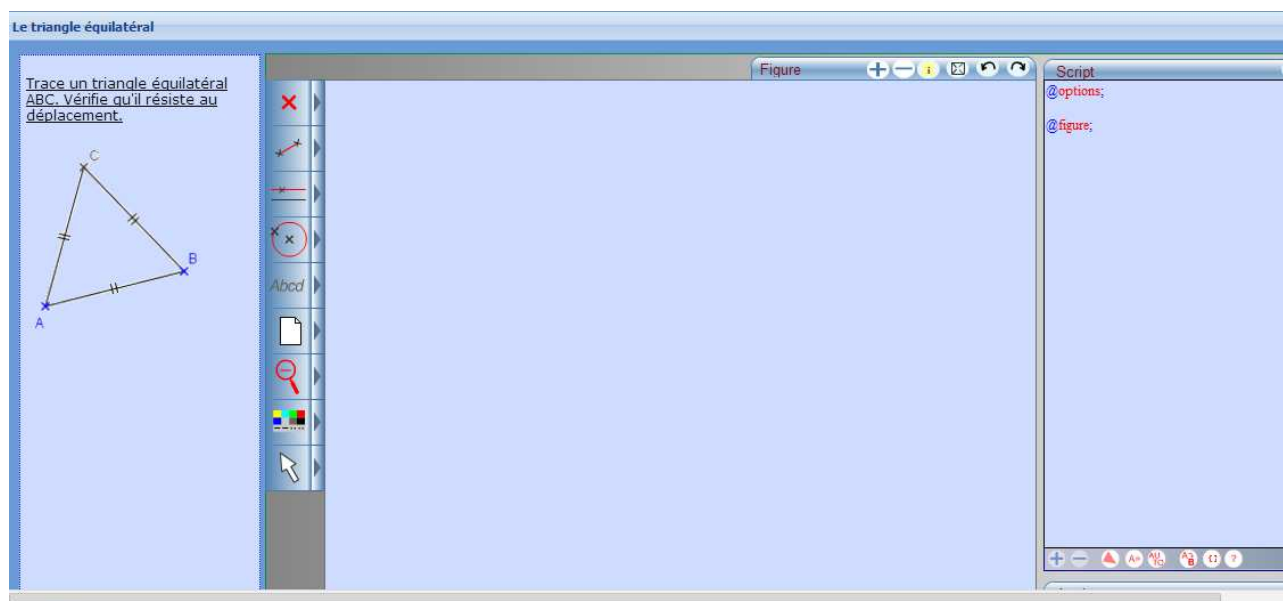


Illustration 106



Il s'assure que les élèves savent ce qu'est un triangle équilatéral (min. 27:43, tdp 186, P : « *Un triangle équilatéral déjà ? Précision ?* »). Il attire l'attention des élèves sur le contenu de l'énoncé (tdp 188, P : « *Est-ce que là, on voit que c'est un triangle équilatéral ?* »). Une élève Charline explique que le codage permet de voir qu'il s'agit d'un triangle équilatéral (tdp 191, C : « *Les petits traits* »). Le professeur conclut que le travail attendu est très court, mais il engage les élèves à réfléchir (min. 28:41, tdp 196, P : « *Donc le travail que je vais vous demander c'est donc par deux, de me reconstruire ce triangle équilatéral. Si on a compris comment on faisait, honnêtement, en 30 secondes, c'est fait. Mais ça va vous demander, vous de réfléchir vraiment au cheminement que vous devez attraper pour atteindre le triangle équilatéral* »).

#### étape 2 : essai 1

Léa trace d'abord un cercle avec le bouton « cercle de diamètre donné », diamètre noté [AB]. Puis perceptivement, elle trace deux segments [AC] et [BC], C étant placé perceptivement sur le cercle (cf illustration 107).

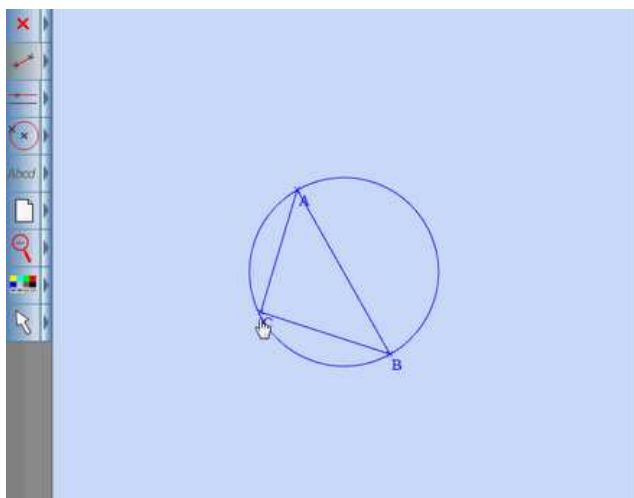


Illustration 107

Sirine s'interroge (tdp 6, S : « *T'es sûre ?* »). Léa explique qu'elle s'est trompée (min. 2:59, tdp 7, L : « *Non. C'est pas ça* »). Elle efface.

#### étape 3 : intervention collective du professeur

Elle trace le cercle de centre A et passant par B. Le professeur intervient collectivement (tdp 11, P : « *Vous vous souvenez comment on fait pour faire un triangle équilatéral ?* »). Il insiste (tdp 14, P : « *Quand vous faites sur le papier, vous utilisez quoi ?* »). Cette indication est suffisante pour aider Sirine (tdp 14, S : « *Je sais, tu fais ça, et puis après tu enlèves le cercle* »). Le professeur insiste, en établissant un lien entre la feuille et tracenpoche (min.4:02, tdp 17, P : « *Ça veut dire que sur tracenpoche, si on utilise le compas, qu'est-ce qu'on va utiliser pour faire le ...* »). Aussitôt un élève l'interrompt et propose le compas. Le professeur n'accepte pas cette proposition. Il demande une autre formulation (min. 4:08, tdp 21, P : « *Qu'est-ce qu'on va utiliser si on n'a pas le compas ?* »). Un élève propose le cercle.

#### étape 4 : le premier cercle

Le professeur arrive auprès de nos deux élèves alors que Léa a trace le cercle de centre A et passant par B (cf illustration 108).



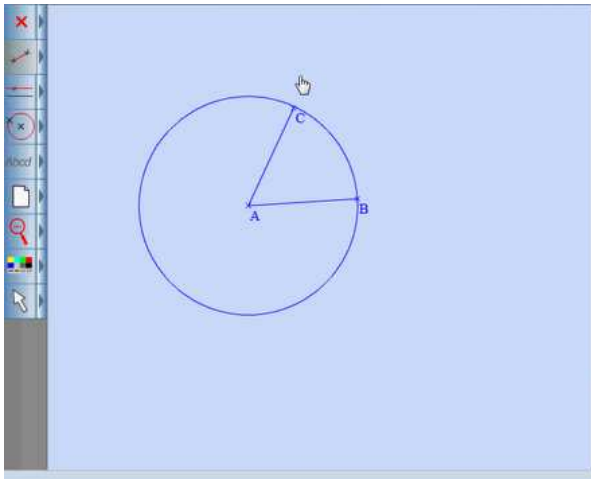


Illustration 108

Léa explique qu'elles ne savent pas trop faire (tdp 26, P : « *Non, mais on n'est pas trop sûres* ») et elle efface. Le professeur lui demande de refaire (tdp 27, P : « *Stop. C'était bien le début* »). Elle recommence : elle trace le segment [AB]. Le professeur lui demande de se rappeler ce qu'elle a l'habitude de faire avec le compas (min. 4:42, tdp 32, P : « *Qu'est-ce que tu fais d'habitude avec ton compas ?* »). Léa explique ce qu'elle fait avec le compas tout en traçant le cercle (tdp 33, L et S : « *On met la pointe sur le A* »). Elle continue (tdp 35, L : « *Et je fais ça* »). Ainsi elle a tracé le cercle de centre A passant par le point B (cf illustration 109).

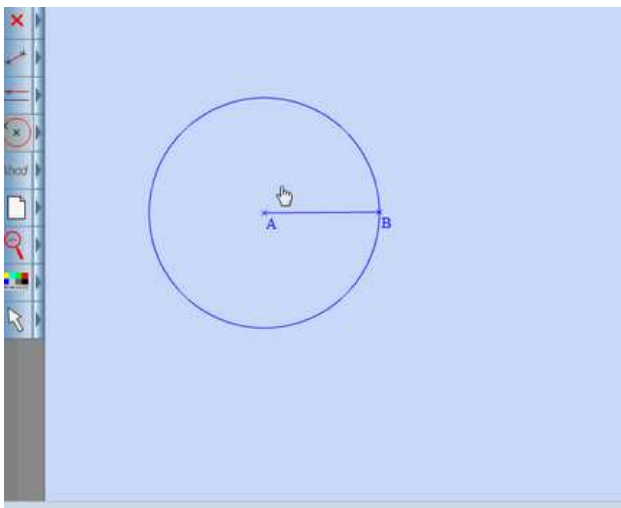


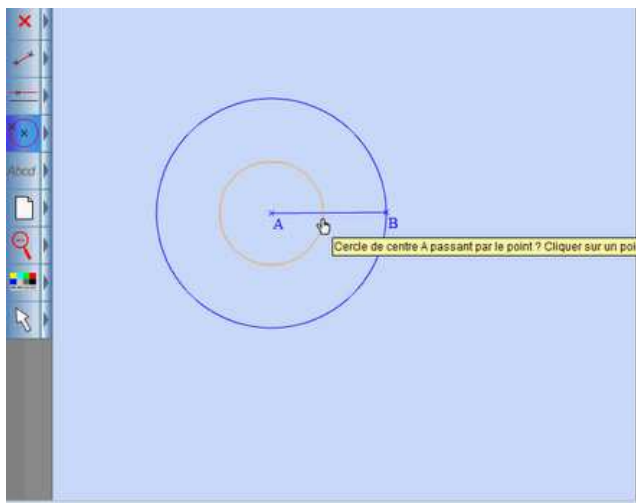
Illustration 109

#### étape 5 : mise en évidence du deuxième cercle

Le professeur les interroge pour poursuivre la construction (tdp 40, P : « *Qu'est-ce que vous faites après ?* ») et il s'en va. Sirine se propose de tracer une droite, ce que Léa ne fait pas. Le professeur intervient collectivement une nouvelle fois (min. 5:57, tdp 46, P : « *Imaginez, vous êtes devant votre feuille. Faites-le pour de faux, devant vous* »). Cet indice permet à Léa de poursuivre (min. 6:15, tdp 49, L : « *Je sais, après on fait un autre* »). Elle l'explique à Sirine (tdp 51, L : « *Regarde, quand on fait un triangle avec le compas, on fait ça. On a un autre cercle là. Hop. Là, tu mets le point* »). Sirine conclut alors (tdp 52, S : « *On doit refaire un cercle* »).

#### étape 6 : essai du tracé du deuxième cercle

Léa sélectionne le bouton « cercle de centre donné, passant par un point », elle sélectionne et valide le point A, elle écarte la souris de sorte que le cercle passe par B. Mais le cercle orange se superpose au cercle précédent (cf illustration 110).

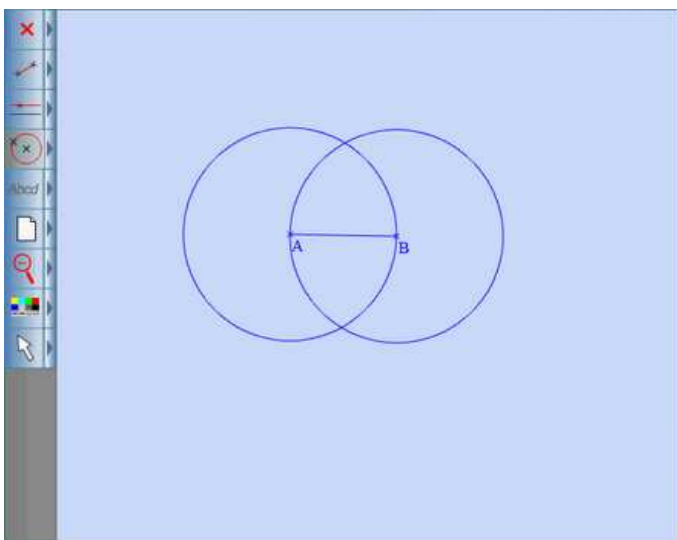


*Illustration 110*

Léa est surprise du résultat (min. 6:40, tdp 57, L : « *Oui, mais ça fait ça* »). Sirine pense avoir une idée, mais ce n'est pas le résultat attendu. Léa efface tout et recommence.

étape 7 : tracé effectif du deuxième cercle.

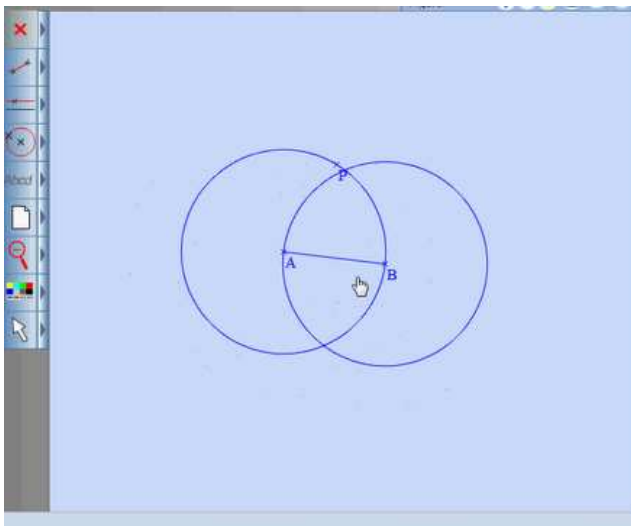
Léa trace le segment [AB], le cercle de centre A et passant par B. Puis elle explique qu'elle sait ce qu'il faut faire (tdp 65, L : « *J'ai trouvé* »). Elle trace le cercle de centre B et passant par le point A (cf illustration 111).



*Illustration 111*

étape 8 : le point C

Elle sélectionne le bouton « point sur » et place un point P placé perceptivement sur un des cercles. Suite à un geste maladroit, la figure est déplacée et le point P n'est plus à l'intersection des deux cercles (cf illustration 112).



*Illustration 112*

Elle efface le point P. Elle sélectionne le bouton « point d'intersection », sélectionne et valide les deux cercles. Deux points C et C1 sont affichés. Léa et Sirine sont surprise par le point C1 (min. 8:50, tdp 77, L : « C1, hein ? », S : « Hein ? »). Elles appellent le professeur, qui leur suggère d'ignorer C1 (tdp 80, P : « C'est pas grave. Tu peux tracer en bas sur C, il va tourner après »). Léa insiste (tdp 84, L : « Oui, mais il y a deux points qui apparaissent »). Le professeur leur suggère de ne pas en tenir compte (tdp 85, P : « Tu t'en moques, après tu vas faire effacer »). Léa acquiesce (tdp 86, L : « Ben ouais »). Elle trace les segments [AC] et [BC] (cf illustration 113). Et Sirine conclut (tdp 88, S : « C'est tout bête »). Elle déplace le cercle de centre B puis le point B. Puis les deux élèves s'amusent.

## Analyse

La construction du triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche est assez rapide (9 minutes). Nous voyons cependant différentes étapes qu'il convient d'éclairer.

Au cours d'un premier essai, les deux élèves construisent un cercle. De leur point de vue, elles ont retenu la présence d'un cercle. Elles proposent donc un premier triangle ABC avec un cercle (cf illustration 107). Elles savent que le résultat à l'écran ne correspond pas à ce qui est attendu. Elles effacent immédiatement. La première intervention du professeur sur la nécessité d'un cercle leur est inutile, elles le savent déjà. Par contre le professeur donne collectivement une stratégie pour gagner dans l'environnement tracenpoche. Il propose aux élèves de se rappeler des gestes dans l'environnement papier-crayon. Autrement dit, le signe qu'il donne concerne la technique, tracer un cercle avec le compas, il ne donne pas les raisons de cette technique. Le discours technologique est absent. La suite de la construction des élèves illustre cette absence de justification. Les élèves pensent savoir ce qu'il y a à faire (cf tdp 51). Les élèves sont surprises des résultats de leur essai. Mais cette erreur conduit Léa à trouver le deuxième cercle (cf illustration 111).

La construction dans l'environnement tracenpoche donne à voir deux points d'intersection des deux cercles. Là encore, le résultat à l'écran surprend les élèves : elles effacent puis elles appellent le professeur. Comme précédemment, le professeur indique aux élèves une technique, ignorer le point C1, sans justifier cette technique d'un discours.

Le professeur a défini rapidement le jeu. Les élèves savent qu'ils ont à tracer un triangle qui a trois côtés de même longueur, dans l'environnement tracenpoche. Le professeur ne fait aucune allusion orale quant à la validation de la construction par le déplacement des points déplaçables. Par contre, il rappelle cette règle définitoire dans l'énoncé écrit (« Vérifie qu'il résiste au déplacement »). Ses interventions collectives semblent montrer que les élèves ne parviennent pas à tracer le triangle équilatéral et qu'il essaie d'orienter leurs actions dans tracenpoche.

### 7.3.5 - JA5\_S4\_T (12 min.)

L'enjeu est de faire voir les actions de construction dans l'environnement tracenpoche et dans l'environnement papier-crayon. Nous découpons en sept étapes, mettant ainsi en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves savent que deux élèves sont interrogés, mais qu'ils peuvent intervenir.

Des éléments du milieu : les actions au tableau et à l'écran doivent permettre d'obtenir la même figure.

Présentation de ce moment :

Les élèves ont terminé la construction dans l'environnement tracenpoche. Ils sont tous en classe.

Les time code sont ceux du film de la classe. Les tours de parole sont indépendants du film de la classe.

## Description

### étape 1 : reprise collective

Les élèves se retrouvent dans la salle de classe (min. 78:55). Le professeur explique qu'ils vont collectivement tracer deux triangles équilatéraux, l'un sur le tableau de gauche, avec les instruments usuels et l'autre sur tracenpoche dont l'écran est projeté au tableau (min. 80:15, tdp 5, P : « *Ce que j'attends de votre part, c'est qu'on fasse en parallèle un tracé au tableau et le tracé avec tracenpoche* »). Tout en disant cela, il prépare les instruments. Après quelques hésitations, Eva est au tableau pour tracer et Amélie est sur l'ordinateur (cf illustration 113).

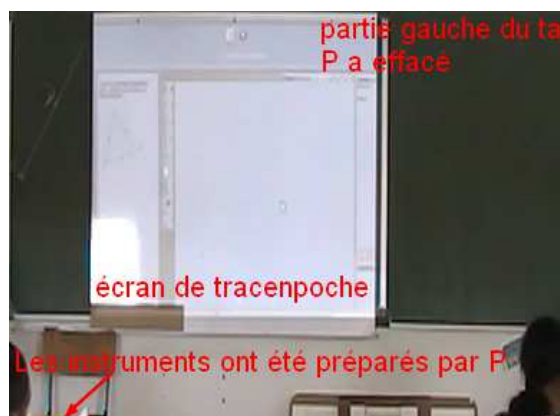


Illustration 113

Il explique alors qu'il veut comparer les deux manières de faire (tdp 6, P : « *Pour voir ce qui est pareil et ce qui est un peu différent entre les deux tracés* »).

### étape 2 : construction d'un segment dans les deux environnements

Le professeur demande d'établir une chronologie de la construction.

tdp		Dialogues
17	P	<i>Par quoi va-t-on commencer?</i>
18	Ev	<i>Par tracer un segment.</i>
19	P	<i>Par tracer un segment.</i>
20	P	<i>On va le nommer comment ?</i>
21	Es	<i>AB</i>

Eva prend la règle, trace un « trait » le long de la règle puis elle nomme les extrémités A et B.

Amélie cherche le bouton « segment » et trace le segment [AB].

Puis le professeur demande aux élèves de comparer le résultat (min. 82:43, tdp 34, P : « *Si on travaille sur le papier ou sur le tableau et sur tracenpoche, est-ce qu'on a la même chose devant les*

yeux ? ») (cf illustration 114<sup>85</sup>). Les élèves sont tous d'accord pour répondre par l'affirmative.

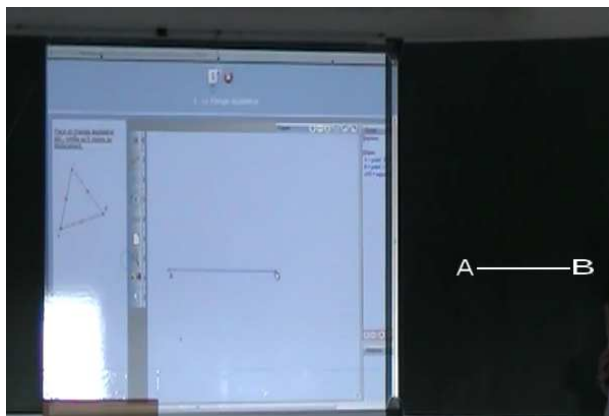


Illustration 114

#### étape 3 : construction d'un cercle dans les deux environnements

Le professeur demande à Eva comment continuer (min. 82:54, tdp 37, P : « *Que va-t-on faire pour tracer un triangle équilatéral si on est sur le papier ?* »). Sans hésiter, elle parle du compas et le prend. Le professeur se tourne vers Amélie et lui demande si elle peut prendre le compas, ce qu'elle confirme.

P	<i>Que va-t-on faire pour tracer un triangle équilatéral si on est sur le papier ?</i>
Eva	<i>Ben on va utiliser le compas.</i>
P	<i>On va utiliser le compas. Amélie tu vas utiliser le compas ? Est-ce que tu as des compas là sur ta ceinture ?</i>
Amélie	<i>Oui.</i>
P	<i>Oui, c'est quoi ?</i>
A	<i>Tracer un cercle.</i>

#### étape 4 : construction effective du premier cercle dans les deux environnements

Puis le professeur se tourne vers Eva et lui demande d'expliquer ce qu'elle va faire avec le compas (min. 83:26, tdp 47, Eva : « *Ben, je fais un cercle. Je prends la mesure et je fais ça* »). Le professeur insiste (min. 83:36, tdp 50, P : « *Pourquoi tu piques en B ?* »). Eva montre ce qu'elle va faire, mais ne parvient pas à expliquer (min. 83:41, tdp 51, Eva : « *Parce que, je ne sais pas* »). Collectivement, avec les élèves de la classe, avec l'aide du professeur, Eva conclut que B est le centre du cercle (min. 84:04, tdp 62, P : « *Le B va être quoi ?* », tdp 63, Eva : « *Le centre* ») et AB est le rayon du cercle (min. 84:33, tdp 70, P : « *Et donc, Amélie, elle va avoir quoi, elle ? On va l'appeler comment AB, pour son travail à Amélie ?* » ; tdp 73, Eva : « *Le rayon* »). Eva trace le premier cercle avec le compas. Puis le professeur tourne auprès d'Amélie (tdp 74, P : « *Amélie t'es prête ? T'as vu, elle, elle va faire un arc de cercle, toi tu vas faire un cercle. Elle a dit de centre B, de centre B.* ») Un élève complète en précisant le rayon (tdp 75, E : « *Et de rayon AB* »). Les deux tracés sont terminés (cf illustration 115).

85 Le segment [AB] est tracé à la craie : il est peu visible. Nous avons choisi de renforcer artificiellement le trait.

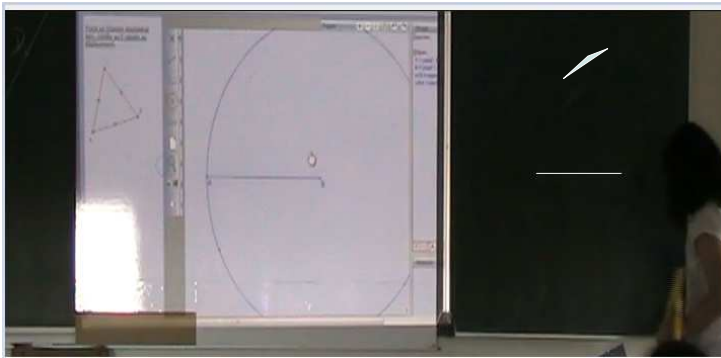


Illustration 115

Comme précédemment, le professeur fait établir une comparaison (tdp 80, P : « *Est-ce qu'on a le même travail ?* »). Un premier élève explique que, dans un des cas, il faut prendre le compas (min. 85:44, tdp 85, E : « *En réel, on doit prendre le compas, et sur tracenpoche on ne doit pas le prendre* »). Un second explique que dans un cas il faut tracer un « à-peine de cercle » et dans l'autre un cercle complet (min. 85:57, tdp 87, E : « *On trace à peine le cercle, que sur tracenpoche on le trace entièrement* »). C'est l'occasion pour le professeur de rappeler le vocabulaire attendu, l'arc de cercle (tdp 91, P : « *Ça s'appelle un arc de cercle. Ça ne s'appelle pas un à-peine de cercle. Tu me dis on trace un à-peine de cercle. Non, on trace un arc de cercle* »). Ces indications suffisent à Amélie pour tracer rapidement le cercle de centre B et qui passe par A.

étape 5 : construction du deuxième cercle dans les deux environnements

Le professeur s'intéresse alors à la suite de la construction dans l'environnement papier-crayon (min. 86:16, tdp 91, P : « *Une fois qu'on a fait ça, qu'est-ce que l'on doit faire ?* »). Eva explique qu'elle va faire la même chose et montre avec le compas (tdp 92, Eva : « *On fait la même chose, mais comme ça* », tdp 94, Eva : « *De l'autre côté* », tdp 97, Eva : « *Sur A* »). Au départ, le professeur attend du vocabulaire mathématique (min. 86:23, tdp 93, P : « *Le comme ça, je préférerais qu'il y ait des notions de centre, de je ne sais pas quoi* »), mais il n'insiste pas. Il se tourne alors vers Amélie qui construit rapidement le deuxième cercle (cf illustration 116).

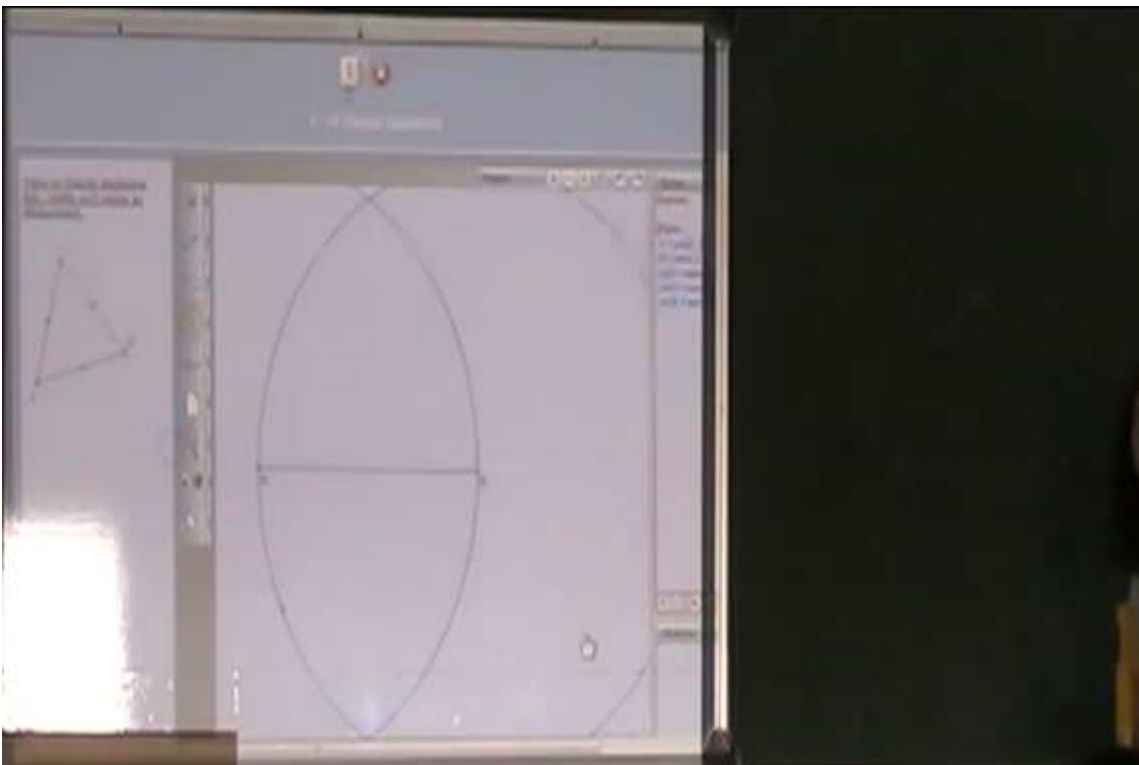


Illustration 116

#### étape 6 : construction du point C dans les deux environnements

Le professeur demande à un élève de montrer sur l'écran de tracenpoche la zone correspondant à ce qui est tracé sur le tableau (min. 86:49, tdp 103, P : « *Non, mais qu'est-ce qui va être important sur tracenpoche ? On peut montrer ce qui est important sur tracenpoche. Et où ça se trouve la petite chose, les deux arcs de cercle-là ? Valentin, tu peux me les montrer au tableau ? T'imagines tu fais comme un cache, puis ce cache tu le poses pour qu'on voit la même chose* »). Valentin délimite une zone avec son doigt (cf illustration 117).



Illustration 117

Le professeur rappelle que tracenpoche donne deux points C et C1. Puis il demande à Eva d'expliquer ce qui va suivre (min. 87:22, tdp 107, P : « *Que fait-on maintenant, jeune fille ?* », tdp 108, Eva : « *Là, à l'intersection, on met le point C* »). Elle montre et place le point C. Le professeur se tourne alors vers Amélie (min. 87:38, tdp 109, P : « *Donc Amélie, qu'est-ce que tu fais, toi ?* »). Cette dernière cherche à sélectionner le bouton « point ». Le professeur lui signale qu'elle ne tient pas compte de ce qu'Eva a expliqué (tdp 112, P : « *Oui, mais t'as oublié le mot qui était super important* »). Un élève dévoile le mot magique (tdp 113, E : « *Point d'intersection* »). Amélie sélectionne alors le bouton « point d'intersection », sélectionne et valide les deux cercles.

#### étape 7 : terminer le triangle dans les deux environnements

Le professeur demande à Eva de continuer (tdp 121, P : « *Qu'est-ce que tu fais maintenant ?* »). Eva répond d'abord sur la manière de procéder (tdp 122, Eva : « *On relie C, le point C et le point A* ») puis corrige à la demande du professeur (tdp 124, Eva : « *Des segments* »). Ensuite le professeur s'adresse à Amélie (min. 88:40, tdp 125, P : « *Des segments, Amélie, c'est parti* »). Amélie hésite à choisir le bouton « segment ». Le professeur lui conseille de lire les bandeaux jaunes. Un élève explique qu'il lui suffit de regarder les dessins des boutons. Le professeur confirme (min. 89:10, tdp 131, P : « *Oui les dessins sont assez explicites. Il faut bien comprendre le dessin* »).

#### étape 8 : validation les deux environnements

Le professeur demande à Amélie si le triangle est équilatéral. Il ne parle pas de validation par le déplacement, mais le sous-entend (min. 89:17, tdp 132, P : « *C'est bon, tu as un triangle équilatéral ? T'essaie de voir s'il reste équilatéral, ce triangle* »). Avant toute action, nous entendons un élève chuchoter qu'il l'est (tdp 133, E : « *Normalement, oui* »). Amélie déplace le point B. Le professeur lui demande de conclure quant à l'égalité des côtés (tdp 134, P : « *Est-ce que les côtés sont toujours égaux ?* »). Enfin, Amélie rend les traits de construction invisible et code le dessin d'un symbole indiquant que les trois côtés sont de la même longueur. Eva code elle aussi son dessin et revient à sa place.

### **Analyse**

Le professeur s'appuie sur ce qui a été fait. Les élèves ont déjà tracé un triangle équilatéral avec la

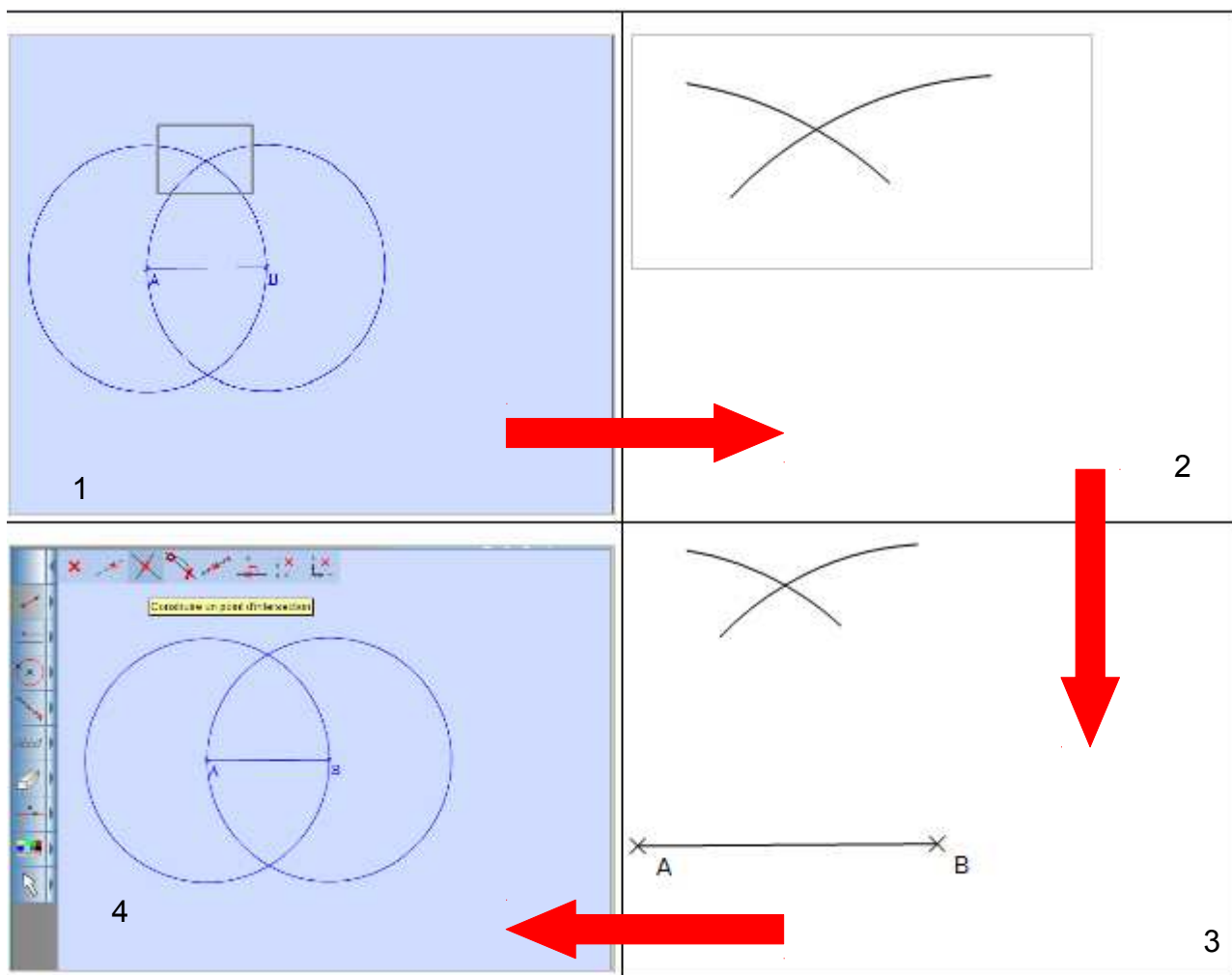


règle et le compas, non pas pendant cette situation mais auparavant. Ils viennent de tracer un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. Les élèves ont rencontré des difficultés pour y parvenir. Le professeur cherche à établir un rapport explicite entre les deux environnements. Le professeur met en lumière la manière dont les connaissances des élèves sont organisées et comment l'environnement tracenpoche fait utiliser un vocabulaire distinct des habitudes, sans pour autant être inconnu.

À la question du professeur dans l'environnement papier-crayon (tdp 37, P : « *Que va-t-on faire si on est sur le papier ?* »), Eva répond à travers l'instrument (technique faible telle que nous l'avons redéfinie, portée par l'instrument et non explicitée). Le professeur demande à Amélie si elle dispose d'un compas dans l'environnement tracenpoche. Sans hésiter, elle affirme qu'elle va utiliser le compas (tdp 40). Le professeur accepte sa réponse (tdp 41, P : « *Oui* »). Puis il demande des précisions. Pour Amélie, il est clair que « prendre le compas » c'est choisir le bouton « tracer un cercle ». La rapidité de sa réponse montre effectivement le lien qu'elle établit. Nous savons pourtant que dans l'environnement tracenpoche, ce n'est pas le cas. C'est en fonction des éléments caractéristiques du cercle qu'un bouton est sélectionné plutôt qu'un autre.

Le professeur demande d'explicitier la technique dans l'environnement papier-crayon de manière à anticiper la manière de faire dans l'environnement tracenpoche (tdp 46, P : « *Dis-nous ce que tu fais pour qu'Amélie puisse le faire* », tdp 70, P : « *Amélie, elle va avoir quoi, elle* »). Il justifie donc sa requête par la construction future (certes proche) dans l'environnement tracenpoche. Le vocabulaire des cercles est alors mis à l'épreuve de la technique dans l'environnement papier-crayon, le lieu de la point sèche du compas (tdp 49, E : « *Ben oui, je pique sur B* ») est le centre du cercle, l'écartement des branches représente son rayon. Ce vocabulaire devient nécessaire pour permettre (ici, à Amélie) de construire dans l'environnement tracenpoche. La technique développée dans l'environnement tracenpoche est issue directement de la technique mise en œuvre dans l'environnement papier-crayon. Le professeur ne rappelle pas à cette occasion les propriétés du cercle.

De même, les cercles de l'environnement tracenpoche sont les supports des arcs de cercle de l'environnement papier-crayon. L'effet de « cache » sur l'écran donne à voir les arcs de cercle (1 vers 2). Par ailleurs, la précision d'Eva sur le lieu du point C à l'intersection des arcs de cercle (2 vers 3) dans l'environnement papier-crayon conduit à justifier une connaissance instrumentale ici le bouton « point d'intersection » (3 vers 4).



Concernant le dernier tracé, la nécessité de parler de « segment » vient du fait qu'il faudra choisir le bouton « segment » dans l'environnement tracenpoche. Nous voyons que, là c'est un mot connu des élèves, mais ces derniers n'éprouvent pas le besoin de l'exprimer. C'est le professeur qui fait le lien en s'adressant à Amélie (tdp 125, « *Des segments, Amélie, c'est parti* »). Nous retrouvons ici le lien entre les deux environnements.

Contrairement aux étapes précédentes, à la dernière étape de construction, le professeur ne fait pas le lien entre les deux environnements. Nous pouvons penser que l'habitude de laisser les traits de construction dans l'environnement papier-crayon vient en contradiction avec l'habitude (récente) de les rendre invisibles dans l'environnement tracenpoche.

Le codage du triangle équilatéral est un signe de fin de construction. Jusque-là, Eva attend étape après étape, en posant les instrument de tracé au fur et à mesure.

Pour conclure, nous avons ici un exemple où la juxtaposition des deux environnements permet de prendre appui sur l'un pour comprendre l'autre, dans un sens ou dans l'autre.

## 7.4 - Conclusion par rapport à cette classe

### 7.4.1 - Rappel de la chronologie

Dans cette classe, le professeur a choisi de faire analyser la figure (JA1\_S4\_T). Il l'a fait reproduire dans l'environnement papier-crayon, tâche notée t3,10,pc et t3,11,pc (JA2\_S4\_M). Nous avons analysé la construction d'un binôme (JA3\_S4\_T\_F\_G). Puis dans l'environnement tracenpoche, les élèves ont à reproduire un triangle équilatéral et nous avons analysé un binôme Léa et Sirine (JA4\_S4\_T\_L\_S). Enfin, le professeur clôt la séance (JA5\_S4\_T).

#### **7.4.2 - Rappels de nos questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

#### **7.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Le professeur fait analyser collectivement le « dessin » constitué d'un triangle ABC rectangle et isocèle en A. Il le fait transformer en « figure » en faisant utiliser les instruments usuels, la règle et le compas pour montrer l'égalité des longueurs, l'équerre pour la présence de l'angle droit. Ce moment est plutôt habituel dans la classe de géométrie. Nous notons que la manière de poser l'équerre ou la règle n'est pas explicitée, ce dont nous pouvons nous rendre compte par les transcriptions. Par contre, dans le moment où les élèves ont à tracer un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche, le triangle équilatéral est une « figure » dès lors qu'il reste équilatéral au cours du déplacement. Pour obtenir cette « figure », le professeur doit aider les élèves : il les incite à se souvenir de ce qu'ils font dans l'environnement papier-crayon. Autrement dit, les élèves ont à transposer la technique du compas dans l'environnement papier-crayon. Dans le binôme étudié, nous voyons deux élèves qui se souviennent du geste qu'il y a à faire, mais pas des conditions du geste. L'environnement tracenpoche rend donc nécessaire l'explicitation de ce qu'il y a à faire, en sélectionnant les objets géométriques les uns après les autres.

Quand le chercheur-praticien demande aux élèves de déplacer (cf JA4\_S2\_T\_F\_S), les mesures de longueurs restent affichées et restent égales. Le chercheur prend appui sur les rétroactions de l'environnement tracenpoche pour donner à voir ce qu'est un triangle équilatéral. Il ne s'agit pas de ce triangle dont les trois côtés mesurent 6,07, mais de la famille des triangles équilatéraux dont les côtés restent de longueurs identiques quelque soit la position des différents sommets.

#### **7.4.4 - Initiatives du professeur**

Le professeur a choisi de faire reproduire un triangle équilatéral, conjointement dans l'environnement papier-crayon (au tableau avec les instruments usuels de tracé) et dans l'environnement tracenpoche (l'écran est vidéoprojeté). À chaque étape, il demande à Eva, au tableau, d'explicitier ce qu'elle fait pour permettre à Amélie, sur le logiciel, de tracer également le triangle équilatéral. Cette phase d'institutionnalisation éclaire les techniques nouvelles à partir des techniques anciennes de l'environnement papier-crayon. Mais dans le même temps, la nécessité des techniques nouvelles exige un retour sur les techniques anciennes, qui sont ainsi revues et approfondies.

### **8 - Conclusion partielle concernant la situation 4, mise en œuvre dans les trois classes**

#### **8.1 - Rappels de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

## 8.2 - Résultats par rapport à nos questions de recherche

Dans cette situation 4, le cercle est utilisé en tant qu'outil au cours de la construction ou de la reproduction d'une figure. Dans l'environnement papier-crayon, le cercle est tracé avec le compas. Pour développer les connaissances instrumentales concernant le cercle dans l'environnement tracenpoche, les professeurs et les élèves s'appuient donc sur la manière d'utiliser le compas. Mais chacun se rend compte des limites de cette analogie. Par exemple, dans la classe de T, nous avons Léa et Sirine (JA4\_S4\_T) qui tracent deux cercles qui se superposent, puisqu'elles ont défini les mêmes caractéristiques. Autrement dit, les connaissances instrumentales concernant le cercle donnent à développer un discours sur ce qui est fait avec le compas, le lieu de la pointe sèche est le centre du cercle par exemple. Les professeurs de PB et de T ont simplifié les boutons de l'environnement tracenpoche, ils n'ont laissé actifs que deux boutons sur trois (« cercle de centre donné et passant par un point » et « cercle de diamètre donné »).

D'un autre point de vue, le résultat à l'écran de l'intersection des deux cercles peut être une opportunité de travailler une connaissance mathématique : étant donné deux points A et B, il existe deux points C qui vérifie l'égalité  $AB=AC=BC$ . Cette connaissance mathématique n'est pas exploitée de la même manière. Par exemple, le professeur de la classe de M suit de deux manières différentes les points du cercle, de manière continue et de manière discrète, pour donner à voir précisément les deux points C. *A contrario*, le professeur de la classe de T suggère aux élèves d'ignorer le deuxième point C, puisqu'il sera rendu invisible ensuite.

Comme nous l'avons précisé dans l'analyse de la classe de T, le professeur organise la situation de sorte que le nouveau s'appuie sur l'ancien, par exemple le bouton « cercle » de l'environnement tracenpoche est accessible aux élèves par rapport au compas de l'environnement papier-crayon. Dans le même temps, le nouveau est l'occasion de renforcer l'ancien. Le bouton « cercle » est le prétexte pour parler des caractéristiques du cercle et des propriétés du cercle. Ainsi, l'environnement tracenpoche permet de présenter les deux points d'intersection de deux cercles.

## 8.3 - Perspectives

Ces trois classes illustrent différentes manières de donner à voir le rôle du cercle dans le report des longueurs. L'environnement tracenpoche rend nécessaire la présence du cercle, mais sa seule présence ne suffit pas. Il faut le rendre « bavard »<sup>86</sup>. Ainsi, par exemple, nous avons rencontré deux élèves Florie et Shadé, qui ont terminé la construction qui leur permet d'obtenir un triangle ABC. Elles espèrent qu'il est équilatéral. Elles ont pourtant construit les deux cercles. Mais elles ignorent à ce moment-là si l'environnement tracenpoche donnera trois mesures identiques (S : « *Vas-y, c'est stressant, là* »). De leur point de vue, la présence des cercles n'attestent pas l'égalité des longueurs. C'est l'affichage des trois mesures qui la démontre. Autrement dit, dans le binôme, localement, si la construction du triangle équilatéral est effective telle qu'on l'attend, le rôle du cercle dans une égalité de longueur n'est pas mis en évidence. Dans ces conditions, il peut être utile de se poser la question de l'introduction de l'environnement tracenpoche là où les techniques anciennes persistent : ici, les mesures restent l'argument de démonstration.

Le thème de la situation est le triangle équilatéral. Dans l'environnement papier-crayon, nous avons des élèves qui utilisent la règle pour tracer un triangle équilatéral. Cette technique consiste à prendre une règle graduée et à mesurer, quitte parfois à effectuer le tracé en tâtonnant (nous présentons un travail d'un élève de CM2 (classe de M) pour le tracé d'un triangle équilatéral, illustration de 118 à 120).

---

86 Objet bavard p. 327, issu de Forest, D. et Mercier, A. (2010). Vidéos de séances en classe et ressources pour l'enseignement, éléments d'analyse. In G. Gueudet et L. Trouche (ed). *Ressources vives*. Presses Universitaires de Rennes, p. 321-339.

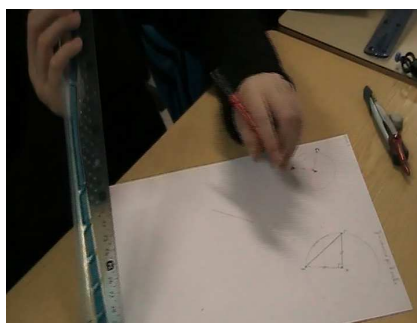


Illustration 118

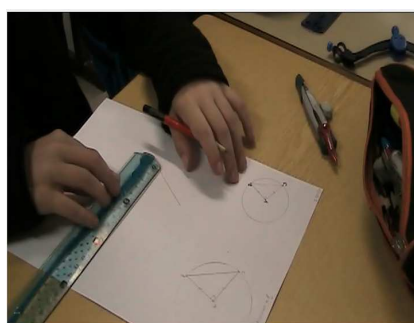


Illustration 119

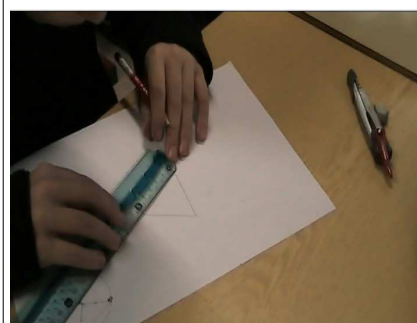


Illustration 120

La technique utilisée n'est pas celle qui est attendue. Mais la construction peut être validée comme un triangle équilatéral puisque les trois côtés sont de même longueur (à peu près). Par conséquent, la nécessité du compas n'est pas accessible à ce moment, pour cet élève. Par contre, la construction d'un triangle équilatéral en traçant trois segments de même longueur dans l'environnement tracenpoche est invalidée par le déplacement (cf illustration 121 et 122).

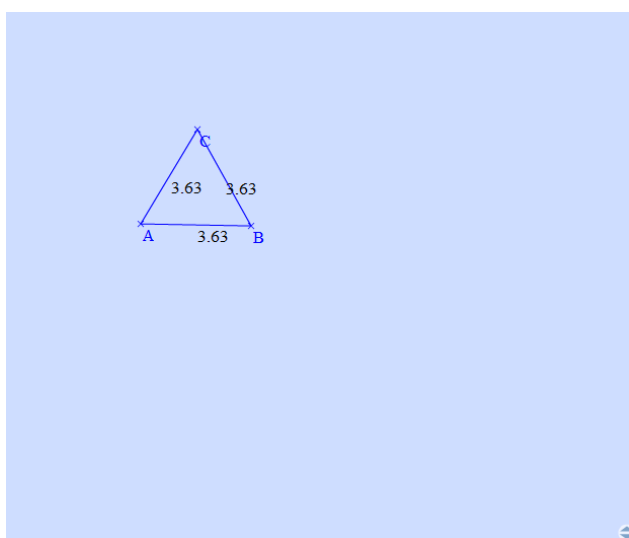


Illustration 121

Le triangle ABC est constitué de trois segments de même longueur.

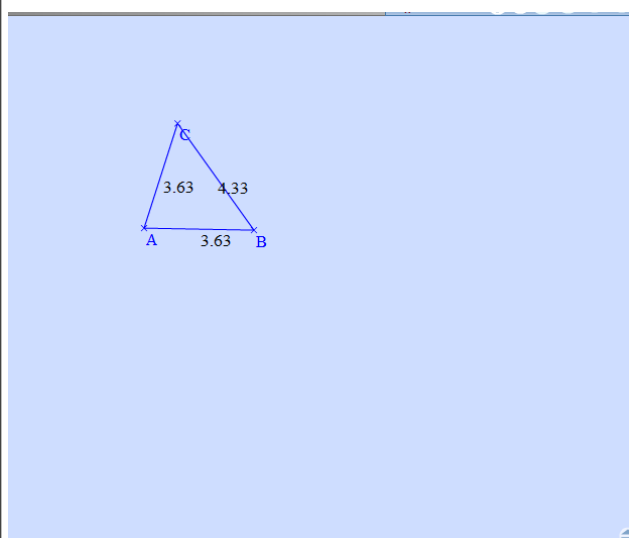


Illustration 122

Le point C est déplacé : les trois longueurs ne sont plus égales

Nous illustrons par ces exemples ce que nous avons vu dans les classes. Dans l'environnement papier-crayon, construire un triangle équilatéral, c'est construire un triangle dont les côtés sont de même longueur. Mais implicitement, cela sous-entend de prendre les instruments adéquats, à savoir prendre le compas. Dans l'environnement tracenpoche, construire un triangle équilatéral, c'est construire un triangle qui a ses côtés de même longueur et qui conserve cette propriété au cours du déplacement. Par conséquent, nous pouvons dire que le prétexte à travailler le cercle comme outil dans une construction doit être partagé par le professeur et ce dernier peut alors en faire son affaire, que ce soit pour la reconnaissance d'un triangle isocèle (classe de M, dans l'environnement papier-crayon), pour la construction d'un triangle isocèle (classe de PB, dans l'environnement papier-crayon) ou pour la construction d'un triangle équilatéral (classe de T, dans l'environnement tracenpoche).

Pour conclure, nous illustrons comment l'environnement tracenpoche peut être favorable pour l'émergence de nouvelles techniques permettant d'éclairer les techniques anciennes, ainsi que nous l'avons illustré avec le triangle équilatéral (cercle et arc). Cependant, nous voyons que son appropriation du point de vue de l'élève n'est pas la seule garantie de l'émergence du savoir (Florie

et Shadé ne savent pas si c'est un triangle équilatéral). L'action conjointe du professeur et des élèves conduit à un aménagement du milieu sous un certain contrat qui sert de tremplin vers des explicitations du jeu géométrique (le cercle qui est le lieu des points dans les trois classes), tant au point de vue des instruments (le compas) qu'au point de vue de la distinction dessin-figure.

## Situation 5

### 1 - Description de la situation

Dans un premier temps, dans l'environnement tracenpoche, il s'agit pour l'élève de traduire un programme de construction en des actions de tracé avec le logiciel. Il doit reconnaître que le quadrilatère obtenu est un carré puis il doit justifier sa réponse. Ce travail de reconnaissance a déjà été travaillé dans la situation 3.

Dans un deuxième temps, dans l'environnement papier-crayon, l'élève doit reconnaître les éléments constitutifs de la figure puis la reproduire (cf illustration 1) sur une feuille avec la règle non graduée, l'équerre et le compas : c'est un cercle tangent intérieurement à un carré.

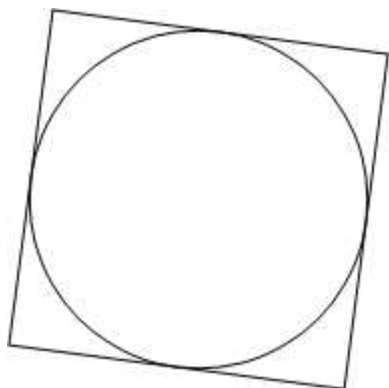


Illustration 1

Enfin, dans un troisième temps, à partir du carré tracé dans l'environnement tracenpoche lors du premier temps, l'élève doit construire le cercle tangent intérieurement à ce carré afin d'obtenir la figure ci-dessus.

### 2 - Les choix de conception

Il s'agit de proposer une situation dans laquelle les tâches de construction d'un cercle dans les deux environnements sont liées et visent des connaissances mathématiques, à savoir mettre en évidence les éléments caractéristiques du cercle (*symbiose instrumentale*, Assude, 2007). Nous avons cherché une situation dont la nécessité de définir les éléments caractéristiques du cercle n'apparaît réellement que dans l'environnement tracenpoche, lorsque la construction ne résiste pas au déplacement. Le cercle tangent intérieurement à un carré semble répondre à cette attente (cf illustration 1, *supra*).

Une technique faible dans l'environnement papier-crayon, le cercle tracé avec le compas de sorte que le cercle soit tangent intérieurement au carré, est mise en défaut dans l'environnement tracenpoche : le dessin affiché à l'écran ressemble au dessin de l'environnement papier-crayon mais comme les éléments caractéristiques du cercle (le centre et un point du cercle) n'ont pas été précisés, il est modifié au cours du déplacement (mode *d'entrelacement* entre les tâches dans l'environnement papier-crayon et tracenpoche, *ibid.*). Les tâches dans les deux environnements apparaissent à première vue de même type. Du point de vue de l'élève, la compréhension première de la tâche est accessible (mode *juste distance*, *Ibid.*). Ainsi, la construction d'un cercle tangent intérieurement à un carré dans l'environnement tracenpoche répond à l'objectif que nous nous étions fixés, à savoir la nécessité de repérer les éléments caractéristiques du cercle, le centre et un point du cercle.

La question suivante était alors de tracer le carré. Dans l'environnement tracenpoche, cette construction nécessite la présence d'un cercle, en tant qu'ensemble de points équidistants d'un centre. Or cette notion est présente dans la situation 4. Ce pouvait être l'occasion de réinvestir cette



propriété. Cependant, dans la mesure où ce n'était pas l'objectif premier, nous avons fait le choix de donner le carré<sup>87</sup>.

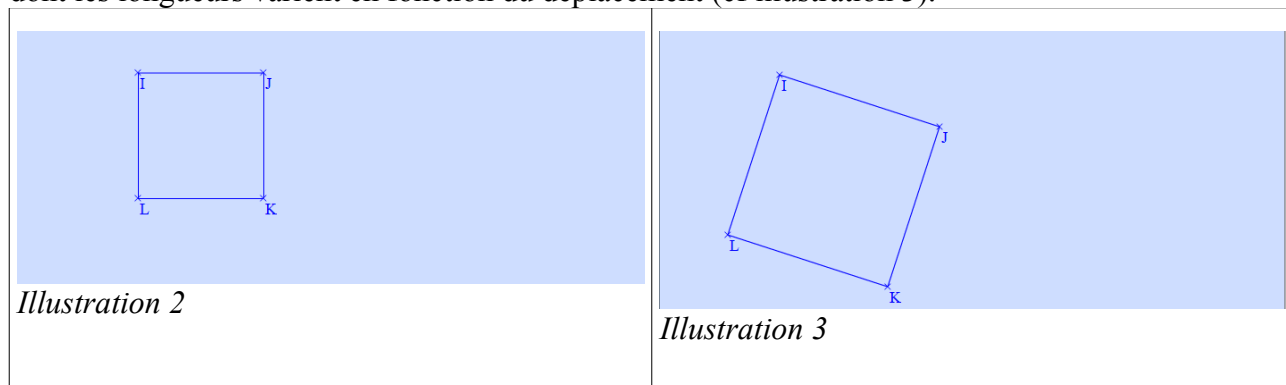
Les élèves de cycle 3 ont l'habitude de construire une figure à partir d'un programme de construction. Nous avons donc pensé que donner un programme de construction, avec des phrases qu'ils rencontrent dans l'environnement papier-crayon, pouvait les conduire à tracer dans l'environnement tracenpoche en utilisant les boutons connus (mode *juste distance*, *Ibid.*). Cette phase permet de consolider alors les connaissances instrumentales (*renforcement instrumental*, *Ibid.*).

La reconnaissance du carré par le déplacement est une technique nouvelle, propre à l'environnement tracenpoche. Elle a été travaillée dans la situation 3 (*renforcement instrumental*, *Ibid.*).

Dans l'environnement papier-crayon, la construction du carré ne pose pas de problème pour des élèves de cycle 3. Nous n'avons pas donné de programme de construction. La tâche de construction du carré est commune dans les deux environnements, les techniques sont différentes (*mode d'entrelacement*, *Ibid.*).

Pour faire repérer les éléments caractéristiques du cercle (le centre et un point du cercle), la figure proposée aux élèves est complexe, elle est composée d'un carré et d'un cercle tangent intérieurement à ce carré. La construction de la figure dans l'environnement papier-crayon est une première étape, la construction dans l'environnement tracenpoche est une suite qui permet de mettre en évidence des relations géométriques non nécessairement explicites dans l'environnement papier-crayon.

Depuis le début, nous avons fait le choix de ne pas tenir compte des longueurs : il s'agit pour nous de travailler sur des formes géométriques et non pas sur des formes géométriques de longueur donnée. Nous rechercherons un mode de *juste distance* (*Ibid.*) entre les tâches de l'environnement papier-crayon et l'environnement tracenpoche. Dans l'environnement papier-crayon, les élèves ont plutôt l'habitude de travailler avec des longueurs, par exemple un carré de côté 5cm. S'ils tournent leur feuille, ils voient un carré dans différentes positions dont les longueurs restent identiques. Dans l'environnement tracenpoche, nous faisons le choix de les faire travailler sans les longueurs, par exemple un carré. Le déplacement des points leur fait voir à l'écran des carrés, en tant que quadrilatères ayant quatre angles droits et quatre côtés de même longueur (cf illustration 2), mais dont les longueurs varient en fonction du déplacement (cf illustration 3).



### 3 - Analyse *a priori*

#### 3.1 - Analyse *a priori* descendante du point de vue des savoirs mathématiques

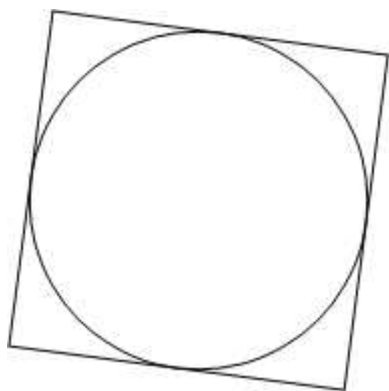
Dans un premier temps, un premier type de tâches demandé aux élèves est de construire une figure,

<sup>87</sup> Nous avons également pensé à des questions pratiques : les enseignants n'auraient peut-être pas le temps de travailler successivement ces deux objectifs.

à partir d'un programme de construction. Il s'agit d'obtenir un carré. Institutionnellement, les instructions officielles en cours<sup>88</sup> font mention des programmes de construction pour le tracé des figures. Nous pouvons lire, en CM1, « Tracer une figure simple à partir d'un programme de construction (...) », en CM2, « Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un programme de construction ». Ici, dans l'environnement tracenpoche, il s'agit pour l'élève de lire des phrases simples comportant une seule propriété mathématique et de les comprendre pour les traduire en éléments à tracer avec le logiciel. Ce premier type de tâches n'est pas à faire dans l'environnement papier-crayon mais dans l'environnement tracenpoche. Il s'agit d'un type de tâches ancien (les élèves l'ont déjà rencontré dans l'environnement papier-crayon) qu'il faut réaliser avec de nouvelles techniques dans l'environnement tracenpoche. Ainsi, trois notions sont visées, tracer la droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné, tracer le cercle de centre donné passant par un point donné et placer un point à l'intersection de deux objets géométriques. Ces trois notions ont déjà été travaillées dans l'environnement tracenpoche dans les situations précédentes et dans l'environnement papier-crayon avec le professeur de la classe avant l'introduction du logiciel tracenpoche. Ainsi, la notion de droites perpendiculaires a été étudiée en lien avec l'équerre. Dans le cas présent, ce concept est travaillé en tant que relation ternaire explicite « droite, perpendiculaire à, passant par », dans le sens où le résultat de l'action est d'obtenir une droite, perpendiculaire à une autre droite donnée, passant par un point donné. De même, la notion de cercle a déjà été introduite en lien avec l'usage du compas. Ce concept est travaillé en tant que relation ternaire explicite « cercle, centre, point du cercle », dans le sens où le cercle est défini à partir de ses éléments caractéristiques. Par contre, la notion de point d'intersection est spécifique à l'environnement tracenpoche, puisque le statut du point doit être défini comme tel.

Un deuxième type de tâches est proposé aux élèves, à savoir reconnaître une figure. Les programmes de l'école élémentaire présentent des compétences telles que « Vérifier l'existence d'une figure simple dans une configuration complexe, en ayant recours aux propriétés et aux instruments ». Ici, la construction étant terminée dans l'environnement tracenpoche en suivant le programme de construction, il s'agit pour l'élève de reconnaître un carré. Il s'agit d'un type de tâches ancien (les élèves l'ont déjà rencontré dans l'environnement papier-crayon), qu'il faut réaliser avec de nouvelles techniques dans l'environnement tracenpoche. En déplaçant les points déplaçables, le quadrilatère est reconnu comme un carré. Justifier la nature de ce quadrilatère revient à repérer les invariants géométriques au cours du déplacement de tous les objets déplaçables du plan. À notre niveau d'étude (cycle 3), le carré est reconnu en tant que quadrilatère ayant 4 côtés de même longueur et 4 angles droits ou en tant que quadrilatère ayant 4 côtés de même longueur, 4 angles droits et des côtés opposés parallèles.

Dans un deuxième temps, dans l'environnement tracenpoche, deux autres types de tâches sont demandés aux élèves : reconnaître une figure ( pour mémoire, cf illustration 4) puis la reproduire.



*Illustration 4*

Dans la reconnaissance de la figure, il s'agit pour l'élève d'utiliser les mots du vocabulaire

<sup>88</sup> BO n°3, 19 juin 2008, p 39.

géométrique, tels que carré, cercle, segment, droite, perpendiculaire. Les instructions officielles (BO, 2012, p. 39) notifient : « Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, (...) ». Le recours aux instruments permet de valider les propriétés reconnues perceptivement. Dans la tâche de reproduction de la figure proposée, la chronologie est laissée à la charge de l'élève. Les instruments disponibles sont la règle non graduée, le compas et l'équerre. Le cercle à construire est tangent intérieurement au carré. La notion de cercle tangent à une droite n'est pas au programme de cycle 3. Cependant, dans cette situation, nous ne parlerons que de cercle qui « frôle, touche » le côté du carré. Les points de tangence sont les milieux des côtés du carré.

Dans un troisième temps, le type de tâches demandées aux élèves est de reproduire une figure. Il s'agit de reproduire la figure ci-dessus (cf illustration 4) dans l'environnement tracenpoche. Pour cela, il est demandé aux élèves de compléter le carré précédemment construit, par un cercle tangent intérieurement au carré pour obtenir une reproduction de la figure précédemment construite dans l'environnement papier-crayon. Contrairement au deuxième temps, nous notons que la chronologie de la construction est imposée. Il est important de noter que le même type de tâches (reproduction) est demandé dans les deux environnements (pour les élèves qui ont choisi la même chronologie). Il s'agit donc ici de faire émerger de nouvelles techniques, afin de mettre en évidence les éléments caractéristiques du cercle, à savoir, déterminer le centre et un point du cercle ou déterminer un diamètre du cercle. Nous avons fait le choix de ne pas travailler avec les longueurs, ni dans l'environnement papier-crayon, ni dans l'environnement tracenpoche. Ainsi, nous ne pouvons pas utiliser la mesure du rayon du cercle comme élément caractéristique du cercle.

### 3.2 - Analyse *a priori* ascendante du point de vue des actions possibles des élèves

Pour faciliter la lecture, nous présentons d'abord les différents types de tâches et de techniques sous forme de tableau puis nous expliciterons. Nous respectons un ordre chronologique.

Types de tâches	Tâches	Type de techniques	Techniques
T5 : travailler avec un programme de construction	t5,5,tep construire une figure à partir d'un programme de construction.	PC	$\tau$ 5,5,tep,1 traduire les phrases mathématiques en des cations de sélection et de validation dans l'environnement tracenpoche.
T4 : reconnaître une figure	t4,8,tep reconnaître un quadrilatère que l'on vient de construire dans l'environnement tracenpoche	RPtep	$\tau$ 4,8,tep,1 reconnaître perceptivement que le quadrilatère obtenu à l'écran est un carré.
		RPTtep	$\tau$ 4,8,tep,2 reconnaître que le quadrilatère est un carré en déplaçant les points déplaçables.
		RPTMtep	$\tau$ 4,8,tep,3 reconnaître les invariants géométriques repérés au cours du déplacement pour reconnaître effectivement la nature du quadrilatère tracé.
	t4,9,pc reconnaître un carré	RPpc	$\tau$ 4,9,pc,1 reconnaître perceptivement

			un carré.
	t4,10,pc reconnaître un cercle	RPpc	$\tau_{4,10,pc,1}$ , consiste à reconnaître un cercle, décrit comme frôlant le carré.
T3 : reproduire une figure	t3,13,pc reproduire la figure composée d'un carré et d'un cercle tangent intérieurement à ce carré		
	1 <sup>er</sup> cas : le carré est tracé en premier		
	t3,14,pc reproduire un carré	CPpc	$\tau_{3,14,pc,1}$ reproduire un carré avec des instruments inadéquats.
		CIpc	$\tau_{3,14,pc,2}$ reproduire un carré avec des instruments adéquats.
	t3,15,pc reproduire un cercle tangent intérieurement au carré	CPpc	$\tau_{3,15,pc,1}$ tracer le cercle avec le compas, la pointe sèche du compas placée approximativement au centre du carré et le compas écarté pour permettre de tracer un cercle à peu près tangent au carré.
		CIpc	$\tau_{3,15,pc,2}$ repérer les éléments caractéristiques du cercle, c'est-à-dire le centre du carré est le point d'intersection des diagonales du carré, et le milieu d'un côté du carré puis utiliser le compas.
		CPpc	$\tau_{3,15,pc,3}$ repérer le centre du cercle en tant que point d'intersection des diagonales puis écarter délicatement les branches du compas pour que le cercle soit tangent au carré.
	2ème cas : le cercle est tracé en premier		
	t3,16,pc tracer un cercle	CIpc	$\tau_{3,16,pc,1}$ utiliser le compas, le centre correspond à la pointe sèche du compas et le rayon à l'écartement du compas
	t3,17,pc tracer un carré de sorte que le cercle soit tangent intérieurement au carré.	CPpc	$\tau_{3,17,pc,1}$ tracer une première tangente avec la règle de manière perceptive, la deuxième tangente puis construire les autres tangentes.
	t3,15,tep reproduire la figure composée d'un carré et d'un cercle tangent intérieurement à ce carré		
	1 <sup>er</sup> cas : en utilisant le bouton		

« cercle de centre donné et passant par un point »		
t3,16,tep déterminer le centre du cercle	CPtep	$\tau_{3,16,tep,1}$ placer le point E au centre du carré de manière perceptive.
	CPMtep	$\tau_{3,16,tep,2}$ tracer les diagonales [IK] et [JL] puis placer le point E à l'intersection des diagonales du carré, le point E déclaré comme point libre
	CPTtep	$\tau_{3,16,tep,3}$ tracer les diagonales [IK] et [JL] puis à placer le point E à l'intersection des diagonales du carré, en le déclarant comme point d'intersection des deux objets
t3,17,tep déterminer un point du cercle	CPtep	$\tau_{3,17,tep,2}$ tracer le cercle de centre E et qui vient frôler le côté du carré. Un point A est alors proposé par le logiciel, en tant que points déterminant le cercle.
	CPMtep	$\tau_{3,17,tep,2}$ placer un point sur le côté du carré en utilisant le bouton « point sur », ce point est nommé P par le logiciel.
	CPTtep	$\tau_{3,17,tep,3}$ placer le milieu de [IJ].
2ème cas : en utilisant le bouton « cercle de diamètre donné »		
t3,18,tep tracer un cercle à partir d'un de ses diamètres	CPtep	$\tau_{3,18,tep,1}$ après avoir activé le bouton, sélectionner un point (le logiciel le nomme A), qui est situé perceptivement au milieu d'un côté du carré et d'écarter le cercle jusqu'à ce qu'il passe perceptivement par le milieu du côté opposé du carré.
	CPTtep	$\tau_{3,18,tep,2}$ placer 'abord les milieux de deux côtés opposés du carré, activer le bouton « cercle de diamètre donné, puis sélectionner les deux points.

#### a) Le premier temps

Une première partie du premier temps est consacrée à un premier type de tâches, noté T5, à savoir travailler avec un programme de construction. La tâche demandée aux élèves, notée t5,5,tep est de construire une figure à partir d'un programme de construction (l'élève ne sait pas qu'il doit obtenir un carré) dans l'environnement tracenpoche. Construire une figure à partir d'un programme de construction dans l'environnement papier-crayon est une tâche connue. Le faire dans

l'environnement tracenpoche est nouveau. Les techniques de tracé habituellement menées dans l'environnement papier-crayon doivent donc être traduites en des actions de tracé avec le logiciel<sup>89</sup>. Ce sont des techniques instrumentales  $\tau_{5,5,tep,1}$  de type PCtep<sup>90</sup>. À titre d'exemple, nous regardons le début. À la phrase « 1°) Tracer un segment [IJ] », l'élève sélectionne et valide le bouton segment, sélectionne un point (libre) à l'écran, modifie le nom en I (l'ordinateur propose A) et valide, puis sélectionne un autre point à l'écran, modifie le nom en J (l'ordinateur propose A) et valide. À ce moment, nous pensons que toutes les commandes nécessaires à la construction sont connues des élèves. Les boutons du logiciel tracenpoche mobilisés dans ce programme de construction sont les suivants :

1. Segment :



2. perpendiculaire :



Le tracé d'une droite perpendiculaire à une droite (ou un segment) donnée passant par un point donné a été spécifiquement travaillé dans les situations 1 et 2.

3. cercle de centre donné et passant par un point donné :



Le tracé d'un cercle, à partir d'un centre et d'un point, a été utilisé dans les situations 2 et 4.

4. point d'intersection :



Placer le point d'intersection entre deux objets a déjà été travaillé dans les autres situations, soit en tant que point d'intersection de deux droites (situation 2) soit en tant que point d'intersection de deux cercles (situation 4). Autrement dit, le point d'intersection utilisé jusqu'à présent, concerne deux objets de même nature. Par contre, dans le cas présent, il s'agit du point d'intersection d'une droite et d'un cercle, deux objets de natures différentes et de dimensions différentes. Nous faisons l'hypothèse que les élèves ne seront pas perturbés par cette nouveauté. En effet, la phrase proposée indique qu'il faut placer le point d'intersection des deux objets géométriques, ainsi les élèves sélectionneront effectivement ce point.

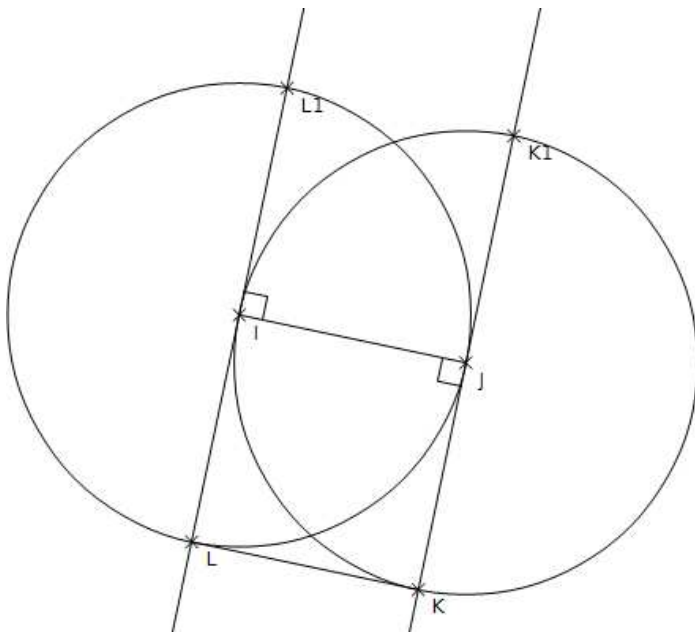
Une deuxième partie du premier temps est consacré à un autre type de tâches, noté T4, à savoir reconnaître une figure. Dans cette situation, la tâche  $t_{4,8,tep}$  correspond à savoir reconnaître un quadrilatère que l'on vient de construire dans l'environnement tracenpoche. Contrairement à la situation 3, ici, l'élève a construit lui-même le quadrilatère IJKL et les traits de construction sont encore visibles. Ils peuvent faire obstacle à la reconnaissance du carré.

Nous proposons un exemple de construction juste (cf illustration 5).

<sup>89</sup> Voici l'énoncé proposé pour les élèves : construire la figure suivante avec le logiciel tep.

1°) Tracer un segment [IJ]  
 2°) Tracer la droite perpendiculaire au segment [IJ] passant par le point I.  
 3°) Tracer le cercle de centre I passant par le point J.  
 4°) Placer le point L à l'intersection du cercle et de la droite que l'on vient de tracer.  
 5°) Tracer la droite perpendiculaire au segment [IJ] passant par le point J.  
 6°) Tracer le cercle de centre J et passant par le point I.  
 7°) Placer le point K à l'intersection de la droite tracée en 5° et du cercle.  
 8°) Tracer le segment [LK].

<sup>90</sup> Technique PCtep : technique programme de construction (Assude et Gelis, 2002), la construction de la figure est faite en suivant un programme de construction (élaboré ou non par les élèves).



*Illustration 5*

Trois techniques  $\tau_{4,8,tep,1}$ ,  $\tau_{4,8,tep,2}$  et  $\tau_{4,8,tep,3}$  sont envisageables.

Une première technique, technique de reconnaissance perceptive (RPtep), notée  $\tau_{4,8,tep,1}$  consiste à reconnaître perceptivement que le quadrilatère obtenu à l'écran est un carré, sans explication et sans déplacement. Elle est invisible (Assude et Mercier, 2007, p. 157), dans le sens où elle aboutit à un résultat, mais elle n'est pas explicitée. Cette technique perceptive traduit la construction comme un dessin.

Une deuxième technique, technique propre à l'environnement tracenpoche, de type perceptivo-théorique (RPTtep<sup>91</sup>) notée  $\tau_{4,8,tep,2}$  est nouvelle. L'élève reconnaît que le quadrilatère est un carré, il déplace les points déplaçables et reconnaît que c'est toujours un carré. Ainsi il voit d'abord un carré, comme il peut le voir dans l'environnement papier-crayon. Le carré est reconnu perceptivement. Puisqu'il déplace tous les points déplaçables, il voit l'ensemble de tous les carrés c'est-à-dire l'ensemble de quadrilatères ayant les mêmes caractéristiques. Autrement dit, il reconnaît un ensemble de quadrilatères globalement reconnus comme des carrés, par contre il n'explicite pas les propriétés locales tels que les angles droits par exemple. Cette technique est faible au sens où nous l'avons défini, dans le sens où elle produit un résultat du fait du déplacement, ici la nature du quadrilatère, mais elle n'est pas justifiée.

Une troisième technique, technique propre à l'environnement tracenpoche, de type perceptivo-théorique (RPTMtep<sup>92</sup>) notée  $\tau_{4,8,tep,3}$  se caractérise par le fait d'utiliser les invariants géométriques repérés au cours du déplacement pour reconnaître effectivement la nature du quadrilatère tracé. Ainsi, ici l'élève reconnaît un carré, car le quadrilatère a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur, quelle que soit la position des points déplaçables à l'écran. Les invariants géométriques sont repérés au cours du déplacement des objets déplaçables (ici, le quadrilatère a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur) et ils sont traduits en des propriétés géométriques pour établir la nature du quadrilatère (si un quadrilatère a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur, alors c'est un carré). Cette technique est forte (au sens où nous l'avons défini) dans la mesure où elle est accompagnée d'un discours technologique qui repose

91 Technique RPTtep : technique de reconnaissance perceptivo-théorique (Assude & Gelis, 2002) on se place au niveau de la figure. Il s'agit d'une technique propre à l'environnement tracenpoche. Les différents dessins à l'écran sont regardés comme des représentants d'une figure qui conserve ses propriétés au cours du déplacement.

92 Technique RPTMtep : technique de reconnaissance perceptivo-théorique mathématique (Assude & Gelis, 2002) on se place au niveau de la figure. Il s'agit d'une technique propre à l'environnement tracenpoche, en cela qu'elle utilise le déplacement des objets géométriques. De plus, au cours du déplacement des points déplaçables, les invariants géométriques sont vus et nommés.



sur différents théorèmes.

b) Le deuxième temps

Une première partie du deuxième temps est consacré à un type de tâches, noté T4, à savoir reconnaître une figure. Ici, dans l'environnement papier-crayon, une première tâche, notée  $t4,9,pc$  consiste à reconnaître un carré, une deuxième tâche, notée  $t4,10,pc$  consiste à reconnaître un cercle. Contrairement à la situation 4 (cf illustration 6), le point commun au cercle et au carré n'est pas matérialisé (cf illustration 7). D'autre part, les points de la figure ne permettent pas de déterminer aisément les liens entre le cercle et le carré.

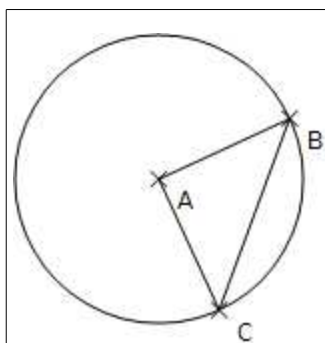


Illustration 6

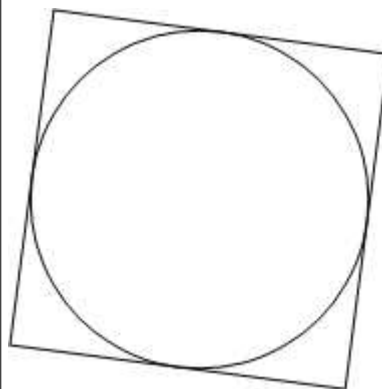


Illustration 7

Reconnaître d'une part le triangle ABC rectangle et isocèle en A et le cercle de centre A et passant par les points B et C d'autre part, permet d'établir une relation explicite et immédiate entre le triangle et le cercle.

Reconnaître d'une part un carré et un cercle d'autre part ne permet pas d'établir un lien immédiat entre le carré et le cercle.

Nous faisons ici le choix de rester au niveau d'une reconnaissance visuelle sans contrôle par les instruments. Une technique de reconnaissance perceptive (RPpc), notée  $\tau4,9,pc,1$ , est visée : elle consiste à reconnaître perceptivement un carré. Une deuxième technique, de type perceptif (PR), notée  $\tau4,10,pc,1$ , consiste à reconnaître un cercle, décrit comme frôlant le cercle.

Une deuxième partie de ce deuxième temps est consacrée à un type de tâches, noté T3, à savoir reproduire une figure, celle qui vient d'être décomposée en un cercle et un carré, tâche notée  $t3,13,pc$

premier cas : le carré est construit en premier.

Une première tâche, notée  $t3,14,pc$  consiste à reproduire un carré dans l'environnement papier-crayon. Pour le tracer, deux techniques sont envisageables. D'une part une première technique, de type perceptif (CPpc<sup>93</sup>), notée  $\tau3,14,pc,1$  revient à tracer le carré avec la règle graduée, l'équerre n'est pas utilisée pour représenter les angles droits.

D'autre part, une deuxième technique, de type perceptivo-théorique (CIpc<sup>94</sup>), notée  $\tau3,14,pc,2$  conduit l'élève à utiliser l'équerre pour tracer les angles droits et le compas ou la règle graduée pour tracer des segments de même longueur.

Pour effectuer la tâche, notée  $t3,15,pc$ , qui consiste à reproduire un cercle tangent intérieurement au carré, différentes techniques sont envisageables.

Une première technique, de type perceptif (CPpc), notée  $\tau3,15,pc,1$  revient à tracer le cercle avec le

93 Technique CPpc : technique de construction perceptive (TP Assude & Gelis, 2002). On se place au niveau du dessin, construite sans tenir compte des propriétés mathématiques, même si le résultat est conforme au modèle. L'instrument utilisé n'est pas adéquat.

94 Technique CIpc : technique instrumentée. On se place au niveau de la figure. La construction est faite en utilisant les instruments usuels adéquats en tenant compte des propriétés mathématiques

compas, la pointe sèche du compas placée approximativement au centre du carré et le compas écarté pour permettre de tracer un cercle à peu près tangent au carré. Dans ce cas, ce qui est obtenu est conforme à la figure de base.

Une deuxième technique de construction instrumentée (CIpc), notée  $\tau_{3,15,pc,2}$  consiste à repérer les éléments caractéristiques du cercle, c'est-à-dire le centre du carré est le point d'intersection des diagonales du carré, et le milieu d'un côté du carré permet d'obtenir le rayon du cercle.

Une troisième technique, de type perceptif (CPpc) notée  $\tau_{3,15,pc,3}$  consiste à repérer le centre du cercle en tant que point d'intersection des diagonales, puis à écarter délicatement les branches du compas pour que le cercle soit tangent au carré. Cet écartement représente la mesure du rayon du cercle mais il est choisi de manière perceptive. En cela cette technique est une technique perceptive.

deuxième cas : le cercle est construit en premier.

La première tâche, notée  $t_{3,16,pc}$  consiste à reproduire d'abord le cercle.

Une technique de type instrumentée (CIpc,) notée  $\tau_{3,16,pc,1}$  est d'utiliser le compas, le centre correspond à la pointe sèche du compas et le rayon à l'écartement du compas, les éléments caractéristiques du cercle ne sont pas nécessairement nommés, mais ils sont matérialisés par les deux pointes du compas.

La deuxième tâche, notée  $t_{3,17,pc}$  consiste à tracer un carré, tangent extérieurement à ce cercle.

La seule technique envisageable à notre niveau est une technique de type perceptif (CPpc), notée  $\tau_{3,17,pc,1}$ . Elle consiste à tracer une première tangente est faite à la règle de manière perceptive, la deuxième tangente peut être construite avec l'équerre, perpendiculaire à la première, passant perceptivement par un point du cercle. Le carré est construit en tant que quadrilatère ayant quatre angles droits.

c) Le troisième temps

Le troisième temps est consacré à un type de tâches, noté T3, à savoir reproduire une figure. Ici, la tâche  $t_{3,15,tep}$  consiste à tracer un cercle, tangent à un carré qui est déjà construit, dans l'environnement tracenpoche. La figure complète a été décrite en classe puis les élèves l'ont tracée dans l'environnement papier-crayon, la chronologie du tracé était alors à la charge de l'élève. Par contre, dans l'environnement tracenpoche, la chronologie du tracé est imposée : le carré est tracé, il ne reste que le tracé du cercle à effectuer. Contrairement aux autres situations, les éléments caractéristiques du cercle ne sont pas visibles sur la figure à reproduire. Par exemple, dans la situation 2, le cercle à tracer est explicitement le cercle de diamètre [PC] et l'élève peut faire le lien avec le bouton cercle de diamètre donné (cf illustration 8). Dans la situation 4, le cercle à tracer est explicitement le cercle de centre A et passant par B (ou C) et l'élève peut faire le lien avec le bouton cercle de centre donné et passant par un point donné (cf illustration 9). De même, dans la situation 4, s'il est à la charge de l'élève de voir qu'il faut tracer deux cercles pour tracer un triangle équilatéral, les éléments caractéristiques du cercle à tracer sont présents dans la figure de base (cf illustration 10).

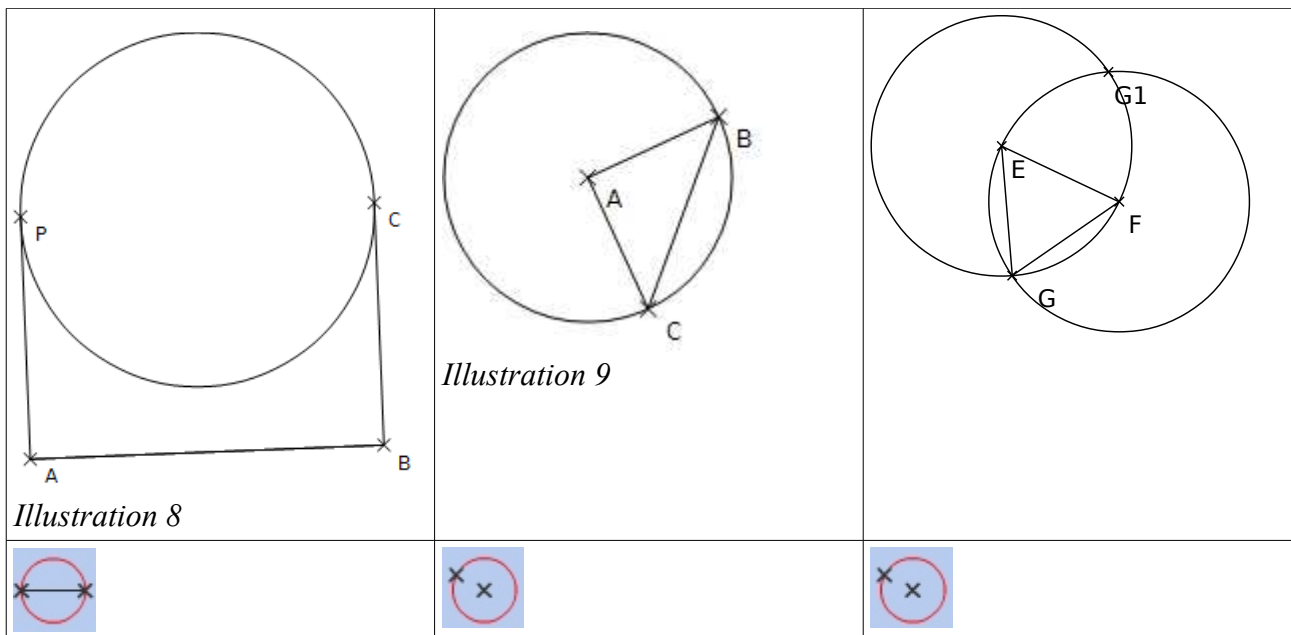


Illustration 8

Illustration 9

Par contre, dans le cas présent, les éléments caractéristiques sont à déterminer en premier lieu. Ils permettent alors de choisir le bouton adéquat de l'environnement tracénpoche. Pour la reproduction du cercle (t3,15,tep), nous pouvons repérer une première manière de faire avec deux sous-tâches dépendantes afin d'effectuer cette tâche. La tâche, notée t3,16,tep consiste à déterminer le centre du cercle, et la tâche, notée t3,17,tep nécessite de trouver un point du cercle. Cette chronologie est induite par les contraintes du logiciel, qui impose d'abord de sélectionner un premier point, centre du cercle, puis un second point, point appartenant au cercle. Concernant la réalisation de la tâche t3,16,tep, les différentes techniques possibles, mises en œuvre par les élèves sont les suivantes. Nous noterons ici E le centre du cercle. Une première technique, de type perceptif (CPtep<sup>95</sup>) notée  $\tau_{3,16,tep,1}$  consiste à placer le point E au centre du carré de manière perceptive (cf illustration 11). Le point E est alors un point libre déplaçable (cf illustration 12).

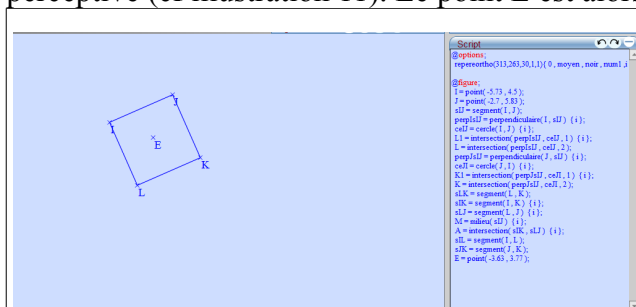


Illustration 11

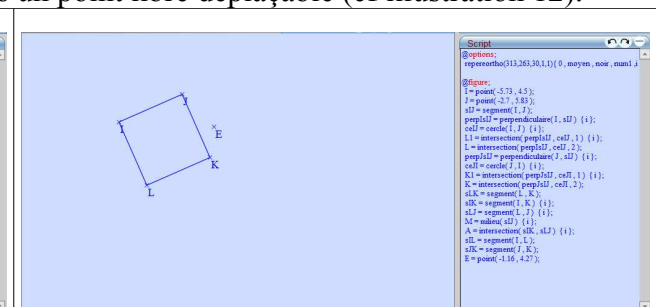


Illustration 12

Une deuxième technique, de type perceptif (CPMtep<sup>96</sup>) notée  $\tau_{3,16,tep,2}$ , consiste à tracer les diagonales [IK] et [JL] puis à placer le point E à l'intersection des diagonales du carré, le point E déclaré comme point libre (cf illustration 13), placé perceptivement à l'intersection des diagonales. Il est alors un point libre déplaçable (cf illustration 14).

95 Technique CPtep : technique perceptive lors de la construction (TP Assude & Gelis, 2002 : on se place au niveau du dessin), qui ne prend pas en compte ni les propriétés mathématiques ni les contraintes instrumentales.

96 Technique CPMtep : technique perceptive lors de la construction (TP Assude & Gelis, 2002 : on se place au niveau du dessin), qui prend en compte certaines propriétés mathématiques, mais dont le résultat ne résiste pas au déplacement.

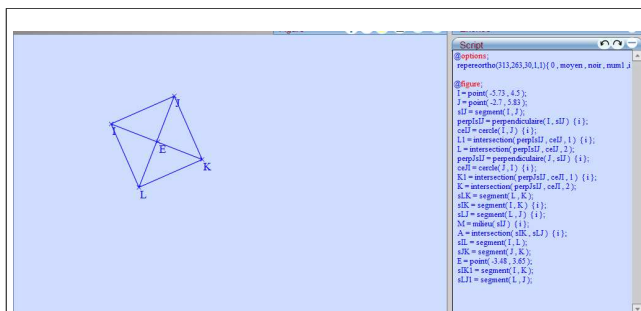


Illustration 13

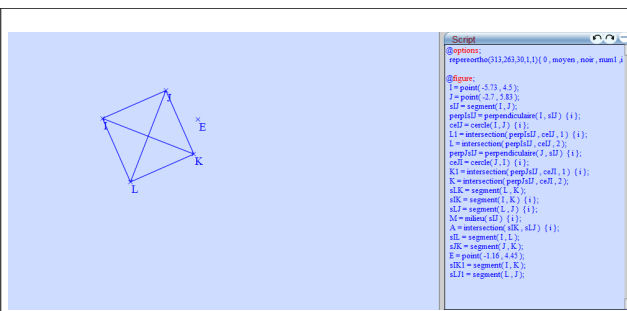


Illustration 14

Une troisième technique, technique qui tient compte des propriétés géométriques et des contraintes instrumentales, de type perceptivo-théorique (CPT<sub>tep</sub><sup>97</sup>) notée  $\tau_{3,16,tep,3}$  consiste à tracer les diagonales [IK] et [JL] puis à placer le point E à l'intersection des diagonales du carré, en le déclarant comme point d'intersection des deux objets (cf illustration 15). Cette construction résiste au déplacement (cf illustration 16).

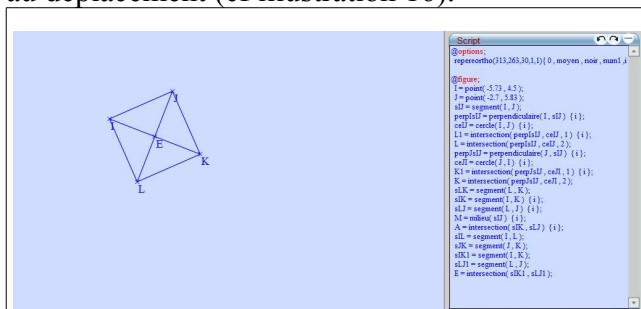


Illustration 15

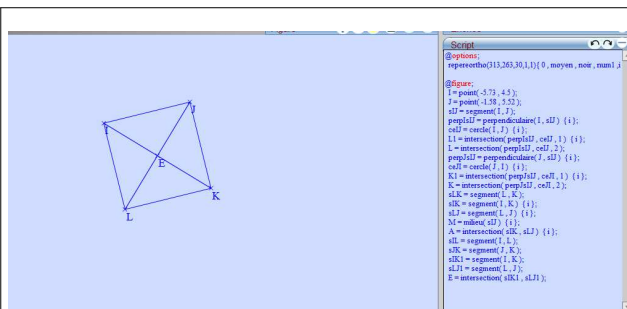


Illustration 16

Concernant le choix d'un point du cercle, pour la réalisation de la tâche  $\tau_{3,17,tep}$ , nous pouvons envisager différentes techniques. Une première technique, de type perceptif (CP<sub>tep</sub><sup>98</sup>) notée  $\tau_{3,17,tep,1}$  consiste à tracer le cercle de centre E et qui vient frôler le côté du carré. Un point A est alors proposé par le logiciel (cf illustration 17). Ce point est alors un point libre, déplaçable (cf illustration 18).

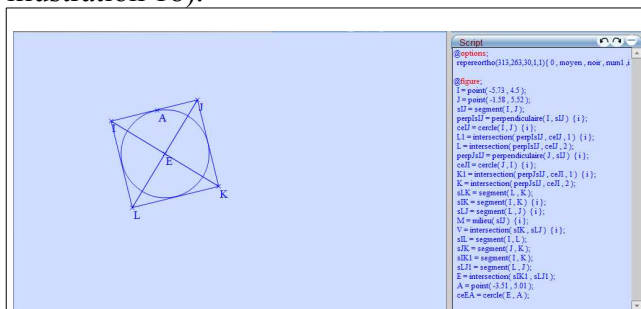


Illustration 17

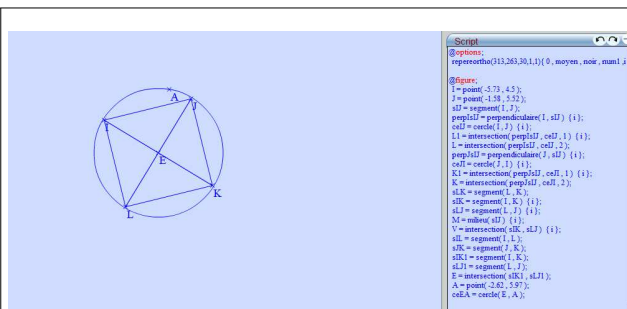


Illustration 18

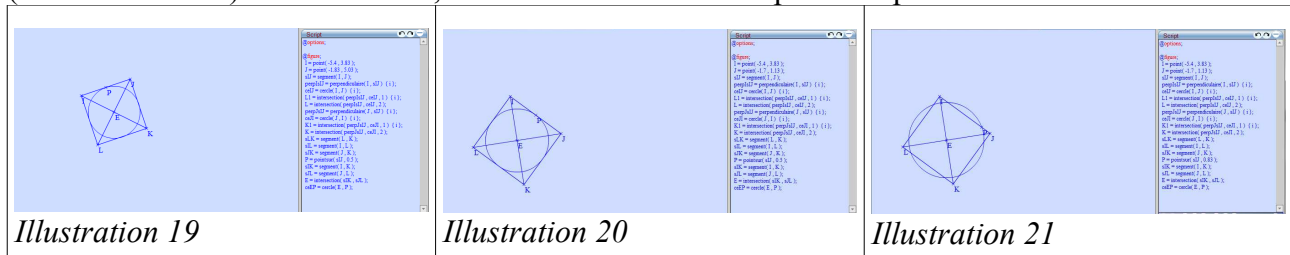
Une deuxième technique, de type perceptif qui prend en compte des contraintes instrumentales (CPM<sub>tep</sub><sup>99</sup>), notée  $\tau_{3,17,tep,2}$  consiste à placer un point sur le côté du carré en utilisant le bouton « point sur », ce point est nommé P par le logiciel (cf illustration 19). Le point P est alors déplaçable sur le segment. Puis l'élève trace le cercle de centre E et passant par le point P. Le cercle reste tangent au carré si, par exemple, le sommet J du carré est déplacé (cf illustration 20). Par contre, le point P est déplaçable sur le segment [IJ]. Dans ce cas, le cercle n'est pas tangent au côté du carré


97 Technique CPT<sub>tep</sub> : technique perceptivo-théorique lors de la construction (TPT Assude & Gelis, 2002 : on se place au niveau de la figure), qui tient compte des propriétés mathématiques, des contraintes instrumentales et dont le résultat résiste au déplacement.

98 Technique CP<sub>tep</sub> : technique perceptive lors de la construction (TP Assude & Gelis, 2002 : on se place au niveau du dessin), qui ne prend pas en compte ni les propriétés mathématiques ni les contraintes instrumentales.

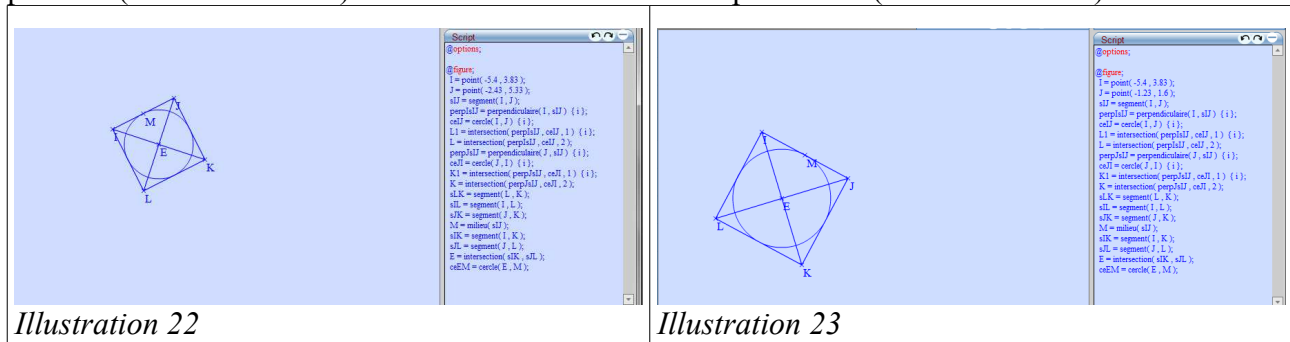
99 Technique CPM<sub>tep</sub> : technique perceptive lors de la construction (TP Assude & Gelis, 2002 : on se place au niveau du dessin), qui prend en compte certaines propriétés mathématiques (mais pas toutes).

(cf illustration 21). Autrement dit, la construction ne résiste pas au déplacement.




Une troisième technique, qui tient compte des propriétés mathématiques, de type perceptivo-théorique (CPTtep<sup>100</sup>) notée  $\tau_{3,17,tep,3}$  consiste à placer le milieu de [IJ], appelé M par exemple, en utilisant le bouton « milieu » . Il reste à l'élève à tracer le cercle de centre E et passant par le

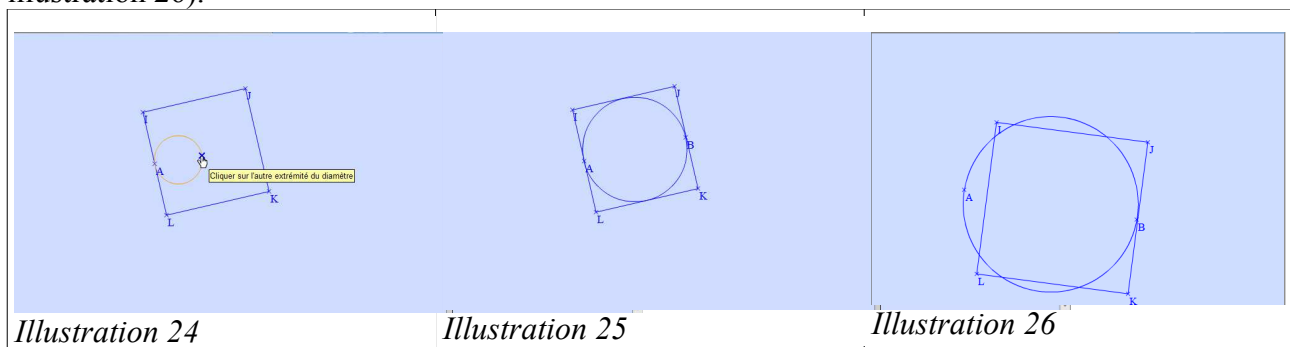
point M (cf illustration 22). La construction résiste au déplacement (cf illustration 23).



Pour la reproduction du cercle ( $\tau_{3,15,tep}$ ), nous pouvons repérer une autre manière de faire avec une sous-tâche, notée  $\tau_{3,18,tep}$  qui peut être envisagée. Elle consiste à déterminer deux points diamétralement opposés. Les différentes techniques possibles, mises en œuvre par les élèves sont les suivantes.


Une première technique, de type perceptif (CPtep) notée  $\tau_{3,18,tep,1}$  consiste à choisir le bouton « cercle de diamètre donné » , de sélectionner un point (le logiciel le nomme A), qui est situé

perceptivement au milieu d'un côté du carré et d'écarter le cercle (cf illustration 24) jusqu'à ce qu'il passe perceptivement par le milieu du côté opposé du carré (cf illustration 25). Le cercle ainsi construit ne reste pas tangent au carré au cours du déplacement du point I, par exemple (cf illustration 26).



Une deuxième technique, technique qui tient compte des propriétés mathématiques et des contraintes instrumentales, de type perceptivo-théorique (CPTtep), notée  $\tau_{3,18,tep,2}$  consiste à placer les milieux de deux côtés opposés du carré (cf illustration 27), puis de sélectionner le bouton

<sup>100</sup>Technique CPTtep : technique perceptivo-théorique lors de la construction (TPT Assude & Gelis, 2002 : on se place au niveau de la figure), qui tient compte des propriétés mathématiques, des contraintes instrumentales et dont le résultat résiste au déplacement.

« cercle de diamètre donné »  et de valider successivement les deux points (cf illustration 28).

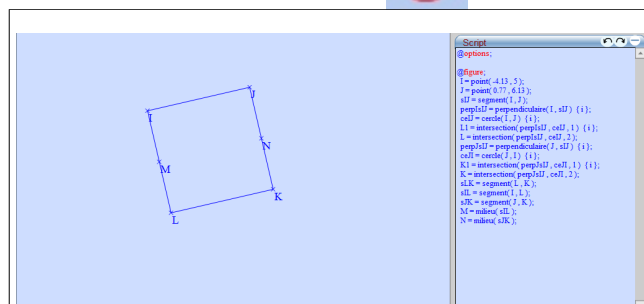


Illustration 27

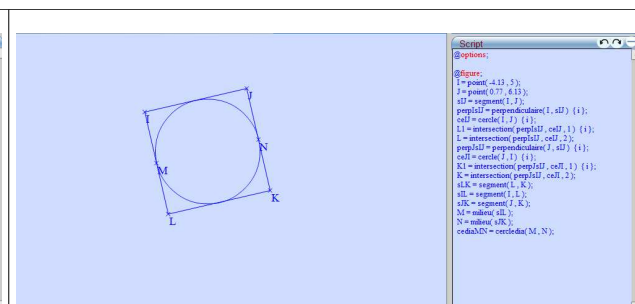


Illustration 28

### 3.3 - Analyse *a priori* du point de vue de l'enseignant

Un premier problème que le professeur peut rencontrer concerne le passage de l'environnement papier-crayon à l'environnement tracenpoche. En effet, dans l'environnement papier-crayon, certains élèves vont d'abord tracer le carré, ses diagonales. Puis ils vont placer la pointe sèche du compas au point d'intersection des diagonales et écarter délicatement le compas jusqu'à ce qu'il « touche » le côté du carré. Cette technique permet d'obtenir un dessin qui correspond au dessin proposé par le professeur. Si cette technique est transposée dans l'environnement dynamique, elle se présente de la manière suivante : il s'agit de la construction d'un cercle de centre donné, placé approximativement au centre du carré, et passant par un point (placé approximativement sur le milieu d'un des côtés du carré) dont le résultat ressemble au dessin proposé par le professeur. Cette construction ne résiste pas au déplacement, alors que le résultat correspond à ce que le professeur a proposé. Le problème posé à l'élève est que la construction dans l'environnement tracenpoche devrait inciter à un nouvel enjeu, à savoir mettre en évidence les éléments caractéristiques du cercle, afin que le cercle reste tangent au carré au cours du déplacement des points déplaçables. Mais du point de vue de l'élève, il pense qu'il sait faire, et ne comprend pas que ce qu'il vient de refaire ne résiste pas au déplacement. Les rétroactions du logiciel permettent de montrer à l'élève que la technique envisagée ne convient pas. Le professeur peut donner à voir aux élèves les conséquences du déplacement, par exemple le point du cercle n'est pas sur le côté du carré.

Un deuxième problème que le professeur peut rencontrer est celui de la validation d'une construction fautive par un déplacement non exhaustif des points. En effet, du point de vue des élèves, il est assez aisé de conclure qu'une construction est fautive par le déplacement d'un seul point déplaçable. Par contre, il est possible également qu'ils concluent que le déplacement d'un seul point déplaçable suffise à justifier que la construction est juste. Dans cette figure en particulier, le déplacement seul d'un sommet du carré peut donner à voir un cercle tangent au carré au cours du déplacement du point, alors que le point de tangence n'est pas défini correctement (cf technique  $\tau_{3,19,tep,2}$ ). Le rôle du professeur est alors déterminant pour donner à voir un contre-exemple adéquat. Il peut ainsi le mettre en œuvre, pour montrer qu'un seul exemple (le déplacement du point A seul par exemple) ne suffit pas pour vérifier que la construction est juste.

### 3.4 - Conclusion sur l'analyse *a priori*

Cette cinquième situation est la dernière. Elle permet de réinvestir des notions précédemment étudiées dans l'environnement tracenpoche, comme reconnaître la nature d'un quadrilatère. Elle permet également d'explicitier des techniques utilisées dans l'environnement papier-crayon mais qui s'avèrent insuffisantes du point de vue géométrique. Et c'est seulement le fait de transposer l'exercice dans l'environnement tracenpoche qui met en évidence les éléments caractéristiques du cercle.

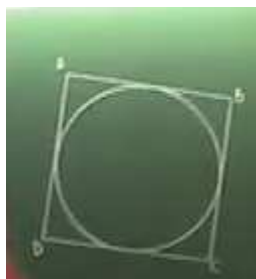


## 4 - Mise en œuvre dans les classes

Trois enseignants ont adapté cette situation en fonction de leurs contraintes propres. Nous présentons les mises en œuvre dans les trois classes.

### 4.1 - Présentation du déroulement dans la classe de M

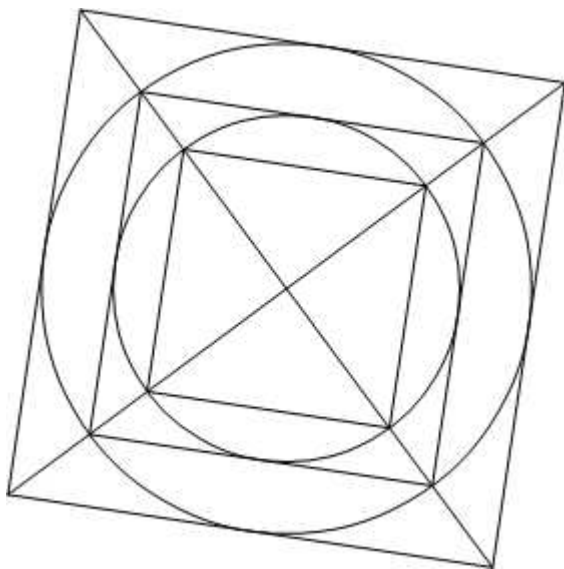
Dans la première séance (21min.), dans la salle de classe, le professeur a dessiné la figure au tableau avant que les élèves ne soient présents en classe (cf illustration 29).



*Illustration 29*

Il demande aux élèves de reconnaître un carré et un cercle, tâches notées respectivement t4,9,pc et t4,10,pc (9 min.). Très rapidement, un élève décrit la figure, comme étant un cercle dans un carré. Le professeur demande des précisions sur l'agencement du cercle par rapport au carré. Il insiste pour obtenir lors de cette phase, l'emploi de termes mathématiques, tels que droite, segment, cercle, centre ou rayon. Puis ils demandent aux élèves de reproduire la figure sur une feuille, en utilisant les instruments de tracé de leurs choix (12min.). Nous avons noté cette tâche de reproduction t3,13,pc.

Dans un deuxième temps (46 min), dans la salle informatique, les élèves sont par deux devant un ordinateur. Le professeur explique ce qu'il attend des élèves. Les élèves doivent suivre ce programme de construction pour construire une figure, tâche que l'on a notée t5,5,tep. Le professeur n'établit pas de lien entre les deux activités. Les élèves tracent alors le quadrilatère et cherchent à reconnaître quadrilatère obtenu, tâche notée t4,8,tep. Après des difficultés techniques rencontrées lors du chargement du script du carré, le professeur annonce aux élèves qu'ils doivent, à partir du carré, reproduire la figure, tâche notée t3,15,tep (24 min.) Certains élèves ont fini : le professeur décide alors de proposer une suite. Ainsi, les élèves peuvent revenir au carré de départ et trouver une autre méthode pour tracer le cercle, ou continuer à tracer des cercles et des carrés. Il propose un modèle au tableau (cf illustration 30).



*Illustration 30*



Dans un troisième temps (5 min. au cours de la séance 2, 15 min. au cours de la séance 3), le professeur demande d'écrire un programme de construction de la figure en prenant appui sur le tracé sur la feuille et sur le tracé avec le logiciel, tâche notée t5,6,pc\*. Le chercheur n'est pas présent au cours de la troisième séance.

#### 4.2 - Présentation du déroulement dans la classe de PB

Dans un premier temps (43 min.), les élèves sont installés dans la salle informatique par deux. Le professeur dicte le programme de construction, une phrase après l'autre, pour que les élèves effectuent la tâche t5,5,tep, à savoir construire un carré dans l'environnement tracenpoche, la nature du quadrilatère n'est pas connue au départ. Il s'assure que, à chaque étape, chacun parvient à faire ce qui est attendu. Il s'arrête à différents moments pour travailler les notions de rayon. Ainsi, chaque binôme a tracé le carré attendu. Cette première partie dure 20 minutes. Dans la deuxième partie (7 min.), les élèves ont à reconnaître le carré, tâche notée t4,8,tep. Puis le professeur tente d'obtenir des raisons pour lesquels le quadrilatère ABCD est un carré. Enfin, le professeur annonce la nouvelle tâche t3,15,tep, à savoir reproduire la figure (16 min.). L'exercice comporte un modèle, un cercle tangent intérieurement à un carré, un carré est tracé et les élèves ont à tracer le cercle (cf illustration 31).

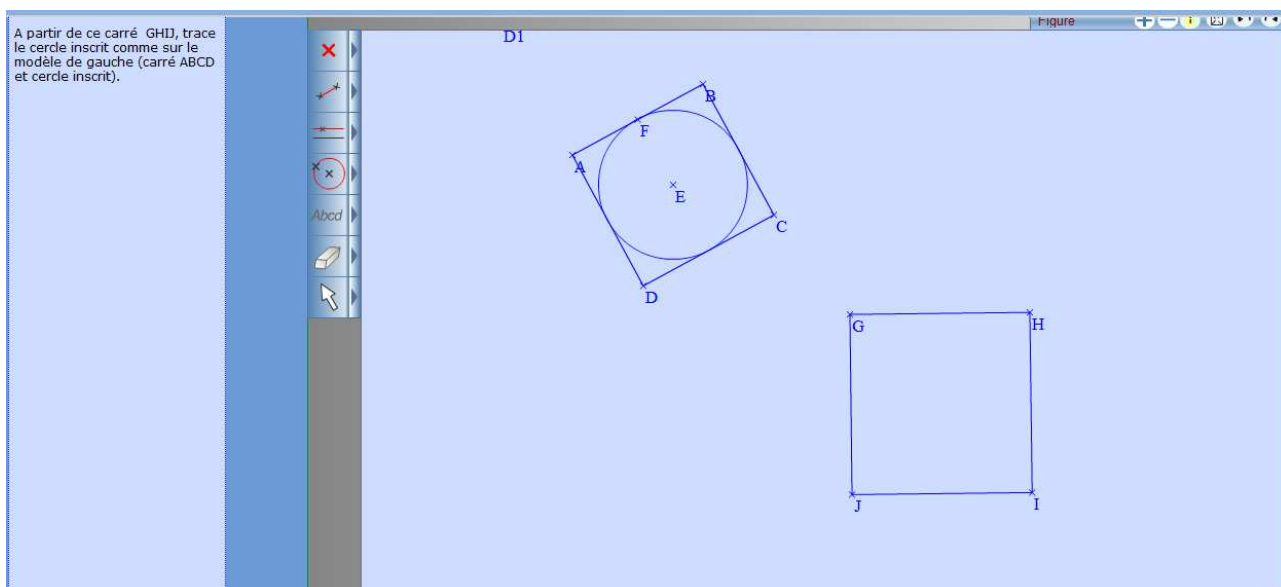
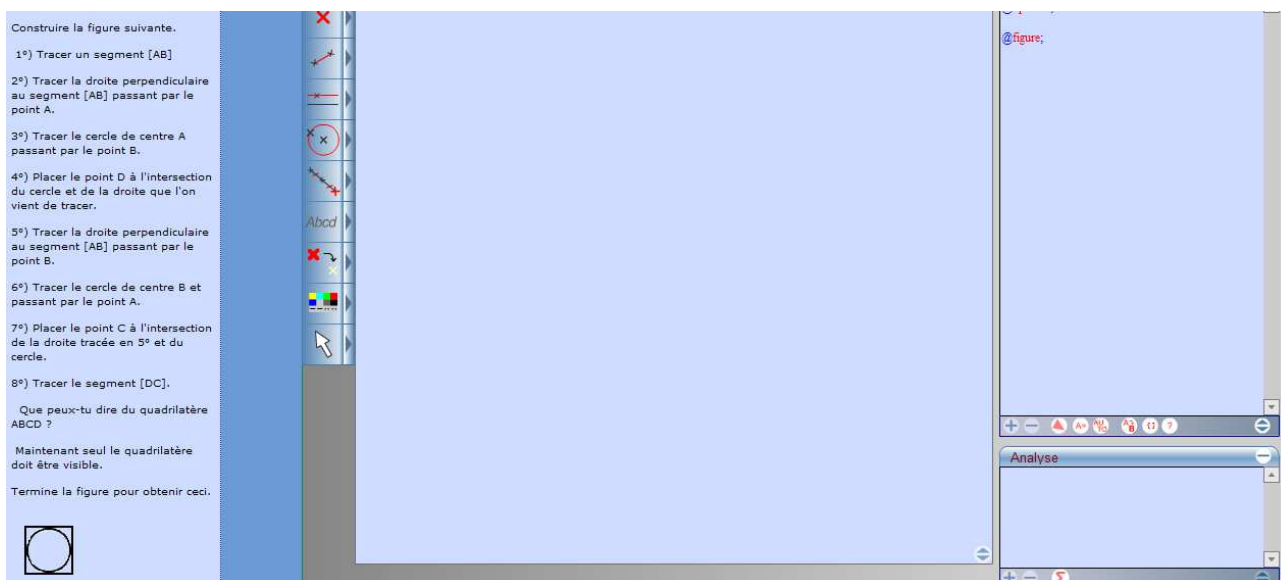


Illustration 31

Dans un deuxième temps (16 min), les élèves retournent dans la salle de classe et doivent reproduire la figure complète sur une feuille de papier quadrillé avec les instruments de tracé de leur choix. Le professeur demande de reproduire le carré, tâche notée t3,14,pc puis le cercle tangent intérieurement au carré, tâche notée t3,15,pc.

#### 4.3 - Présentation du déroulement dans la classe de T

Le professeur organise la situation en une seule séance (67 min.). Il annonce le travail attendu (4 min.). Il explique la chronologie de la séance : il explique qu'il y a un programme de construction à suivre pour construire un quadrilatère, tâche notée t5,5,tep. Il demande alors une justification du quadrilatère obtenu, tâche notée t4,8,tep. Puis il indique qu'il y aura une figure à reproduire, tâche notée t3,15,tep. Puis ensuite, il présente l'exercice programmé sur labomep (cf illustration 32).



*Illustration 32*

Puis une moitié des élèves réalisent l'exercice demandé dans la salle informatique, l'autre moitié reste dans la salle de classe pour réaliser un programme de construction sur une feuille blanche avec les instruments de géométrie (indépendant de la situation 5). Les rôles sont ensuite inversés. Le temps global de travail sur tracenpoche est d'environ 63 minutes. Le professeur se déplace dans les deux salles, il intervient auprès des binômes d'élèves, mais il ne s'adresse jamais à toute la classe. Il n'y a pas de reprise collective.

#### 4.4 - Tableau synoptique

M	PB	T	Temps (en min)	approximatif
Séance 1(9 min.) t4,9,pc t4,10,pc	Séance 1 (20 min.) t5,5,tep	Séance 1 (67 min.) t5,5,tep t4,8,tep t3,15,tep	0-5	
Séance 1 (12min.) t3,13,pc			5-10	
			10-15	
			15-20	
Séance 2 (22 min.) t5,5,tep t4,8,tep	20-25			
	25-30			
	30-35			
	35-40			
Séance 2 (24 min.) t3,15,tep	40-45			
	45-50			
	50-55			
	55-60			
Séance 2 (5 min) séance 3 (15 min) t5,6,pc*	60-65			
	65-70			
	FIN (67 min.)	70-75		
	FIN (87 min.)	75-80		
80-85				
85-90				
90-95				

Nous rappelons les notations utilisées

Types de tâches	Tâches
T3 : reproduire une figure	<p>(S5) t3,13, pc : reproduire la figure qui vient d'être décomposée en un cercle et un carré dans l'environnement papier-crayon  1ère méthode : décomposée en deux sous-tâches successives t3,14,pc puis t3,15,pc.  (S5) t3,14,pc : reproduire un carré dans l'environnement papier-crayon  (S5) t3,15,pc : reproduire un cercle tangent intérieurement à un carré dans l'environnement papier-crayon  2ème méthode : décomposée en deux sous-tâches successives t3,16,pc puis t3,17,pc.  (S5) t3,16,pc : reproduire un cercle dans l'environnement papier-crayon  (S5) t3,17,pc : reproduire un carré tangent extérieurement au cercle dans l'environnement</p>

	<p>papier-crayon.</p> <p>(S5) t3,15,tep : reproduire un cercle tangent intérieurement à un carré dans l'environnement tracenpoche</p> <p>1ère méthode : décomposée en deux sous-tâches successives t3,16,tep puis t3,17,tep en utilisant le bouton « cercle de centre donné passant par un point donné »</p> <p>(S5) t3,16,tep : déterminer le centre du cercle dans l'environnement tracenpoche.</p> <p>(S5) t3,17,tep : déterminer un point du cercle dans l'environnement tracenpoche</p> <p>2ème méthode : décomposée en une sous-tâche t3,18,tep en utilisant le bouton « cercle de diamètre donné »</p> <p>(S5) t3,18,tep déterminer deux points diamétralement opposés.</p>
T4 : reconnaître une figure	<p>(S5) t4,8, tep : reconnaître un quadrilatère que l'on vient de construire dans l'environnement tracenpoche</p> <p>(S5) t4,9,pc : reconnaître un carré dans l'environnement papier-crayon</p> <p>(S5) t4,10,pc : reconnaître un cercle dans l'environnement papier-crayon</p>
T5 : travailler avec un programme de construction	<p>(S5) t5,5,tep : construire une figure à partir d'un programme de construction dans l'environnement tracenpoche</p> <p>(S5_M) t5,6,pc* écrire un programme de construction à partir d'une construction faite dans l'environnement papier-crayon puis tracenpoche.</p>

#### 4.5 - Premières analyses du tableau synoptique

Nous retrouvons dans cette dernière situation une organisation identique aux précédentes. Le professeur de la classe de M fait travailler les élèves dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche, en retenant la chronologie proposée par le chercheur. Le professeur de la classe de PB inverse la chronologie : il propose des tâches de construction dans l'environnement tracenpoche puis dans l'environnement papier-crayon. Quant au professeur de la classe de T, les tâches de construction se déroulent dans l'environnement tracenpoche. Il est donc intéressant de voir les effets de ces chronologies différentes.

Les temps consacrés à cette situation varient de 59 à 87 minutes. Ces temps sont globalement plus courts que pour les situations précédentes.

Nous allons nous intéresser plus précisément aux déroulements de chacune des trois classes.

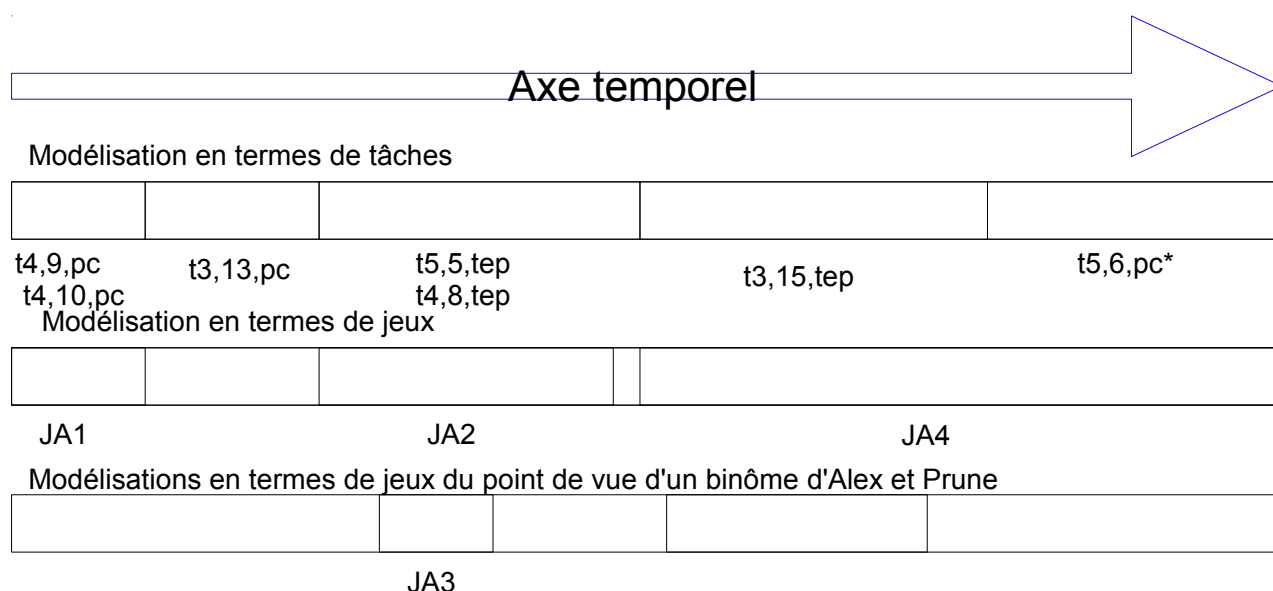
## 5 - Dans la classe de M

### 5.1 - Une mise en intrigue dans la classe de M

Dans la première séance (21 min.), toutes les tâches sont à effectuer dans l'environnement papier-crayon. Dans un premier temps, le professeur présente les premières tâches, à savoir reconnaître les éléments de la figure, le cercle (tâche notée t4,10,pc) et le carré (tâche notée t4,9,pc). Puis il demande aux élèves de donner des relations entre le cercle et le carré. Nous modélisons ce moment par un jeu d'apprentissage, noté JA1\_S5\_M dont l'enjeu est de faire voir collectivement les éléments caractéristiques du cercle, son centre et un point de ce cercle. Les élèves doivent ensuite reproduire la figure dans l'environnement papier-crayon (nous manquons de données pour proposer une analyse de ce moment).

Au cours de la deuxième séance (46 min.), les élèves sont répartis par binômes dans la salle informatique. Dans un premier temps, ils ont un programme de construction, tâche que nous avons notée t5,5,tep. Puis ils doivent reconnaître le quadrilatère ABCD, tâche que nous avons notée t4,8,tep. Nous modélisons ce moment sous la forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA2\_S5\_M, dont l'enjeu est de faire reconnaître un carré dans l'environnement tracenoche. Nous nous intéressons à ce moment, du point de vue de deux élèves, modélisé sous forme d'un troisième jeu d'apprentissage noté JA3\_S5\_M\_A\_Pr, dont l'enjeu est de reconnaître un carré, du point de vue d'un binôme Alex et Prune. Dans un deuxième temps, les élèves doivent reproduire dans l'environnement tracenoche la figure étudiée précédemment. Autrement dit, il ne leur reste que le tracé du cercle tangent intérieurement au carré. Nous modélisons ce moment sous la forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA4\_S5\_M dont l'enjeu est de donner à voir les éléments caractéristiques du cercle. De la même manière que précédemment, nous modélisons sous forme d'un autre jeu d'apprentissage, noté JA5\_S5\_M\_A\_Pr, dont l'enjeu est de donner à voir les éléments caractéristiques du cercle du point de vue d'Alex et Prune.

### 5.2 - Représentation synoptique <sup>101</sup>



avec JA1\_S5\_M (9 min.) : faire voir les éléments caractéristiques du cercle dans une tâche de

<sup>101</sup>La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 87 min.).

reconnaissance dans l'environnement papier-crayon

JA2\_S5\_M (20 min.) : faire reconnaître collectivement un carré

JA3\_S5\_M\_A\_Pr (8 min.) : faire reconnaître un carré dans l'environnement tracenpoche du point de vue d'Alex et Prune

JA4\_S5\_M (44 min.) : faire voir les éléments caractéristiques du cercle dans une tâche de reproduction dans l'environnement tracenpoche.

JA5\_S5\_M\_A\_Pr (18 min.) : faire voir les éléments caractéristiques du cercle dans une tâche de reproduction dans l'environnement tracenpoche, du point de vue d'un binôme Alex et Prune.

### 5.3 - Jeux d'apprentissage

#### 5.3.1 - JA1\_S5\_M (9 min.)

L'enjeu est de faire voir les éléments caractéristiques du cercle dans une tâche de description dans l'environnement papier-crayon. Nous découpons en quatre étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de décrire des objets géométriques

Des éléments du milieu : les descriptions des élèves sont décrétées insuffisantes par le professeur<sup>102</sup>.

Présentation de ce moment :

Il s'agit du début de la séance. Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

#### Description

##### étape 1 : montrer l'importance des mots

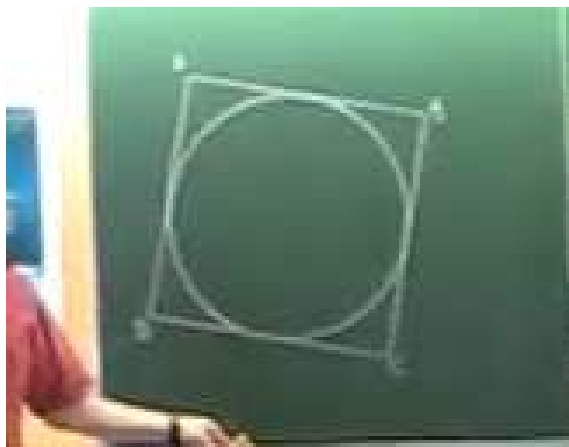


Illustration 33

Le professeur a reproduit la figure sur le tableau en l'absence des élèves (cf illustration 33). Un cercle est tangent intérieurement au carré ABCD. Le professeur est au tableau et explique aux élèves qu'il attend une description de ce qui est représenté. Les élèves savent qu'ils n'ont qu'à exposer ce qu'ils pensent voir, sans le justifier (tdp 4, C : « *Faut dire ce que c'est ?* »). Le professeur insiste sur la vision perceptive (tdp 5, P : « *Déjà, ce qu'on voit* »). La réponse ne se fait pas attendre, la figure est décrite comme « *un cercle dans un carré* » (tdp 6, Y). Successivement, Lucie puis Noa expliquent que le cercle est collé au carré ou que le carré touche le cercle. Le professeur essaie alors d'explicitier cette expression en opposant les verbes « *toucher* » et « *couper* » (min. 1:01, tdp 13, P : « *Chaque côté du carré touche le cercle. Le touche ? Ou le coupe ?* »). Dans un premier temps, il demande aux élèves d'imaginer ce que serait une figure pour laquelle le carré coupe le cercle (min. 1:15, tdp 17, P : « *Quand Noa dit chaque côté du carré -le segment- touche le cercle, ce n'est pas comme si vous dites chaque côté du carré coupe le cercle. Faites vous dans la tête...la figure...celle* »).

<sup>102</sup>Nous choisissons ici de considérer que ce sont les aspects langagiers qui forment un système-milieu, sachant que la construction du professeur est la référence dans ces échanges.

qui serait décrite par chaque côté du carré coupe le cercle »). Dans un deuxième temps, il envoie une élève Chloé au tableau pour représenter cette situation (cf illustration 34).

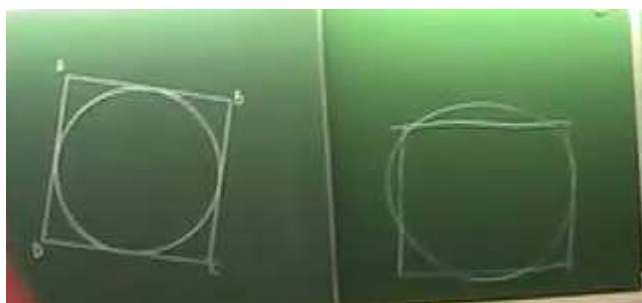


Illustration 34

Enfin, le professeur conclut sur la nécessité de la précision des mots utilisés dans la description de la figure (min. 2:13, tdp 20, P : « *Maintenant il faudrait essayer de trouver des mots, un peu plus précis sur cette figure* »).

#### étape 2 : mise en évidence du rayon du cercle

Les élèves cherchent à décrire le cercle et le carré, en donnant une indication sur la dimension du cercle (min. 2:59, tdp 25, L : « *Le cercle est de la bonne taille pour entrer dans le carré* »). Le professeur valide en introduisant le terme de dimension. Puis, pour relancer la description, il annonce aux élèves qu'ils auront à reproduire cette figure (min. 3:03, tdp 26, P : « *Qu'est-ce qu'il faut pour qu'on puisse, vous aurez dans un instant à refaire, reproduire cette figure ?* »). Cette information ne permet guère de modifier le type de réponses des élèves, autour de la taille. Alors le professeur prend appui sur une proposition (tdp 39, F : « *Le cercle y touche la droite (BC)* »). Comme le professeur reprend les propos des élèves pour inclure des mots de géométrie (rond devient cercle, taille devient dimension, droite devient segment), une élève finit par annoncer un lien entre le rayon du cercle et le carré (min. 4:50, tdp 49, L : « *Le cercle, il doit avoir le rayon allant du centre du carré jusqu'au bout du segment, pas la pointe du carré, mais un segment* »). Puis le professeur reformule la proposition de L (min. 6:06, tdp 58, P : « *Alors Lucie parle du rayon du cercle, il doit faire la même longueur que la distance entre le milieu du carré jusqu'à un point du côté du carré* »). Le regard du professeur est orienté vers la figure, sans pour autant montrer avec les mains (cf illustration 35).



Illustration 35

Mais pendant que le professeur résume sa proposition, Lucie complète (min. 6:17, tdp 63, L : « *Ben, il faut aller comme ça. Et après, il ne faut pas aller n'importe où* »). Le professeur confirme (tdp 64, P : « *Il ne faut pas aller n'importe où sur le segment* »). Puis Lucie explique qu'il faut choisir le milieu du segment (tdp 65, L : « *Il faut le mettre au milieu* »). Le professeur acquiesce et



termine sans reprendre la réponse finale de Lucie (min. 6:27, tdp 66, P : « *T'as bien expliqué qu'il y a un certain point* »).

#### étape 3 : mise en évidence du centre du cercle

Loïse enchaîne sur le centre du cercle (min.6:33, tdp 67, Lo : « *Il faut que le carré et le rond aient le même milieu* »). Le professeur manifeste une sorte d'agacement par l'usage répété du mot « rond » au lieu de « cercle » et demande d'expliquer la différence. Chloé montre le schéma à main levée et explique que le rond n'a pas de trop de centre tandis que le cercle a un centre précis (tdp 73, C : « *Ben ça, c'est un rond, il n'y a pas trop de centre* », puis tdp 75, C : « *Sauf qu'un cercle, il y a vraiment un centre précis* »). Le professeur reprend la proposition et la complète par la définition du cercle (tdp 76, P : « *Un centre précis, un écartement de tous les points du cercle qui est toujours le même par rapport au centre.etc... Et puis rond, on dira peut-être que le globe est rond, on dira que euh, on n'est pas plus précis que ça* »). Loïse reprend alors sa phrase initiale (tdp 81, Lo : « *Il faut que le carré et le rond aient le même milieu* »). Le professeur explique que pour le cercle, il n'est pas d'usage de parler de milieu. Il reprend alors la tâche de construction du cercle pour faire rappeler le mot « centre » (tdp 82, P : « *Quand on veut tracer un cercle, on a besoin de définir son rayon et son ?* »). Hugo complète par le mot attendu « centre ». Enfin, le professeur résume les échanges avant de demander aux élèves de reproduire la figure (tdp 88, P : « *Tu as parlé de centre de cercle, de milieu du carré, on va avoir besoin de ça. Par contre, moi, je vais vous laisser vous débrouiller, sur comment vous allez trouver tout ça* »).

#### étape 4 : autre formulation avec le diamètre

Un élève E1 établit un lien entre le diamètre du « rond » et la longueur du côté du carré. Le professeur lui demande de reformuler sa proposition et l'aide en prenant appui sur les autres élèves (tdp 94, P : « *Le diamètre du cercle fait la même mesure que ...* », tdp 95, E2 : « *A et B* »). L'élève E1 conclut que sa proposition initiale correspondait à cette formulation (tdp 97, E1 : « *C'est ce que je voulais dire* »). Le professeur rappelle aux élèves ce qu'ils ont désormais à faire, à savoir reproduire la figure (tdp 98, P : « *La première partie, où il s'agit de reproduire cette figure-là. Vous avez sans doute besoin d'instruments* »).

### **Analyse**

Au cours de la première étape, le professeur définit le jeu correspondant à la description de ce qui est au tableau, les élèves ont à expliquer ce qu'ils voient. Les liens entre le cercle et le carré proposés par les élèves ne sont pas géométriquement explicites (« colle » puis « touche »). Le professeur prend alors la main. Il introduit le verbe « couper » pour montrer une première fois l'importance du choix des mots pour décrire. Il attire l'attention des élèves sur ce que cette description évoquerait si elle contenait le verbe « couper ». Il demande donc aux élèves d'imaginer ce « dessin » dont le cercle coupe le carré. Il cherche à contrôler ce que les élèves imaginent. Pour cela, il envoie un élève faire un schéma à main levée de ce « dessin », c'est-à-dire une représentation matérielle de ce que les élèves viennent d'imaginer. Évidemment, le schéma à main levée montre clairement aux élèves que le verbe « couper » est inadéquat pour la reconnaissance. Autrement dit, pour montrer aux élèves le rôle du vocabulaire, le professeur fait un pas de côté en introduisant le verbe « couper » et conclut sur la nécessité de la précision des mots utilisés. À ce stade, nous pouvons dire que le professeur et les élèves placent la représentation faite au tableau au niveau du « dessin », les propriétés mathématiques ne sont pas énoncées ni vérifiées à l'aide des instruments.

Au cours de la deuxième étape, les échanges portent principalement sur le rayon du cercle (tdp 23 à tdp 66). Le professeur fait le choix d'orienter l'attention des élèves sur le rayon du cercle. La recherche sur les éléments caractéristiques du cercle mobilise toute l'attention du professeur et des élèves. En effet, le professeur choisit de ne jamais montrer le cercle ni d'écrire sur le « dessin » : à ce stade, aucun élément géométrique n'a été précisé. Il ne fait que regarder. Ainsi, à partir de l'expression première des élèves (« *Le cercle est de la bonne taille pour entrer dans le carré* »), il

conduit les élèves vers une formulation en plusieurs phrases contenant des éléments langagiers des mathématiques, essentiels pour la reproduction à venir (tdp 49, L : « *Le cercle doit avoir un rayon allant du centre du carré* », puis tdp 65, L : « *Sur le segment, il faut le mettre au milieu* »). Puis finalement, il ne reprend pas l'expression de Lucie concernant le milieu du côté du carré. Il explique seulement l'importance de l'extrémité du segment (tdp 66, P : « *Il y a un certain point* »). À ce stade, nous pouvons dire que le professeur conduit les élèves à changer de regard, passant ainsi du « dessin », le rond, à la « figure », le cercle défini par ses éléments caractéristiques. Par contre, ces propriétés ne sont pas justifiées.

Au cours de la troisième étape, le cercle devient cet objet mathématique pour lequel il convient de préciser un centre et un rayon. Le professeur revient sur cette distinction en évoquant la tâche de construction d'un cercle (P « *Quand on veut tracer un cercle, on a besoin de définir son rayon et son ?*, H : « *centre* »). Au cours de ces trois premières étapes, la confusion par les élèves entre le registre familier et le registre mathématique permet au professeur d'attirer l'attention des élèves sur les éléments caractéristiques du cercle. Il choisit de faire référence à la « figure » tracée au tableau sans montrer ni le centre, ni le rayon du cercle. Finalement, il explique aux élèves qu'ils vont avoir à tenir compte des éléments qui viennent d'être nommés. Cependant, il laisse à la charge des élèves de sélectionner les informations utiles pour la reproduction ultérieure.

Dans les étapes précédentes, l'attention des élèves était focalisée sur le rayon du cercle et son centre. Au cours de cette quatrième étape, un élève propose une autre manière de définir le cercle, à partir de la mesure d'un diamètre, ici AB. Le professeur fait reformuler la réponse et la valide. Pourtant un cercle n'est pas défini à partir de la seule longueur d'un de ces diamètres. Il serait indispensable d'en préciser davantage. Mais, ici il semble que le professeur ne souhaite pas développer cette idée. Nous pouvons interpréter de la manière suivante. La tâche des élèves est de tracer un cercle dans l'environnement papier-crayon : le tracé à partir du rayon avec le compas nécessite de mettre en évidence le centre du cercle.

### 5.3.2 - JA2\_S5\_M (20 min.)

L'enjeu est de faire reconnaître un carré dans l'environnement tracenpoche. Nous découpons en quatre étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves savent que le déplacement des points permet de voir la nature du quadrilatère.

Des éléments du milieu : les élèves ont suivi un programme de construction. Ils ont à déterminer la nature du quadrilatère.

Présentation de ce moment :

Les élèves ont à construire une figure à partir d'un programme de construction. Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : répondre à la question

Le professeur a distribué le programme de construction sur une feuille.

Construis avec le logiciel tracenpoche la figure dont voici un programme de construction :

- 1°) Tracer un segment [AB]
- 2°) Tracer la droite perpendiculaire au segment [AB] passant par le point A.
- 3°) Tracer le cercle de centre A et passant par le point B.
- 4°) Placer le point D à l'intersection du cercle et de la droite que l'on vient de tracer.
- 5°) Tracer la droite perpendiculaire au segment [AB] passant par le point B.
- 6°) Tracer le cercle de centre B et passant par le point A.
- 7°) Placer le point C à l'intersection de la droite tracée en 5° et du cercle.
- 8°) Tracer le segment [DC].

Que peux-tu dire du quadrilatère ABCD ?

.....  
.....  
.....

Au départ, il ne donne pas de précision (tdp 1, P : « *Chut, on sait ce que l'on a à faire* »). Puis il donne à lire aux élèves l'énoncé à voix haute. Il arrête la lecture à la fin des phrases affirmatives. Il donne une première indication (min. 23:11, tdp 5, P : « *Et ensuite, lorsque vous aurez fait tout cela, vous pourrez manipuler votre figure et répondre à la question qui est en -dessous* »). Après la lecture de la question, le professeur résume ce que les élèves ont à faire, tracer dans l'environnement tracenpoche les étapes proposées, « manipuler » puis répondre à la question (min 23:29, tdp 7, P : « *On vous donne un programme de construction, c'est à vous de tracer avec tracenpoche ce qui est décrit à chaque étape. Vous faites, vous allez jusqu'au bout, vous essayez de manipuler et vous répondez à la question* »).

#### étape 2 : recherche par les élèves

Nous analyserons la recherche du point de vue d'un binôme de deux élèves dans un nouveau jeu d'apprentissage (JA3\_S5\_M\_A\_Pr). Nous nous intéresserons alors aux transactions entre ces deux élèves.

#### étape 3 : reprise collective par le professeur

Le professeur fait un point sur la construction qu'il y avait à faire. Puis il demande aux élèves de donner la nature du quadrilatère obtenu (min. 41:08, tdp 63, P : « *Est-ce qu'avec votre figure, telle qu'elle est sur votre écran, est-ce que vous pouvez dire ce que c'est et pourquoi vous pensez que c'est telle ou telle figure ?* »). Félix répond en s'appuyant sur l'égalité des longueurs et les angles droits (tdp 66, F : « *ABCD forme un carré car tous ses côtés sont de même longueur et il y a quatre angles droits* »). Noa complète par le parallélisme des côtés (tdp 69, N : « *Le quadrilatère ABCD est un carré car il a tous ses côtés de même longueur et il a aussi quatre angles droits. Ses côtés opposés sont parallèles* »).

#### étape 4 : les différents quadrilatères

Le professeur fait évoquer les différents quadrilatères à partir des conditions nécessaires, indépendamment de l'environnement tracenpoche. Il commence par le quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles (parallélogramme), le quadrilatère dont les quatre côtés sont de même longueur (losange), le quadrilatère qui possède quatre angles droits (rectangle) et enfin le quadrilatère qui possède toutes ces propriétés (le carré). À chaque fois, un élève donne la réponse.

### **Analyse**

Le professeur définit oralement le jeu de manière rapide (2:43 min.). En effet, il a donné un support écrit, composé de huit étapes simples à effectuer dans l'environnement tracenpoche. Par contre, la nécessité du déplacement pour reconnaître la nature du quadrilatère n'est pas présente dans la consigne écrite (« Que peux-tu dire du quadrilatère ABCD? »). Le professeur a donc choisi d'évoquer le déplacement à deux reprises, avant la lecture puis après la lecture de la question concernant la nature du quadrilatère (P : « *Vous pourrez manipuler votre figure* » puis « *Vous essayez de manipuler* »). Autrement dit, il rappelle la règle définitoire du déplacement. Contrairement au déplacement pour valider une construction, le déplacement ici donne à voir les propriétés qui résistent au déplacement. Nous notons que, à ce moment-là, les effets du déplacement et leur interprétation restent à la charge de l'élève.

Puis, dans le moment de reprise collective, à la demande du professeur, les élèves proposent le résultat de leur enquête individuelle (en binôme). Ils ont reconnu un carré. À ce moment-là, le professeur et les élèves agissent comme si le quadrilatère obtenu avait été tracé dans

l'environnement papier-crayon. Ils justifient grâce aux connaissances sur le carré et non pas par rapport aux propriétés qui résistent au déplacement. Autrement dit, ils répondent à la demande du professeur, en ce qui concerne la figure qu'ils ont à l'écran. Nous notons ici un détournement de l'environnement tracenpoche, où le carré étudié est le carré qui est à l'écran et non pas la famille des carrés obtenus dans l'environnement tracenpoche. Les potentialités du logiciel ici ne sont pas exploitées au moment de la reprise collective par le professeur, il ne parle pas des effets du déplacement, ni par les élèves, ils n'expliquent pas ce qu'ils ont fait.

Pour conclure le moment collectif, le professeur fait revivre un moment de la situation 3, dans laquelle les élèves devaient reconnaître quatre quadrilatères, rectangle, losange, carré et parallélogramme. Il fait appel à la mémoire didactique pour donner à voir certains liens entre ces quadrilatères. Mais ici, il ne s'agit que de se souvenir de ce qui avait été mis en évidence pour trois des quadrilatères. Ces propriétés lui permettent alors de définir le carré comme quadrilatère ayant toutes ces caractéristiques. Là encore, l'environnement tracenpoche n'est pas utilisé ici comme milieu pour donner à voir les propriétés. Nous pouvons l'interpréter de deux manières, non exclusives l'une de l'autre. Les habitudes de classe sont installées dans l'environnement papier-crayon : le professeur et les élèves sont dans cette référence. Ils parlent du carré qu'ils ont devant les yeux. Le déplacement dans l'environnement tracenpoche qui donne à voir l'ensemble des quadrilatères ayant les mêmes propriétés est nouveau, tant du point de vue du professeur que des élèves. Ici, c'est le déplacement exploratoire qui est mis en œuvre dans les binômes, et pourtant il n'est pas rendu public. Autrement dit, la phase d'institutionnalisation porte uniquement sur les quadrilatères, elle ne fait pas référence aux connaissances instrumentales.

### **5.3.3 - JA3\_S5\_M\_A\_Pr (8 min.)**

L'enjeu est de faire reconnaître un carré dans l'environnement tracenpoche du point de vue d'Alex (A) et Prune (Pr). Nous découpons en cinq étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les deux élèves savent que le déplacement des points permet de voir la nature du quadrilatère.

Des éléments du milieu : les élèves ont suivi un programme de construction. Ils ont à déterminer la nature du quadrilatère.

Présentation de ce moment : Les élèves ont construit la figure à partir du programme de construction.

Les time code sont ceux du film de la classe. Les tours de parole sont indépendants du film de la classe.

## **Description**

### étape 1 : lecture de la question

Les deux élèves ont suivi le programme de construction (5 min.) : ils n'ont pas eu d'hésitation dans le choix des boutons. Ils arrivent à la dernière question. Prune lit la question (tdp 38, min. 28:08, Pr « *Que peux-tu dire du quadrilatère ABCD ? Ben c'est un carré* »). Alex acquiesce et enchaîne sur la nécessité d'écrire sur la feuille la réponse qu'ils viennent de trouver (tdp 39, A : « *Ben on met le quadrilatère est un carré* »). Puis ils demandent au professeur s'ils peuvent rendre invisibles les traits de construction. Ce dernier confirme (min. 30:04, tdp 46, P : « *Vous avez le temps* »).

### étape 2 : les effets du déplacement

Les deux élèves ont demandé au professeur s'ils pouvaient rendre invisibles les traits de construction. Mais avant cela les élèves manipulent leur construction. Ils déplacent le cercle de centre B passant par A, le point B, le point A, le cercle de centre A passant par B. Avant de rendre invisibles les traits de construction, ils ajustent le carré de sorte qu'il occupe l'écran en position horizontale (cf illustration 36).

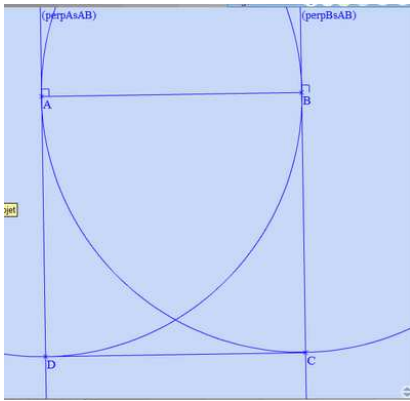


Illustration 36

#### étape 3 : intervention collective du professeur

Le professeur se déplace auprès des binômes. Il explique alors à tous les élèves ce qu'il a vu dans les groupes, à savoir une réponse par un seul mot (min 34:13, tdp 47, P : « *On n'y répond pas simplement par ben voilà, c'est ça* »). Il prend un exemple (P : « *Ben c'est un je ne sais quoi, c'est un losange* »). Puis il explique ce qu'il attend, à savoir une justification de la réponse (min. 43:48, P : « *On explique pourquoi, on explique ce qui nous permet de dire ça* »).

#### étape 4 : les effets de l'intervention du professeur sur le binôme d'Alex et Prune

Les deux élèves ont rendu invisibles les traits de construction (cf illustration 37). Dès que le professeur a terminé, les deux élèves déplacent le point B (cf illustration 38). Puis Prune annonce qu'il a quatre angles droits (min. 35:05, tdp 48, Pr : « *Il a quatre angles droits, parce que regarde !* »).

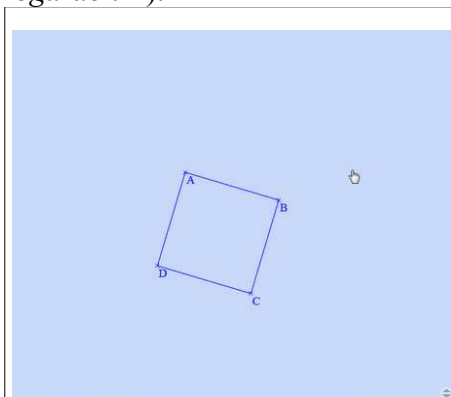


Illustration 37

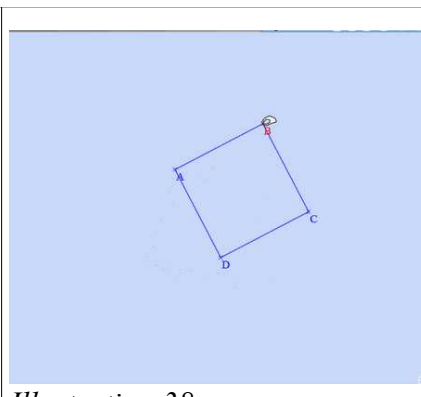


Illustration 38

Elle rend visible les traits de construction et compte les quatre angles droits (cf illustration 39).

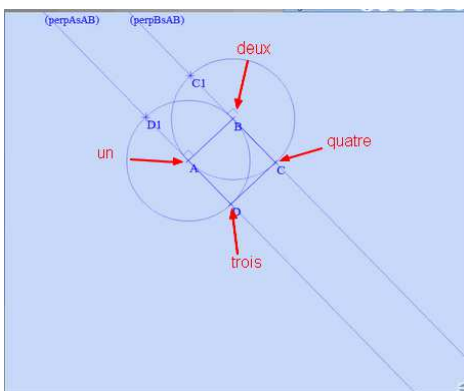


Illustration 39

Quant à Alex, il propose de compléter sur la feuille (tdp 49, A : « *Est un carré car il a quatre angles droits* »).

### étape 5 : intervention du chercheur

Le professeur-chercheur arrive auprès du binôme. Il demande des éclaircissements (min. 36:05, tdp 51, PR : « *Quatre angles droits, ça suffit ?* »). Prune s'empresse de confirmer. Alex complète par l'égalité des longueurs des côtés (tdp 53, A : « *Les côtés sont de même longueur* »), ce que Prune confirme.

### **Analyse**

Du point de vue des élèves, ils ont reconnu un carré dès qu'ils ont terminé la construction. Comme nous l'avons repéré dans la situation 3, la reconnaissance du carré est immédiate chez les élèves. À ce moment-là, les rétroactions du milieu sont insuffisantes pour conduire les élèves à expliciter spontanément les propriétés caractéristiques du carré.

Comme le professeur le leur a précisé dans la phase de définition, les élèves sont dans le contrat de manipulation. Ils déplacent des points. Mais les effets du déplacement ne sont pas interprétés, voir même le déplacement est détourné : les élèves choisissent de placer le carré dans une position particulière. À ce stade, le déplacement n'a aucune raison d'être du point de vue des élèves : ils ont reconnu le carré avant même de déplacer. Ils ne déplacent que pour répondre à la demande du professeur.

La situation à elle seule ne permet pas aux élèves d'éprouver la nécessité de justifier leur réponse. Seule l'intervention du professeur peut conduire les élèves à changer de contrat. Le changement de contrat conduit les deux élèves à déplacer le point B et à regarder : le point B est déplacé pendant 14 secondes avant de conclure à la présence des quatre angles droits. Autrement dit, ici, dans l'environnement tracenpoche, le carré est reconnu en tant que quadrilatère conservant quatre angles droits au cours du déplacement du point B, les angles droits sont perçus quelle soit la position des points. Puis la justification proposée par Prune s'appuie ensuite sur les traits de construction qu'elle rend visibles. Elle dénombre alors les angles. Elle commence par les angles « un » et « deux », qui sont effectivement codés avec les symboles, puis elle termine par les angles « trois » et « quatre », qui ne le sont pas. Du point de vue de ces élèves, le fait que les angles droits résistent au déplacement n'est pas une justification. Ils éprouvent la nécessité de voir les traits de construction pour conclure. La spécificité du déplacement exploratoire qui consiste à voir que les angles droits restent des angles droits au cours du déplacement n'est pas suffisante. Cette technique nouvelle propre à l'environnement tracenpoche n'est pas accessible à ce moment-là.

Pour résumer, le professeur donne à voir aux élèves qu'ils ont à déplacer les points dans l'environnement tracenpoche dans la phase de définition. Dans la phase de régulation, il explique que toute réponse doit être justifiée. Cette intervention fait signe aux élèves de déplacer pour justifier leur réponse. Par contre, la justification ne passe pas par le seul déplacement exploratoire. Les élèves détournent une connaissance instrumentale, le bouton « cacher/montre » pour justifier les angles droits.

La question du professeur-chercheur quant aux conditions nécessaires et suffisantes induit une réponse attendue de la part des élèves. Par effet de contrat, les élèves savent qu'ils ont quelque chose à ajouter. Ils ont appris que le carré a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur. Nous voyons ici que l'effet de contrat l'emporte sur les rétroactions du milieu, l'égalité des longueurs n'est pas mise en évidence sur la figure, ni par le déplacement des points, ni par la présence des cercles.

Pour conclure relativement à ces deux moments spécifiés en tant que jeu d'apprentissage, la reconnaissance du carré avec les techniques nouvelles propres à l'environnement tracenpoche n'est pas encore effective, tant du point de vue des élèves que du professeur. Le professeur ne montre pas les effets du déplacement, les élèves déplacent les points sans pour autant interpréter le déplacement. Les spécificités de l'environnement tracenpoche ne sont pas exploitées.

### 5.3.4 - JA4\_S5\_M (44 min.)

L'enjeu est de faire voir les éléments caractéristiques du cercle. Nous découpons en trois étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de reproduire une figure dans l'environnement papier-crayon.

Des éléments du milieu : les élèves ont à reproduire une figure particulière dans l'environnement tracenpoche.

Présentation de ce moment : Les élèves ont à construire un cercle tangent intérieurement au carré dans l'environnement tracenpoche.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de la classe.

## Description

### étape 1 : la consigne

Le professeur établit un lien entre ce que les élèves ont à l'écran et ce qu'ils ont fait dans l'environnement papier-crayon (cf illustration 40).

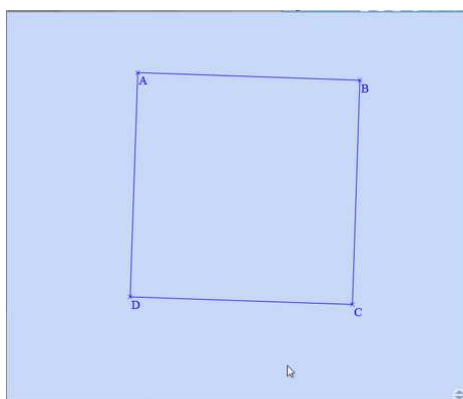


Illustration 40

Le carré étant tracé, les élèves ont à reproduire la figure qu'ils ont analysée précédemment (JA1\_S5\_M) et qu'ils ont reproduite dans l'environnement papier-crayon (min. 49:54, tdp 81, P : « Vous avez tous maintenant le début de la figure que vous avez tracée tout à l'heure en classe (...). On a le début, on a le carré, on va faire en sorte de terminer, donc d'ajouter quoi ? ») (cf illustration 41).

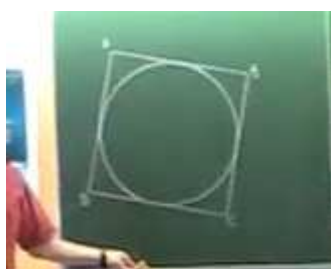


Illustration 41

Une élève Amel explique qu'il reste le cercle à tracer (tdp 82, A : « Ben, le cercle »). Le professeur insiste sur les liens entre le cercle et le carré (tdp 85, P : « Il allait falloir ajuster un cercle, qui ait certaines propriétés par rapport à notre carré »). Puis le professeur rappelle que la validation passe par le déplacement (tdp 85, P : « Rappelez-vous que sur tracenpoche, il faut pour que la figure soit juste, tracenpoche va nous prouver que la figure est juste, si en déplaçant certains points, on a toujours la même figure »). Puis il explique que le déplacement doit avoir pour effet de conserver la même figure, mais avec des dimensions différentes (tdp 87, P : « Pas les mêmes dimensions peut-être, mais toujours la même figure »). Il rappelle aux élèves qu'ils l'ont déjà fait dans l'environnement papier-crayon et qu'ils peuvent utiliser ces manières de faire (tdp 87, P : « Vous



*allez chercher comment faire, vous allez aussi vous rappeler de ce que vous avez dû faire sur le papier. Ce peut vous être utile »).*

#### étape 2 : recherche des élèves

De la même manière que précédemment, nous analyserons la recherche du point de vue d'un binôme de deux élèves dans un nouveau jeu d'apprentissage (JA5\_S5\_M\_A\_Pr). Nous nous intéresserons alors aux transactions entre ces deux élèves.

#### étape 3 : lien entre la construction dans l'environnement tracenpoche et l'écriture du programme de construction.

Le professeur demande alors d'arrêter les ordinateurs et d'écrire un programme de construction (min. 67:30, tdp 203, P : « *Maintenant, à la lumière de ce que vous avez fait sur le papier en classe, à la lumière de ce que vous venez de tracer sur tracenpoche, j'aimerais qu'on réfléchisse à un programme de construction de cette figure* »). Les élèves réfléchissent. Mais finalement, le professeur termine cette séance à un autre moment, en dehors de la présence du chercheur (temps estimé à 15 minutes).

### **Analyse**

On se rappelle que dans l'analyse de la figure (JA1\_S5\_M), le professeur a amené les élèves à donner les éléments caractéristiques du cercle, en évoquant le rayon (min. 6:06, P : « *Alors Lucie parle du rayon du cercle, il doit faire la même longueur que la distance entre le milieu du carré jusqu'à un point du côté du carré* »), en précisant le centre du cercle (tdp 81, Lo : « *Il faut que le carré et le rond aient le même milieu* ») ou encore en donnant le diamètre du cercle (tdp 94, P : « *Le diamètre du cercle fait la même mesure que ...* », tdp 95, E2 : « *A et B* »). Ces éléments n'ont pas nécessairement été utilisés dans la reproduction de la figure dans l'environnement papier-crayon. Par contre, ils sont indispensables dans l'environnement tracenpoche. La réticence dont fait preuve le professeur dans cette consigne est toute relative, puisque les éléments caractéristiques ont été nommés. C'est le décalage temporel qui donne une valeur de réticence dans cette consigne (« *Vous allez aussi vous rappeler de ce que vous avez dû faire sur le papier. Ce peut vous être utile* »).

Par ailleurs, le professeur rappelle le mode de validation dans l'environnement tracenpoche, le déplacement des points doit donner à voir la même figure (« *Tracenpoche va nous prouver que la figure est juste, si en déplaçant certains points, on a toujours la même figure* »).

Il établit ainsi un lien entre les relations du cercle et du carré (« *Évidemment, ça doit être lié au carré* ») et la validation (« *Rappelez-vous que sur tracenpoche, il faut pour que la figure soit juste...* ») : ces deux phrases sont exprimées l'une après l'autre. Le jeu est ainsi défini, les élèves savent qu'ils ont un cercle à tracer dans l'environnement tracenpoche, ils savent que ce cercle doit leur permettre de reproduire la figure qu'ils ont déjà construite dans l'environnement papier-crayon et savent que la figure est validée si elle reste la même au cours du déplacement des points.

Après avoir laissé les élèves mener leur enquête dans l'environnement tracenpoche, le professeur choisit de faire écrire un programme de construction : nous manquons d'éléments de description car la séance n'a pas été filmée. Nous pouvons uniquement avancer que c'est un moyen de verbaliser les actions effectuées dans l'environnement tracenpoche.

Nous présentons maintenant les deux élèves dans l'environnement tracenpoche, ce qui correspond temporellement à l'étape 2 du jeu d'apprentissage précédent JA4\_S5\_M. Nous étudions les transactions dans le binôme.

#### **5.3.5 - JA5\_S5\_M\_A\_Pr (18 min.)**

Enjeu : faire mettre en évidence les éléments caractéristiques d'un cercle du point de vue d'un binôme Alex (A) et Prune (Pr).

Des éléments du contrat : les élèves savent qu'ils ont à reproduire un cercle dans un carré sachant

que le carré est déjà tracé. Ils savent qu'ils doivent déplacer pour valider la construction.

Des éléments du milieu : le « dessin » à l'écran doit correspondre au « dessin » du professeur et le « dessin modifié par le déplacement » doit être lu comme conforme au « dessin » du professeur.

Présentation de ce moment : les élèves viennent d'entendre la consigne.

## Description

### étape 1 : construction des médiatrices des côtés du carré

Dès le début, Alex explique qu'il sait ce qu'il y a à faire (min 50:53, tdp 86, A : « *Je sais comment faire* »), avant même que le professeur ne laisse les élèves chercher (min. 51:23). Il montre à Prune qu'il faut tracer une droite (qui correspond à la médiatrice de [AB]) et le lui décrit en déplaçant le curseur (tdp 88, A : « *Il faut construire une droite, au milieu, perpendiculaire à ça* ») (cf illustration 42<sup>103</sup>).

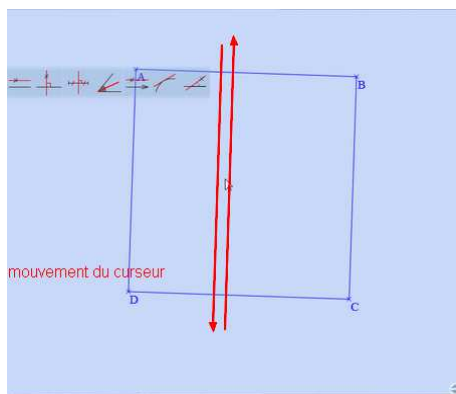


Illustration 42

Il déroule le menu des droites et va directement sur le bouton médiatrice (cf illustration 43).

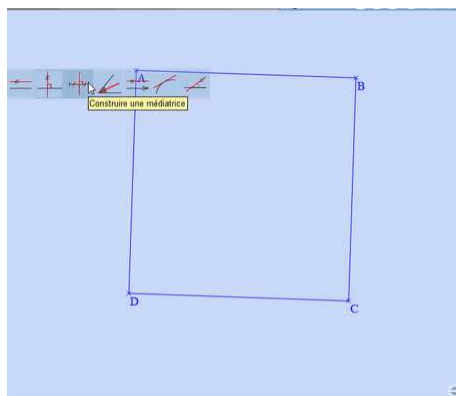


Illustration 43

Mais il ne connaît pas cette expression (tdp 89, A : « *C'est quoi, médiatrice ?* »). Tout en le disant, il sélectionne le bouton médiatrice, Prune l'encourage à essayer ce bouton inconnu (tdp 90, Pr : « *Essaie, on verra* »). Alex sélectionne et valide le segment [AB] (cf illustration 44).

<sup>103</sup>Les flèches indiquent le mouvement du curseur.

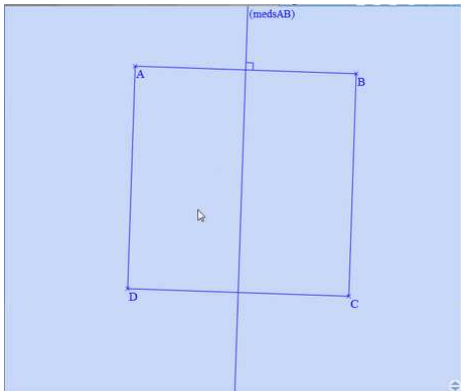


Illustration 44

Alex est surpris (tdp 91, A : « Ah ben ! ») et Prune lui demande de continuer sur le côté [BC] (tdp 92, Pr : « T'en fais une là »).

étape 2: construction effective du cercle

Alex propose une manière de faire mais Prune refuse. Alex trace alors la médiatrice de [AD], place le point E à l'intersection des deux médiatrices (cf illustration 45). Puis il construit les points F et G à l'intersection de la médiatrice de [AB] et des côtés du cercle. Enfin, il tente de tracer le cercle attendu. Mais le cercle orange ne correspond pas à ce qui est attendu (cf illustration 46).

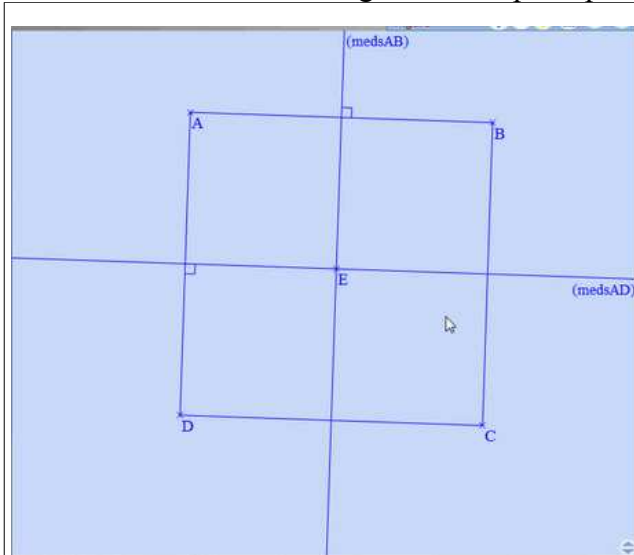


Illustration 45

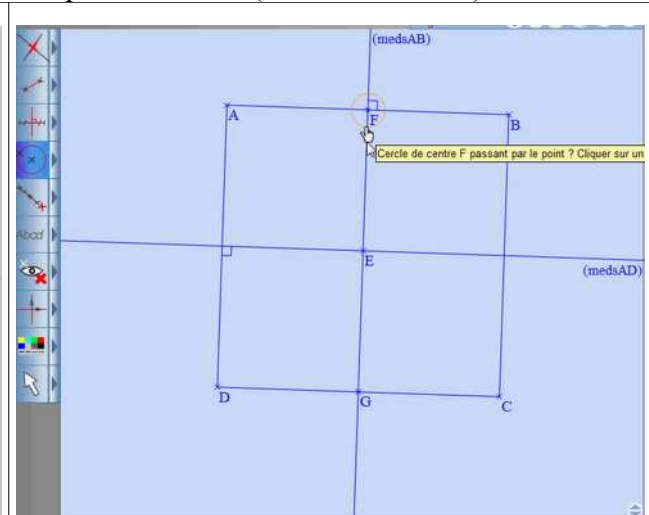


Illustration 46

Prune lui explique qu'il faut commencer par le point E (tdp 107, Pr : « Il faut commencer par le point E »). Alex garde la souris malgré les demandes répétées de Prune et trace le cercle de centre E et passant par F (cf illustration 47). Prune demande de vérifier (tdp 111, Pr : « Maintenant, faut voir si c'est juste »). Alex cherche à déplacer des points, mais la plupart sont fixes. Finalement, il déplace le segment [AB]. Ils concluent alors sur la validité de leur construction (A : « Bon, c'est juste », Pr : « Ouais ») (cf illustration 48).

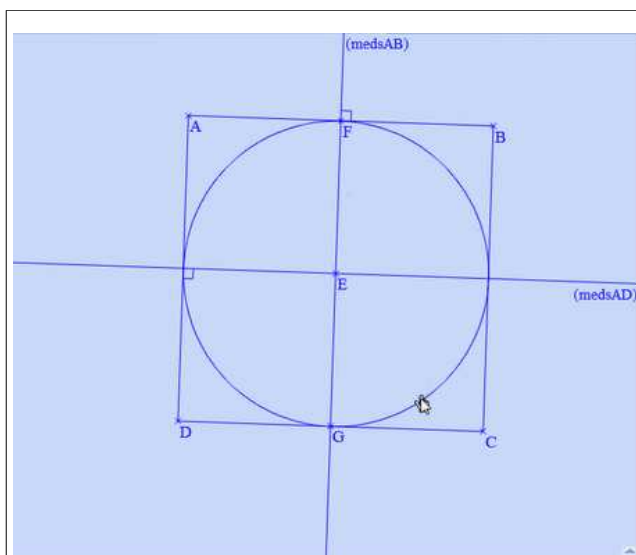


Illustration 47

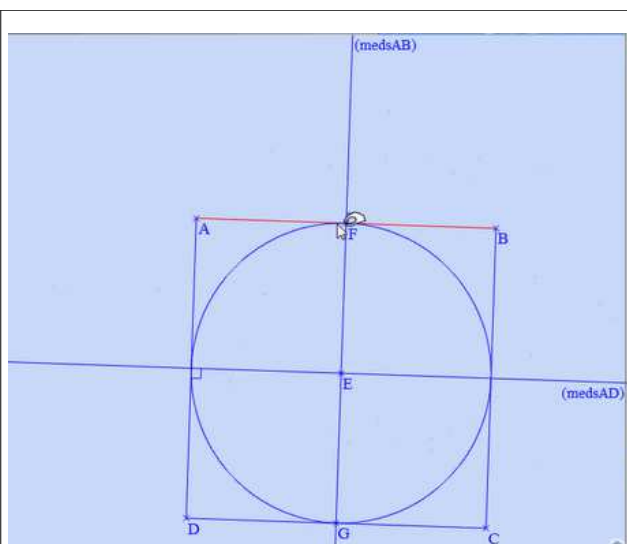


Illustration 48

### étape 3 : validation par le chercheur

Le chercheur-praticien arrive auprès du binôme et voit leur écran (cf illustration 49).

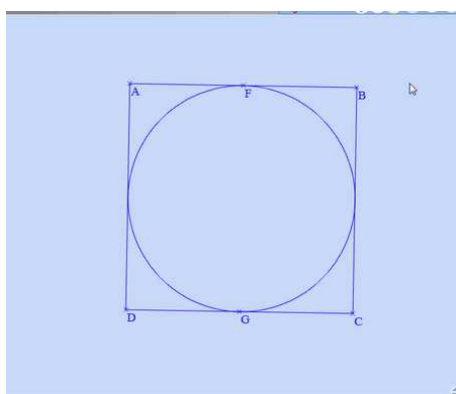


Illustration 49

Il leur demande de préciser ce qu'ils ont fait (tdp 117, PR : « *Qu'est-ce que vous avez fait vous ?* »). Prune explique en montrant le bouton médiatrice (Pr : « *On a fait ça* »). Elle comprend que ce n'est pas suffisant. Alors elle montre la construction cachée (cf illustration 50).

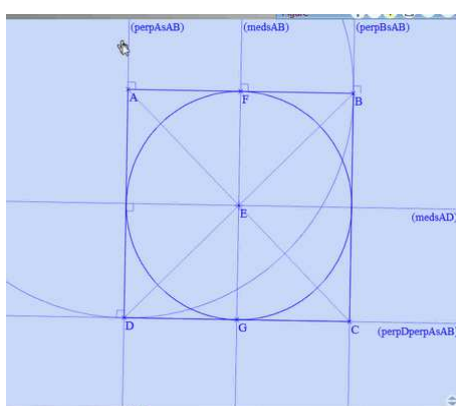


Illustration 50

Elle explique en montrant successivement les deux médiatrices, le point E déclaré comme point d'intersection. Puis PR revient sur la construction de la médiatrice de [AB]. Il demande aux élèves s'ils savent la définir, sans succès.

### étape 4 : obtenir une autre figure.

Le professeur propose à ceux qui ont terminé deux possibilités, soit les élèves trouvent une autre

manière de faire le cercle, soit ils obtiennent une nouvelle figure montrée au tableau. C'est cette deuxième possibilité que les élèves du binôme choisissent. Ils tracent les diagonales du carré, placent les points d'intersection du cercle et des diagonales. La présence des deux points d'intersection ne les questionne pas. Ils tracent alors le carré H1H1I1 (cf illustration 51). Pour tracer le cercle tangent au carré, ils utilisent la médiatrice des côtés du carré (tdp 171, A : « *Il faut faire une médiatrice* », tdp 172, Pr : « *C'est ça la médiatrice* »). Il place alors le point J à l'intersection des deux médiatrices (cf illustration 52).

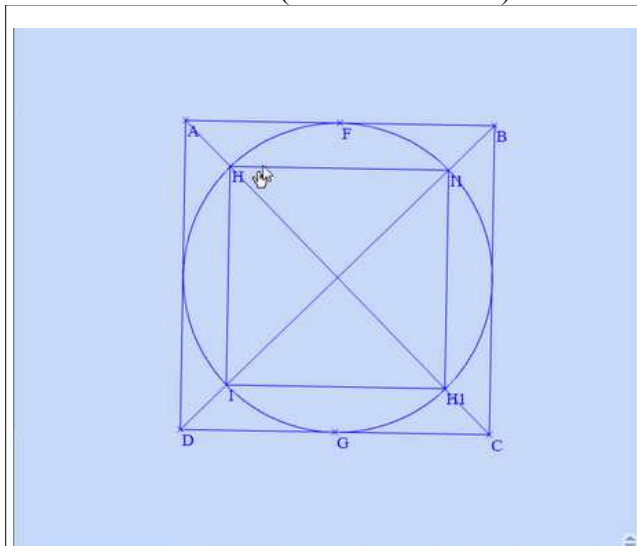


Illustration 51

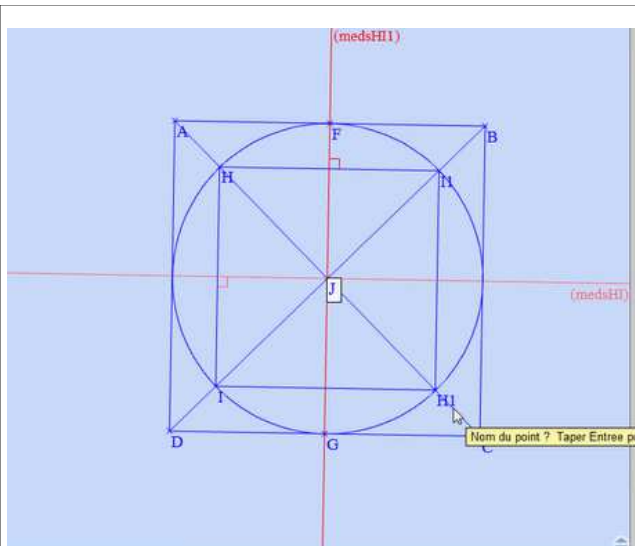




Illustration 52

## Analyse

Alex montre à Prune ce qu'il veut, puis il découvre, sans doute par hasard, un bouton dont le dessin correspond à ce qu'il veut , à savoir une droite qui passe par le milieu du segment [AB] (le codage / est identique de chaque côté) et qui lui est perpendiculaire (le codage ) (A : « *Il faut construire une droite, au milieu, perpendiculaire à ça* »). Autrement dit, l'environnement tracenpoche permet à ces deux élèves d'établir un lien entre les codages contenus dans les boutons de tracenpoche et les propriétés mathématiques. Ils n'ont pas à connaître la notion de médiatrice pour utiliser cette notion. Le symbolisme utilisé dans le bouton « *médiatrice* » fait signe aux élèves des propriétés mathématiques attendues.

Du point de vue des connaissances instrumentales de ces deux élèves, nous voyons qu'ils sont plutôt familiers avec l'environnement tracenpoche. Ils savent que les points qui définissent le cercle doivent être présents avant que le bouton « *cercle* » ne soit sélectionné. Ils ont placé les points E et F au préalable. C'est un effet de contrat : le symbolisme utilisé dans le bouton « *cercle de centre donné passant par un point donné* » fait signe. Par contre, l'ordre de sélection des points pour tracer le cercle de centre E et passant par le point F n'est pas connu des élèves. Plus précisément, le terme

« centre » qui apparaît sur le bandeau jaune ne fait pas signe Cercle de centre ? cliquer sur un point.

C'est le résultat obtenu à l'écran qui va leur permettre d'ajuster leurs connaissances (illustration 53). Le cercle orange ne correspond pas à ce qu'ils attendent.

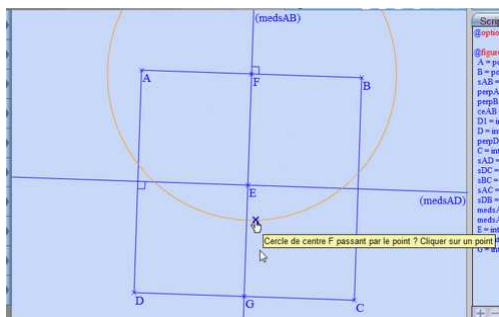


Illustration 53

Les connaissances mathématiques visées sont présentes : le cercle que les deux élèves parviennent à tracer est effectivement le cercle de centre E et passant par F. Mais de leur point de vue, le terme « centre du cercle » n'est pas significatif. C'est l'affichage du cercle orange (qui n'est pas validé) qui leur montre que ce n'est pas ce qui est attendu.

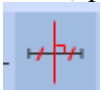
Les élèves savent qu'ils ont à déplacer pour valider la construction. Nous avons précisé que la validation est effective lorsque tous les points déplaçables sont effectivement déplacés. Nous voyons que cette nécessité n'est pas respectée. Le déplacement pour valider est mis en œuvre de manière partielle.

Un peu plus tard, les élèves ont masqué les traits de construction du cercle et du carré. Par conséquent, lorsque le professeur-chercheur vient à la rencontre des élèves, un travail de décryptage est nécessaire pour comprendre ce que les élèves ont fait. Il fait le choix de laisser les élèves expliquer. Autrement dit, la construction dans l'environnement tracenpoche est le support de l'explication. Un des élèves prend l'initiative de montrer les traits cachés. L'environnement tracenpoche garde les traces de la construction et l'élève décrit la chronologie de la construction. Une connaissance des potentialités de l'environnement tracenpoche permet donc à l'élève de garder des traces, mémoire de sa construction. Nous voyons ici, que l'élève est capable de présenter la chronologie de la construction. Mais il ne peut pas nommer ce qu'il a utilisé. Ce que nous avons nommé technique forte est une technique qui permet de faire une « figure » dans l'environnement tracenpoche à l'aide d'actions, support d'un discours technologique. Dans le cas présent, ces actions dans l'environnement tracenpoche ne sont pas verbalisées ensuite par les élèves, malgré les traces de construction.

Enfin, dans la dernière étape de la construction, nous rendons compte ici d'une évolution dans les connaissances mathématiques des deux élèves. Nous allons montrer comment la médiatrice devient un outil pertinent dans la construction des différents cercles.

(pendant l'étape 1)

phase 1 : au début de la construction, Alex sait comment faire et il explique qu'il va tracer la droite qui passe par le milieu et qui est perpendiculaire (cf illustration 43).

phase 2 : il rencontre, par hasard, dans le menu des droites le bouton qui symbolise le milieu et la perpendiculaire . Il lit l'information concernant ce bouton, à savoir médiatrice. Il ne sait pas

ce que ce mot signifie.

phase 3 : il sélectionne malgré tout ce bouton, encouragé par sa voisine Prune.

phase 4 : dans la mesure où le résultat obtenu correspond exactement à ce qu'il voulait, il renouvelle l'expérience en traçant la médiatrice de [AD], mais il n'éprouve pas le besoin de nommer ce nouvel objet.

(pendant l'étape 4)

phase 5 : pour tracer le deuxième cercle (cf illustration 52), Alex veut déterminer son centre. Il explique à Prune qu'il faut tracer une médiatrice et Prune lui montre ce qu'est le bouton médiatrice.

Les deux élèves ne parlent plus de la perpendiculaire qui passe par le milieu comme au début. Ils utilisent le mot de vocabulaire qu'ils ont appris « médiatrice » en lien avec la perception qu'ils en

ont. Évidemment, l'environnement tracenpoche rend implicite le lien entre la médiatrice et le segment auquel se rattache la médiatrice. L'élève a sélectionné et validé le segment parce qu'il veut que la médiatrice de ce segment passe par son milieu. Il ne s'agit donc que d'une première approche de cette notion.

L'environnement tracenpoche devient le lieu d'une découverte, la notion de médiatrice, probablement due au symbolisme du bouton « médiatrice ». Cette notion est fonctionnelle : elle permet de faire ce qui est attendu. Elle n'est pas développée du point de vue des mathématiques, les élèves parlent de médiatrice et non de médiatrice d'un segment.

## **5.4 - Conclusion par rapport à cette classe**

### **5.4.1 - Rappel de la chronologie**

Le professeur de cette classe a choisi de faire reconnaître le cercle tangent intérieurement au carré (JA1\_S5\_M) et de le faire reproduire dans l'environnement papier-crayon dans la séance 1. Puis, au cours de la séance 2, dans l'environnement tracenpoche, les élèves ont à suivre un programme de construction pour obtenir un quadrilatère. Ils doivent alors reconnaître un carré (JA2\_S5\_M et JA3\_S5\_M\_A\_Pr). À partir de ce dernier, ils doivent tracer un cercle tangent intérieurement à ce carré, de sorte à obtenir la « figure » analysée au départ (JA4\_S5\_M et JA5\_S5\_M\_A\_Pr). Enfin, dans la séance 3, le professeur demande aux élèves d'écrire un programme de construction leur permettant d'obtenir la « figure » de départ, le cercle tangent intérieurement à un carré.

### **5.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **5.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Nous cherchons à analyser le statut des éléments géométriques dans cette classe et à voir comment il évolue au cours de la situation 5.

Dans la séance 1, l'analyse de la « figure » construite au tableau repose uniquement sur la perception. Les élèves reconnaissent un carré et un cercle de manière perceptive. Autrement dit, les élèves sont dans un contrat de dessin. Ils ne justifient pas leur assertion. À ce stade, nous pouvons dire qu'ils travaillent avec le « dessin » qui est au tableau.

Au cours de cette analyse (JA1\_S5\_M), le professeur choisit alors de mettre en évidence les éléments caractéristiques du cercle. Ce qui est intéressant à noter, c'est que le professeur insiste auprès des élèves pour obtenir le terme « cercle » au lieu du terme « rond ». La différence est explicitée par la mise en évidence des éléments caractéristiques. Autrement dit, le vocabulaire différent signifie la prise en compte des relations géométriques et donne à voir le changement de contrat, passant ainsi au contrat de « figure ». Il n'est pas question de justifier pourquoi le point de tangence du cercle et du carré est le milieu du côté du carré. Il s'agit uniquement de définir le cercle à partir de ses éléments caractéristiques.

Dans cette séance, ce qui de l'ordre de la « figure », c'est la mise en évidence des éléments du cercle. La manière de le faire est perceptive. C'est la construction du cercle dans l'environnement tracenpoche (et dans l'environnement papier-crayon) qui fera dépasser la simple déclaration.

Dans l'environnement tracenpoche, le professeur revient sur ces éléments caractéristiques (JA4\_S5\_M). Nous voyons la mise en œuvre des deux élèves (JA5\_S5\_M\_Pr). Ces deux élèves déclarent les deux points, le centre et le rayon avant de tracer le cercle. Autrement dit, quand ils



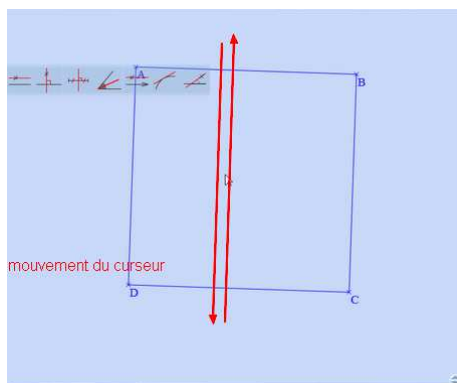
veulent construire un cercle, ils le font à partir des éléments qui le caractérisent. Nous pouvons dire qu'à ce moment, ils travaillent avec le cercle, en tant « figure » définie par ses éléments caractéristiques. Ce qui est remarquable dans le cas étudié, c'est que les deux élèves « voient » le lieu de ces éléments caractéristiques. Avant de commencer, nous les voyons qui montrent ce qu'ils vont construire comme sur un « dessin ». Ils les construisent en utilisant des propriétés géométriques. Ils utilisent des fonctionnalités de l'environnement tracenpoche alors qu'ils n'ont pas la connaissance mathématique : ils sélectionnent le bouton « médiatrice », obtiennent ce qui est attendu et la « figure » résiste au déplacement. Ils utilisent les informations données dans la séance 1 concernant le centre du cercle qui est le centre du carré. Nous nous attendions à ce que le centre du carré soit défini par le point d'intersection des diagonales, mais pas celui des médiatrices des côtés, et encore moins en utilisant le bouton « médiatrice ».

Concernant la reconnaissance du carré, aucun travail de reconnaissance par les instruments n'est fait dans l'environnement papier-crayon. Par contre, dans l'environnement tracenpoche, une étude du carré, en tant qu'ensemble de quadrilatères ayant les mêmes propriétés est menée. Le professeur demande aux élèves de manipuler la « figure » (JA2\_S5\_M). Lorsque le quadrilatère est construit, les élèves déplacent le quadrilatère (JA3\_S5\_M\_A\_Pr). À ce niveau, le carré est donc appréhendé comme une « figure », ensemble de dessins ayant la même propriété. L'intervention du professeur modifie la manière de voir la figure du point de vue des élèves. Ils reviennent momentanément au statut de « dessin », en annonçant la reconnaissance perceptive de quatre angles droits sur le dessin obtenu à l'écran à ce moment-là. Ils justifient alors cette assertion en s'appuyant sur le codage partiel de la figure, qu'ils font réapparaître. En effet, il n'y a que deux angles droits codés (les angles un deux), les autres (trois et quatre) ne le sont pas. Mais les élèves ne font pas la différence. Ainsi, la reconnaissance des quatre angles droits ne semble pas passer par l'appréhension de la « figure », en tant qu'objet mathématique dont toutes les propriétés (quatre angles droits codés) ont été déclarées. Concernant la reconnaissance des côtés de même longueur, nous pensons qu'elle découle de la reconnaissance du carré et de l'intervention du chercheur-praticien (PR). Ce dernier donne à voir aux élèves que l'argument des angles droits est insuffisant. Dans le même temps, les propriétés du carré sont connues des élèves, en particulier « un carré a ses côtés de même longueur ». D'un certain point de vue, les élèves s'appuient sur une propriété mathématique, même si elle est inappropriée dans le contexte (propriété et réciproque).

Dans la situation proposée aux enseignants, la construction du cercle tangent intérieurement au carré dans l'environnement tracenpoche doit mettre en évidence ses éléments caractéristiques. Nous avons présenté ici deux élèves Alex et Prune dans la classe de M. Ainsi, les connaissances instrumentales semblent installées : ils déterminent effectivement le centre et un point du cercle (cf JA5\_S5\_M\_A\_Pr). Autrement dit, nous pouvons avancer qu'ils savent que le cercle est déterminé à partir de ces deux points dans l'environnement tracenpoche. Nous manquons d'éléments d'analyse concernant le tracé des élèves du cercle dans l'environnement papier-crayon. Nous n'avons que les productions des élèves. Par contre, le seul élément que nous pouvons apporter est l'absence de ces deux points dans l'environnement papier-crayon. Pour tracer le cercle, les deux élèves ont effectivement placé le centre du cercle à l'intersection des diagonales du carré (qui correspond à E de l'environnement tracenpoche). Mais il n'y a pas de trace concernant le deuxième point (qui correspond à F de l'environnement tracenpoche). Contrairement à notre hypothèse de départ où le déplacement ne valide pas le cercle, parce que ses éléments caractéristiques n'ont pas été déclarés, les élèves déclarent les deux points E et F avant de déplacer. Ils agissent comme si cette connaissance instrumentale et mathématique était établie dans l'environnement tracenpoche, alors que, dans l'environnement papier-crayon, cette nécessité n'est pas apparue (il n'y a que le point E). Autrement dit, une technique nouvelle mise en œuvre par les élèves est de placer les points E et F dans l'environnement tracenpoche.

Par ailleurs, l'utilisation du bouton « *médiatrice* » est un exemple de ce que peut être l'insuffisance technologique des instruments dans l'environnement tracenpoche. Initialement, nous avons envisagé

l'insuffisance technologique pour les instruments usuels de tracé tels que la règle, l'équerre ou le compas. Dans le cas présent, nous mettons en évidence comment les élèves peuvent rendre faible une technique nouvelle dans l'environnement tracenpoche. Ainsi, les élèves veulent tracer une droite qu'ils décrivent par un mouvement de la souris, visible sur nos enregistrements (cf illustration 54).



*Illustration 54*

Les élèves tracent ainsi une droite qui correspond à ce qu'ils attendent, tout en ignorant le sens du mot « *médiatrice* » et ses propriétés. Pourtant le résultat obtenu est une « figure » en cela que les propriétés mathématiques sont déclarées et le déplacement valide la construction. Autrement dit, contrairement à ce que nous avons pensé, l'environnement tracenpoche peut également conduire les élèves à utiliser des instruments, ici le bouton « *médiatrice* », sans référence à un discours mathématique basé sur les propriétés.

#### **5.4.4 - Initiatives du professeur**

Le professeur choisit de faire établir la relation géométrique entre le cercle et le carré, le cercle étant tangent intérieurement au carré. Pour donner à voir cette relation, il introduit le verbe « couper ». Il insiste donc sur les questions de vocabulaire en géométrie pour développer un langage commun.

Pour vérifier que la recherche des éléments caractéristiques du cercle est effective, le professeur choisit de renouveler l'expérience avec la construction d'un autre cercle et d'un autre carré. Le binôme étudié parvient sans difficulté à continuer le procédé. Cependant, nous notons que le professeur ne rend pas publique la manière de faire. Ainsi, nous avons deux élèves Alex et Prune qui ne peuvent pas partager leur expérience sur la médiatrice. Nous pouvons imaginer également des élèves qui ne seraient pas parvenus à faire la construction, le saut informationnel entre l'environnement papier-crayon et l'environnement tracenpoche étant trop grand : le compas permet de tracer un cercle qui s'approche des bords du carré ce que le cercle orange de l'environnement tracenpoche permet visuellement, mais le résultat ne résiste pas au déplacement.

Nous allons maintenant nous intéresser à la classe de PB

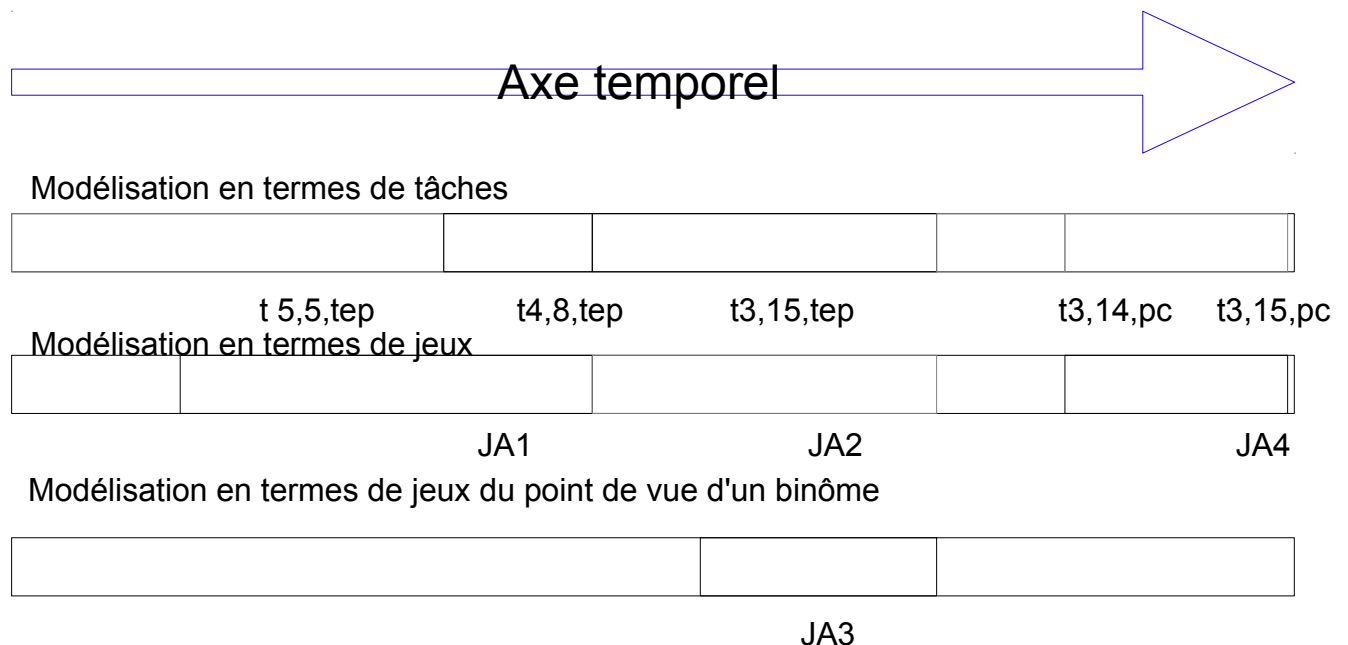
## **6 - Dans la classe de PB**

### **6.1 - Une mise en intrigue dans la classe de PB**

La première séance se déroule dans la salle informatique (43 min.). Tout en dictant les phrases du programme de construction, le professeur fait nommer les éléments constitutifs de la figure à obtenir, pour pouvoir faire justifier la nature du quadrilatère ABCD. Nous avons modélisé ce moment sous forme de jeu d'apprentissage, noté JA1\_S5\_PB, dont l'enjeu est de faire reconnaître un carré. Ensuite, le professeur demande aux élèves de tracer un cercle, en prenant appui sur le modèle, tâche notée t3,15,tep. Nous avons modélisé ce moment par un jeu d'apprentissage, noté JA2\_S5\_PB, dont l'enjeu est de faire expliciter les éléments caractéristiques du cercle, et nous analyserons un binôme Florie et Shadé, à l'intérieur de ce jeu d'apprentissage. Nous le modélisons sous forme d'un autre jeu d'apprentissage noté JA3\_S5\_PB\_F\_S.

La deuxième séance se déroule dans la salle de classe (16 min.). Le professeur demande de reproduire la figure en commençant par le carré, tâche notée t3,14,pc, puis en finissant par le cercle, tâche notée t3,15,pc. Les données filmiques ne nous permettent pas de proposer une chronologie satisfaisante. Cependant nous modélisons ce moment par un jeu d'apprentissage, noté JA4\_S5\_PB, dont l'enjeu est de faire utiliser dans l'environnement papier-crayon ce qui a été fait dans l'environnement tracenpoche.

## 6.2 - Représentation synoptique <sup>104</sup> :



avec

JA1\_S5\_PB (18 min.) : faire reconnaître collectivement le carré en partant des propriétés qui ont permis de le construire.

JA2\_S5\_PB (17 min.) : faire expliciter collectivement les éléments caractéristiques du cercle dans l'environnement tracenpoche.

JA3\_S5\_PB\_F\_S (12 min.) : faire expliciter les éléments caractéristiques du cercle dans l'environnement tracenpoche du point de vue d'un binôme Florie et Shadé

JA4\_S5\_PB : faire utiliser dans l'environnement papier-crayon ce qui a été fait dans l'environnement tracenpoche.

## 6.3 - Jeux d'apprentissages

### 6.3.1 - JA1\_S5\_PB (18 min.)

L'enjeu est de faire reconnaître collectivement le carré en partant des propriétés qui ont permis de le construire. Nous découpons en quatre étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves savent ce qu'est un carré. Ils connaissent de mieux en mieux les boutons de l'environnement tracenpoche. Ils ont l'habitude de la dictée, même s'il est d'usage que la dictée ait un autre but.

Des éléments du milieu : voir, pour les élèves, que les résultats de leurs actions dans l'environnement tracenpoche correspond aux phrases dictées par le professeur et en déduire des propriétés géométriques.

<sup>104</sup>La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 59 min.).

Présentation de ce moment : il s'agit du début de la séance.  
Les time code et les tours de parole sont ceux du film de classe.

## Description

étape 1 : faire tracer trois premiers points A, B et D du quadrilatère ABCD

Les élèves sont répartis par binômes dans la salle informatique. Le professeur s'installe derrière et peut voir tous les écrans (cf illustration 55).



Illustration 55

Le professeur explique ce qui va se passer (tdp 7, P : « Ça fera comme une dictée »). Il dicte les étapes de la construction (tdp 7, P : « Tracer un segment  $[AB]$  », tdp 9 « Tracer la perpendiculaire au segment  $[AB]$  passant par le point A », tdp 10 « Tracer le cercle de centre A passant par le point B », tdp 13 « Placer le point D à l'intersection du cercle et de la droite que l'on vient de tracer »). La construction de deux élèves à ce moment-là donne ceci (cf illustration 56) :

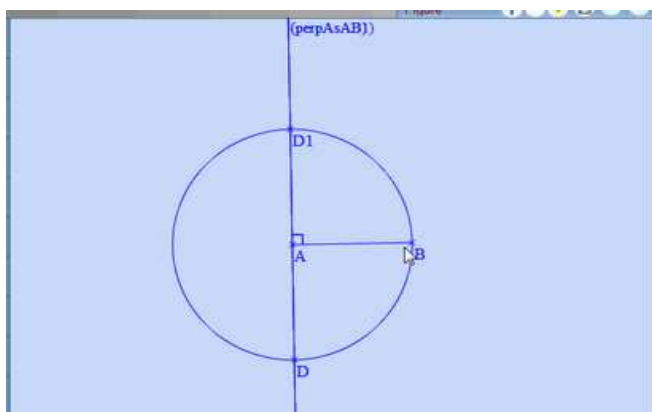


Illustration 56

Le professeur cherche à obtenir des informations sur la figure qui vient d'être tracée. Sa première question porte sur le segment  $[AB]$  (min. 14:06, tdp 23 : « Comment s'appelle le segment  $[AB]$  ? Quel autre nom peut-on lui donner ? »). Leïla répond et donne le mot attendu (tdp 26, L : « Un

rayon »). Le professeur acquiesce et demande de redéfinir ce mot (tdp 28, Sophie : « *C'est un segment qui commence au centre du cercle et qui finit sur les bords de l'autre cercle* »). Puis les élèves proposent une relation entre les deux perpendiculaires, elles sont parallèles (tdp 30, Sophie : « *Elles sont parallèles* »).

étape 2 : faire tracer le deuxième cercle, de centre B et passant par le point A et comparer les deux cercles.

Le professeur continue la dictée (min. 15:39, tdp 37, P : « *Tracer le cercle de centre B et passant par le point A* »). Puis il demande aux élèves de comparer les deux cercles (tdp 39, P : « *Comment sont les deux cercles ?* »). Les réponses des élèves sont immédiates (tdp 40, Marie : « *Ils se croisent* »). Cette réponse ne satisfait pas le professeur. Il décide alors de faire déplacer le point A. Une nouvelle réponse inadéquate est écartée (tdp 42, E : « *Ils sont jumeaux* »). Puis un autre élève Théophile explique alors que les cercles ont la même mesure. Le professeur adapte la réponse et explique que les cercles ont le même diamètre. La justification par les perpendiculaires est écartée. Puis Maëlle explique qu'ils ont le même rayon. Le professeur confirme (min. 17:51, tdp 57, P : « *Exactement, regardez, chacun, ils ont le même rayon en commun. Ils ont le rayon AB* »).

étape 3 : faire reconnaître le quadrilatère ABCD

Le professeur termine la dictée (tdp 60, P : « *Tracer le point C à l'intersection de la deuxième perpendiculaire avec le deuxième cercle* », tdp 63, P : « *Tracez-moi le segment [CD]* »). Puis il demande aux élèves de déplacer le point B (min. 20:30, tdp 64, P : « *Mettez-vous sur le point B* », tdp 65 : « *Il faut bouger la figure* »). Enfin, il demande de déterminer la nature du quadrilatère ABCD (tdp 66, P : « *Comment s'appelle le quadrilatère ABCD ?* »). La réponse est immédiate, un carré (min. 20:49, tdp 67, Oscar : « *Un carré* »).

étape 4 : faire justifier la nature du quadrilatère ABCD

Le professeur reformule la question quant aux raisons qui permettent de dire que c'est un carré (tdp 68, P : « *Qu'est-ce qui te permet de savoir que c'est un carré ? Avant même de mesurer avec la règle, j'aimerais que vous m'expliquiez si c'est vraiment un carré* »). Oscar en est convaincu (tdp 69, O : « *C'en est vraiment !* »). Le professeur insiste (tdp 70, P : « *Oui, mais pour quelles raisons ?* »). Enzo explique que le quadrilatère a quatre côtés égaux (tdp 71, E : « *Ça a quatre côtés égaux* »). Là encore le professeur attend une autre justification. Il va conduire les élèves à conclure sur l'égalité des longueurs en s'appuyant sur la notion de rayon, qu'il avait développée au cours des deux premières étapes (tdp 72 à 101). Le professeur conclut quant à la nature du quadrilatère qui a deux côtés parallèles et des côtés de même longueur (tdp 102, P : « *Conclusion : si j'ai deux côtés parallèles deux à deux et de même longueur, ce sera quoi ?* », Ma : « *Un carré* »). Le professeur demande alors de rendre invisibles les traits de construction. Par trois fois, Marie insiste auprès du professeur pour signaler la présence des angles droits (tdp 111, M : « *Il y a quatre angles droits* », tdp 113, « *Maître, il a aussi quatre angles droits* », tdp 119, « *Il y a quatre angles droits* »). C'est seulement la dernière fois que le professeur l'écoute et justifie la présence des angles droits (tdp 120, P : « *C'est normal qu'il y ait quatre angles droits, puisque c'est deux parallèles à chaque fois, qui se coupent de façon perpendiculaire* »). Puis le professeur demande de mesurer les longueurs. Un binôme d'élèves obtient les résultats suivants (cf illustration 57 et 58) :

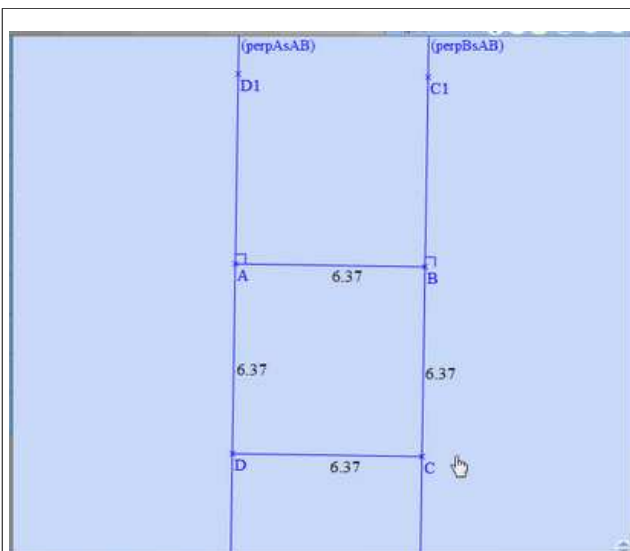


Illustration 57

Avant le déplacement du point B

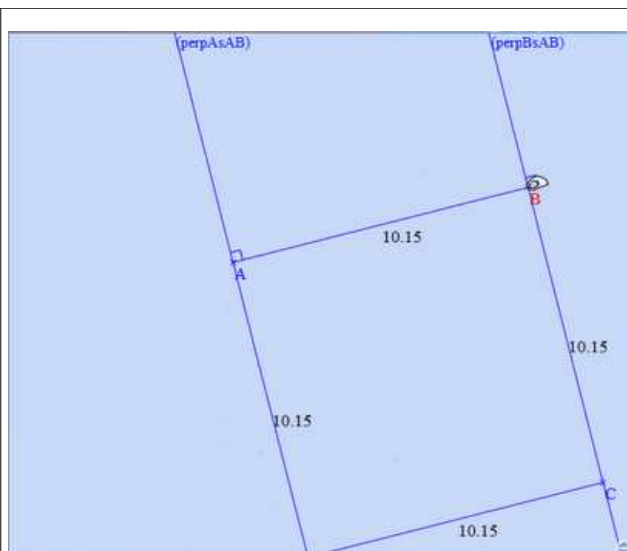


Illustration 58

Après le déplacement du point B

Le professeur s'adresse alors à un élève (tdp 126, P : « Ça conserve les mesures? »). Quentin réfute (Q : « Non ! »). Le professeur précise alors (tdp 128, P : « Ben si, ça conserve l'égalité des mesures »). Cette fois, Quentin approuve (tdp 129, Q : « Oui, mais l'égalité des mesures »). Le professeur donne alors la consigne pour l'exercice suivant.

## Analyse

Sous la dictée du professeur, les élèves ont d'abord commencé à tracer la figure (cf illustration 59).

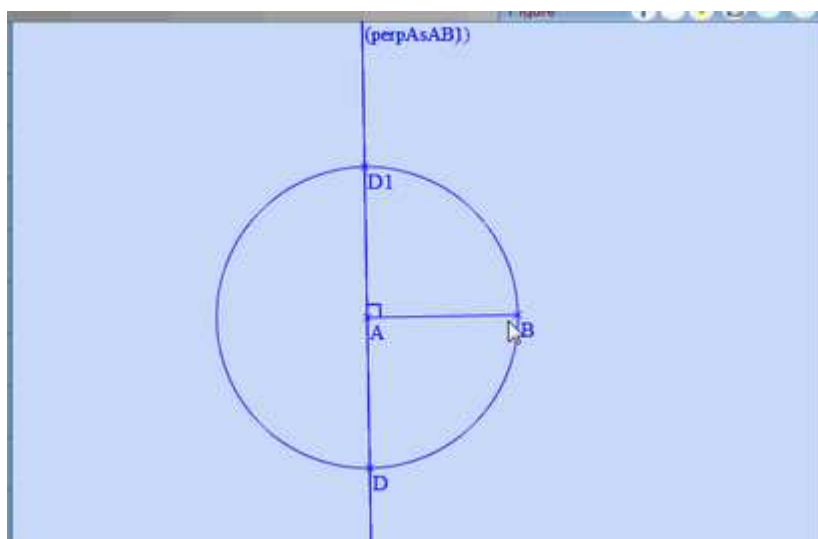


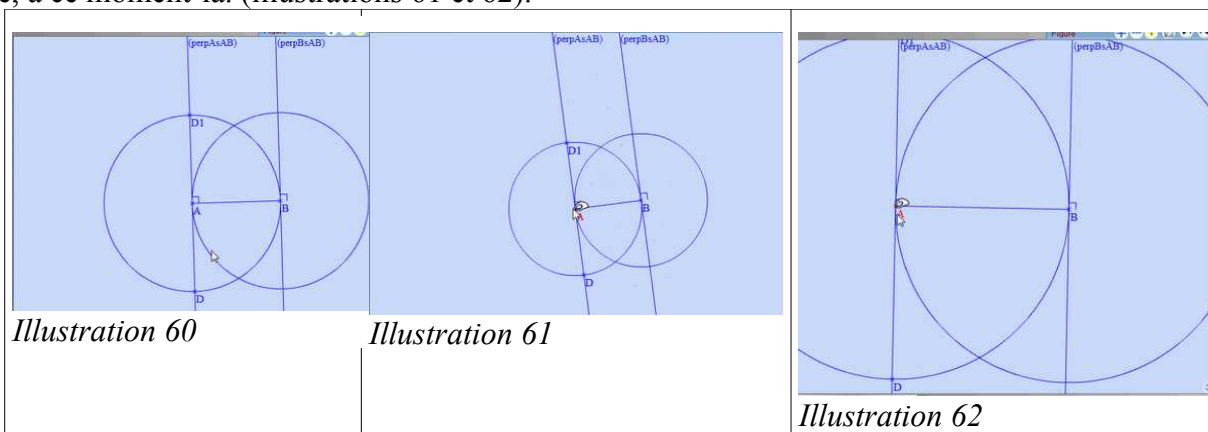
Illustration 59

Et le professeur fait une première pause dans la dictée. Il ralentit le temps didactique de la dictée. Il attire alors l'attention des élèves sur le cercle qu'ils ont tracé. Nous savons que les contraintes instrumentales de l'environnement tracenoche pour tracer le cercle de centre A et passant par le point B, sont telles qu'il faut sélectionner successivement le centre du cercle et un point du cercle. Donc, dans la dictée, le professeur choisit de formuler la phrase à partir de ces contraintes instrumentales. Or les élèves ont l'habitude de tracer le cercle à partir d'un centre (la pointe sèche du compas) et du rayon du cercle, soit à partir de son nom [AB] soit à partir de sa longueur AB. D'un point de vue mathématique, parler du rayon [AB] revient au même que parler du point B qui est sur le cercle de centre A. Pour le professeur, cette précision lui semble nécessaire du point de vue des



élèves. De plus, elle va servir d'appui ultérieurement pour justifier de l'égalité des longueurs : c'est donc un aménagement du milieu pour un raisonnement futur.

Puis, le professeur choisit de faire une deuxième pause dans la dictée. Il cherche à donner à voir que les cercles ont le même rayon. Dans la première étape, par effet de contrat, les élèves ont parlé spontanément de rayon pour le premier cercle : à l'écran le rayon  $[AB]$  du cercle est tracé. Par contre, dans cette deuxième étape, l'effet de contrat ne permet pas d'obtenir la réponse attendue. La construction est plus complexe du fait de la présence des perpendiculaires et du deuxième cercle (cf illustration 60). Le professeur s'appuie donc sur les potentialités du logiciel. Il s'attend donc à ce que les rétroactions du milieu donnent à voir aux élèves une relation entre les deux cercles au cours du déplacement d'un point. À titre d'exemple, nous illustrons ce qu'ont fait deux élèves, Florie et Shadé, à ce moment-là. (illustrations 61 et 62).



Le professeur donne à voir l'égalité des rayons des cercles en proposant aux élèves de les voir « grandir » ou « rapetisser » ensemble. Il prend appui sur ce que les élèves obtiennent à l'écran (P : « *Regardez* ») pour focaliser l'attention des élèves sur une justification mathématique (P : « *Ils ont le rayon AB* »).

Le professeur termine la dictée. La construction du quadrilatère ABCD est désormais terminée. La technique envisagée collectivement par le professeur est la technique de type perceptivo-théorique de reconnaissance notée  $\tau_{4,8,tep,2}$  dans notre analyse *a priori*. Ce qui est premier, c'est le déplacement du point B et la question concernant la nature est postérieure au déplacement. Autrement dit, le professeur donne à voir aux élèves la famille des quadrilatères ABCD obtenue par le déplacement du point B. La question sur la nature du quadrilatère porte donc sur cette famille de quadrilatères et non plus sur le quadrilatère ABCD à l'écran. Le professeur écarte d'emblée la technique perceptive de reconnaissance, notée notée  $\tau_{4,8,tep,1}$  dans notre analyse *a priori*. Il fait partager une technique nouvelle de reconnaissance dans l'environnement tracenpoche : donner à voir tous les quadrilatères qui ont les mêmes caractéristiques, ici être un carré.

Par contre les caractéristiques du quadrilatère qui résistent au déplacement ne sont pas nommés. C'est cette technique que le professeur fait mettre en œuvre dans l'étape 3. Nous avons envisagé également une troisième technique, notée  $\tau_{4,8,tep,3}$  qui consiste à repérer et à nommer les caractéristiques du quadrilatère qui résiste au déplacement, tel que l'égalité des longueurs des côtés et les angles droits. C'est ce que les élèves tentent de faire, en expliquant que « *Ça a quatre côtés égaux* » ou un peu plus tard « *Il y a quatre angles droits* ». Pourtant, ici, le professeur tente une nouvelle technique, basée sur les propriétés géométriques de la figure. Il fait justifier l'égalité des longueurs par un raisonnement déductif partiel prenant en compte les cercles : ces derniers ont le même rayon. Il peut ainsi montrer que trois côtés  $[AD]$ ,  $[AB]$  et  $[BC]$  ont la même longueur. La justification de l'égalité des côtés  $[AB]$  et  $[DC]$  est approximative (tdp 80, P : « *Puisque deux droites sont parallèles et bien, les perpendiculaires qui les coupent auront la même taille* »). Le raisonnement autour de l'égalité des longueurs, même s'il est incomplet ici, suffit à lui seul pour une justification. Pourtant, le professeur demande aux élèves de prendre la règle de l'environnement tracenpoche pour vérifier l'égalité des longueurs. Nous retrouvons ici un effet de contrat issu de

l'environnement papier-crayon, la validation de la construction passe par le contrôle des instruments, ici la règle. Ainsi, concernant l'égalité des longueurs le professeur met en œuvre trois techniques différentes, la technique du « déplacement », la technique du « raisonnement » et la technique de la « mesure ». Parmi ces trois techniques, seule la première avait été envisagée dans notre analyse *a priori*.

Concernant la reconnaissance de l'angle droit, c'est une élève, Marie, qui insiste pour relever cette caractéristique du quadrilatère (tdp 111, Ma : « *Il y a quatre angles droits* »). Il nous semble difficile de repérer comment comprendre cette assertion. Soit l'élève sait qu'un carré a quatre angles droits et dans ce cas, elle expose ainsi les propriétés du carré. Soit l'élève voit que le quadrilatère conserve ses angles droits au cours du déplacement, elle en déduit alors que c'est un carré. Le professeur prend en compte cette remarque et développe la technique précédemment utilisée, basée sur les propriétés géométriques. Là encore, le raisonnement est partiel (tdp 120, P : « *C'est normal qu'il y ait quatre angles droits, puisque c'est deux parallèles à chaque fois qui se coupent de façon perpendiculaire* »). L'analyse de la relation de perpendicularité existe dans l'environnement tracenpoche, mais elle n'a pas été introduite ni par le chercheur dans les situations, ni par le professeur dans la classe.

Un raisonnement mathématique, certes approximatif, a permis au professeur de justifier l'égalité des longueurs. Ce dernier propose de la vérifier par la mesure des longueurs des segments. Il donne à voir ce que signifie l'égalité des longueurs dans l'environnement tracenpoche. Il s'adresse à Quentin, mais toute la classe entend les échanges (les échanges sont enregistrés par la caméra qui filme la classe) (tdp 124-126, P : « *Même quand tu déplaces le point A, ça conserve les mesures ?* »). Quentin contredit le professeur (tdp 127, Q : « *Non* »). Le professeur insiste sur la conservation de l'égalité des longueurs au cours du déplacement (tdp 127, P : « *Ben si, ça conserve l'égalité des mesures* »). L'apport de cette précision convient à Quentin (Q : « *Oui, mais l'égalité des mesures* »). Autrement dit, le professeur, dans ses échanges avec Quentin, montre à l'ensemble de la classe ce que signifie l'effet du déplacement sur les longueurs, en parcourant la famille des carrés obtenue par le déplacement du point A.

### **6.3.2 - JA2\_S5\_PB (17 min.)**

L'enjeu est de faire expliciter collectivement les éléments caractéristiques du cercle dans l'environnement tracenpoche. Nous découpons en cinq étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude de reproduire une figure dans l'environnement papier-crayon.

Des éléments du milieu : les élèves ont à reproduire une figure particulière dans l'environnement tracenpoche.

Présentation de ce moment : les élèves découvrent l'exercice donné par le professeur dans l'environnement tracenpoche.

Les time code et les tours de parole sont ceux du film de classe.

## **Description**

### étape 1 : analyse de la figure « modèle »

Le professeur a programmé un exercice. Il a tracé un « modèle », un carré ABCD de centre E et un cercle de centre E et qui passe par F, F étant le milieu de [AB] (cf illustration 63).



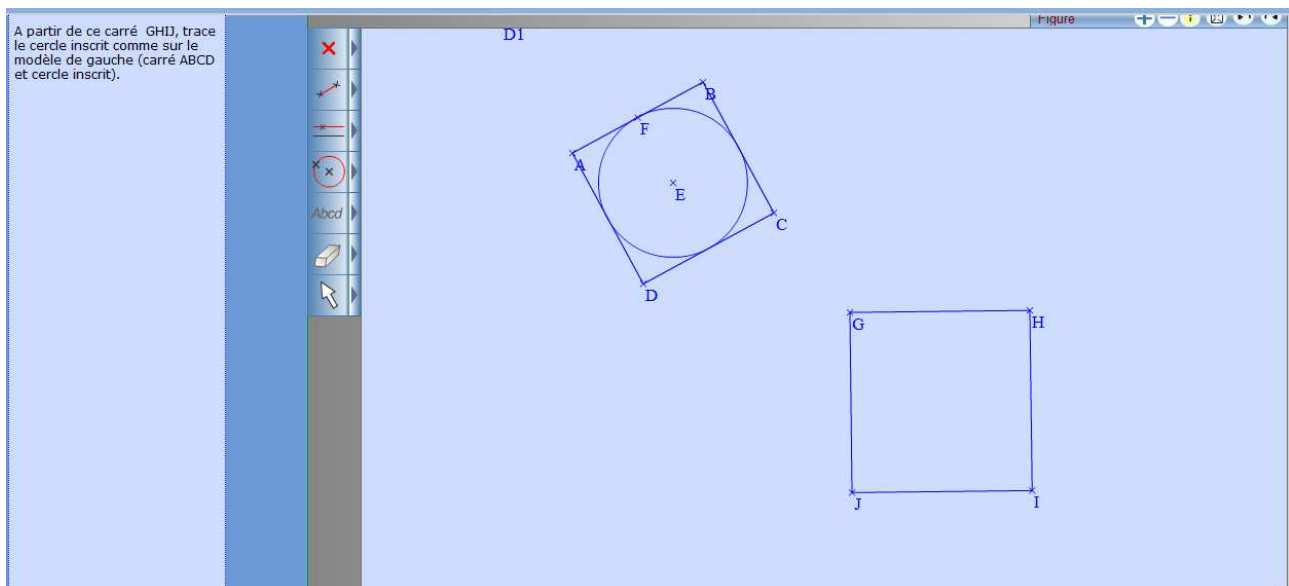


Illustration 63

Les boutons de construction disponibles sont les suivants : les trois types de points, segment et droite, parallèle et perpendiculaire, cercle défini par un centre et un point et cercle défini par un diamètre (cf illustration 64).

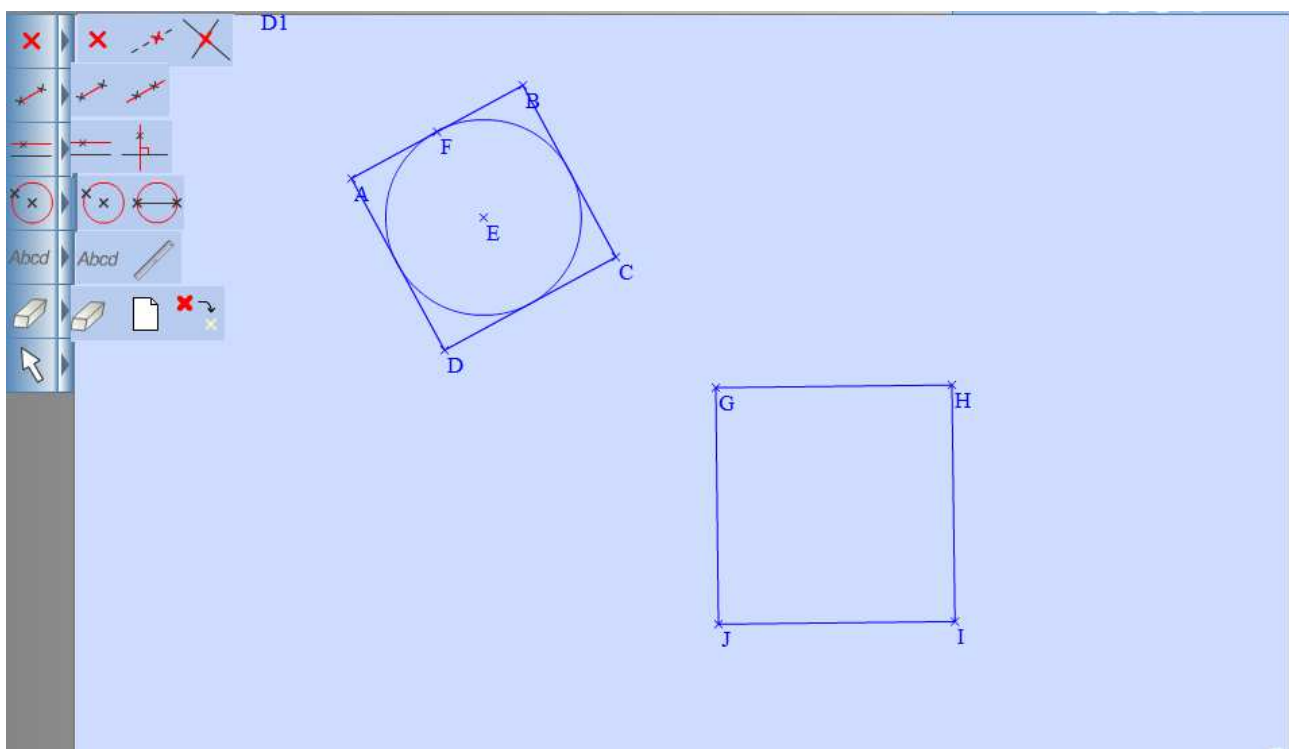


Illustration 64

Le professeur explique alors aux élèves ce qu'il leur a préparé (min. 31:19, tdp 132, P : « Vous avez devant vous une figure. Je vous dis dans la consigne que ABCD est un carré avec les propriétés qu'on connaît, et qu'il y a un cercle inscrit dans ce carré »). Puis il regarde alors le cercle du « modèle » (P : « Ce cercle, il est de centre E. Et vous voyez qu'il touche le carré, par exemple en, à quel point ? »). Un élève répond par le point F.

#### étape 2 : consigne

Le professeur indique alors qu'il a commencé la figure, en traçant le carré GHIJ. Il demande alors aux élèves de tracer un cercle, comme sur le modèle (tdp 134, P : « J'aimerais que vous me traciez

*un cercle pareil, comme dans l'exemple, un cercle inscrit »).*

### étape 3 : recherche en binôme

Nous analyserons la recherche du point de vue d'un binôme de deux élèves dans un nouveau jeu d'apprentissage (JA3\_S5\_PB\_F\_Sh). Nous nous intéresserons alors aux transactions entre ces deux élèves.

## **Analyse**

Le professeur décrit la figure de gauche, un carré ABCD et le cercle tangent intérieurement au carré. Il affirme la nature de ce quadrilatère et n'éprouve pas la nécessité de déplacer pour le justifier. Concernant le cercle-modèle, il donne à voir ses éléments caractéristiques le centre est le point E et un point du cercle est nommé F. Il ne dit rien concernant le lieu de ce point E, cependant il précise que le point E est le centre du cercle. Concernant le point F, il explique que le cercle touche le carré en F sans détailler davantage. D'un certain point de vue, il donne à voir le lieu des éléments caractéristiques (E et F). D'un autre point de vue, il fait preuve de réticence, puisqu'il ne dit pas ce qu'il y a à faire.

Le professeur définit le jeu. Les élèves doivent tracer un cercle. Pour donner à voir les contraintes sur la construction du cercle, le professeur explique oralement qu'il veut un cercle « *pareil, comme dans l'exemple, un cercle qui soit inscrit* ». Il précise qu'il a déjà tracé un carré dans l'environnement tracenpoche.

Les deux carrés, celui du modèle et celui de la reproduction n'ont pas le même nom : les habitudes dans l'environnement papier-crayon sont de tracer à l'identique la figure et de la nommer de la même manière. Le professeur n'évoque pas cette différence. À vrai dire, dans l'environnement tracenpoche, il n'est pas possible d'avoir deux points distincts qui portent le même nom. Mais cette contrainte instrumentale qui impose au professeur de modifier le nom des sommets de la reproduction n'est pas signalée.

Par ailleurs l'orientation des carrés est différente. Là encore le professeur a choisi de faire deux carrés orientés différemment mais il ne le précise pas. Il présente ABCD puis GHIJ comme deux carrés, il ne fait pas contrôler cette assertion par le déplacement des points.

Les élèves savent donc, ce qu'ils ont à tracer, un cercle pour avoir une reproduction à l'identique, implicitement à une orientation près ou aux dimensions près.

Nous présentons maintenant les deux élèves dans l'environnement tracenpoche, ce qui correspond temporellement à l'étape 2 du jeu d'apprentissage précédent JA2\_S5\_M. Nous étudions les transactions dans le binôme.

### **6.3.3 - JA3\_S5\_PB\_F\_S (12 min.)**

L'enjeu est de faire expliciter les éléments caractéristiques du cercle dans l'environnement tracenpoche du point de vue d'un binôme, Florie et Shadé. Nous découpons en cinq étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves savent qu'ils ont à reproduire un cercle dans un carré sachant que le carré est déjà tracé. Ils savent qu'ils doivent déplacer pour valider la construction.

Des éléments du milieu : le « dessin » à l'écran doit correspondre au « dessin » du professeur.

Présentation de ce moment : les élèves découvrent l'exercice.

Les time code sont ceux du film de classe. Les tours de parole sont indépendants du film de la classe.

## **Description**

### étape 1 : placer le centre du cercle.

Shadé a la souris. Elle sélectionne le bouton « *segment* » et trace les diagonales [GI] et [HJ]. Elle sélectionne le bouton « *point d'intersection* » et place le point K à l'intersection des diagonales du

carré GHIJ. Tout en traçant, elle explique à sa voisine ce qu'elle fait (min. 32:24, tdp 3 à 5, S : « Oui, regarde après tu relies. Comme ça tu trouves le milieu. Tu fais le point d'intersection et comme ça, hop. Et là ça te fait ton point, tu vois? ») (cf illustration 65).

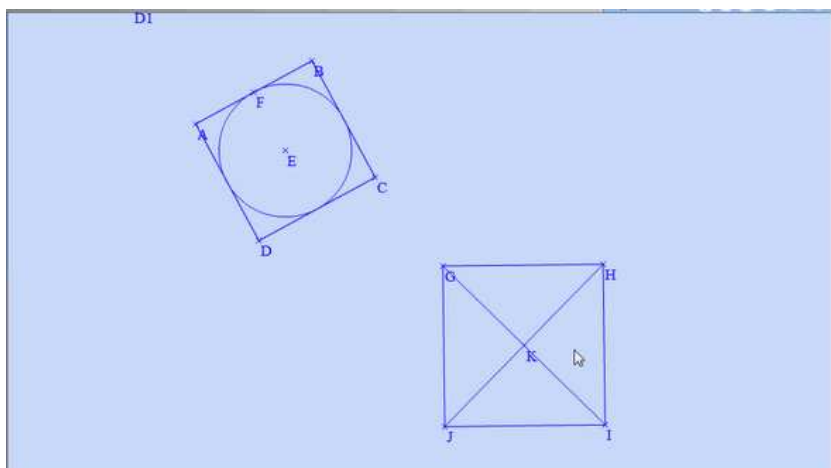

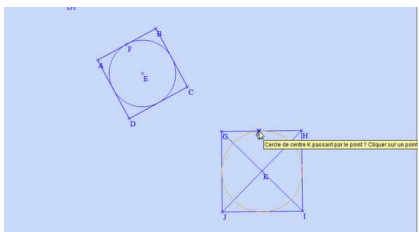
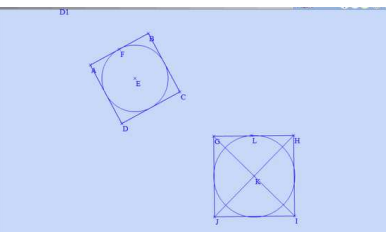
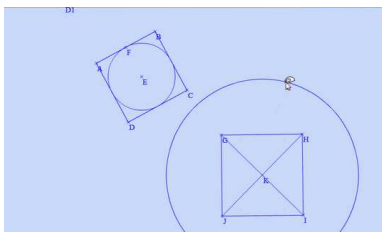


Illustration 65

étape 2 : tracé du cercle (essai 1)

Florie a désormais la souris. Elle sélectionne le bouton « cercle de centre donné et passant par un point donné » , elle sélectionne et valide le centre K, elle écarte le cercle orange de sorte qu'il

soit tangent intérieurement au carré (cf illustration 66). Sa voisine lui demande de valider, ce qu'elle fait. Le cercle ressemble au modèle (cf illustration 67). Mais Florie sait que c'est faux. Shadé pense que c'est juste et appelle le professeur. Florie déplace le point L et la construction ne résiste pas au déplacement. C'est seulement à ce moment-là que le professeur arrive et constate que la construction est fausse (cf illustration 68).

		
<p>Illustration 66</p> <p>(min. 32:56, tdp 7) Shadé : <i>Vas-y, c'était bon.</i></p>	<p>Illustration 67</p> <p>Shadé : <i>Voilà</i> Florie : <i>Ça ne va pas</i> Shadé : <i>Maître, comme ça ?</i> Florie : <i>Parce qu'on n'a pas</i> ...</p>	<p>Illustration 68</p> <p>(min. 33:20, tdp 11) P : <i>Ça ne va pas celui-là.</i></p>

étape 3 : tracé du cercle (essai 2)

Shadé a repris la souris. Elle efface le cercle. Elle sélectionne le bouton « point sur » et place un point L sur le segment [GH] approximativement au milieu de ce segment. Puis elle essaie de tracer le cercle de centre un point M à côté du point K, et passant par le point L (cf illustration 69). Mais le cercle orange ne peut pas correspondre à ce qui est attendu (cf illustration 70). Elle valide et efface immédiatement.

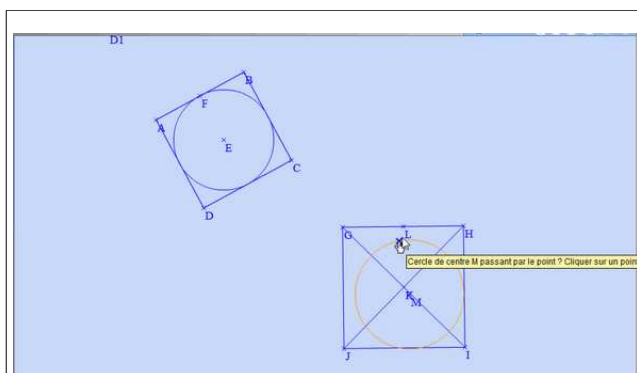


Illustration 69

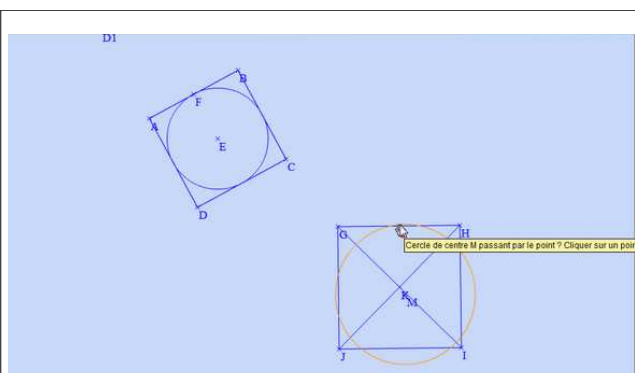


Illustration 70

#### étape 4 : propagation déformée des informations et aide extérieure (essai 3)

Shadé a la souris. Elle demande de l'aide aux voisins (mais nous n'avons pas d'élément sur leurs échanges). On entend le professeur parler de perpendiculaire. Shadé en prend note. Elle construit des parallèles et des perpendiculaires. Une autre élève, Chloé, qui a terminé sa construction juste, vient les aider (min. 41:03). Elles ont tracé successivement les diagonales [GK] et [HJ], la perpendiculaire à (GJ) passant perceptivement par le point d'intersection des diagonales L, M et N les points d'intersection de cette droite et des côtés [GJ] et [HK] et enfin le cercle de centre L passant par le point M (cf illustration 71). Shadé pense avoir enfin trouvé. Le déplacement de la droite (GH) invalide la construction (min. 42:02) (cf illustration 72). Chloé essaie d'expliquer ce qui s'est passé (min. 42:09, tdpp 40, C : « Vous avez fait trop de perpendiculaires »).

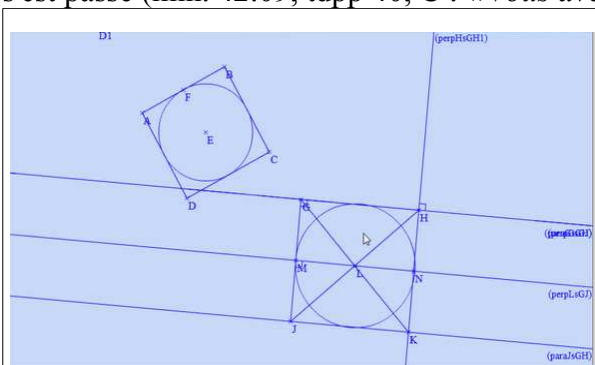


Illustration 71

(min. 38:37, tdp 31)

Shadé : J'ai Trouvé.

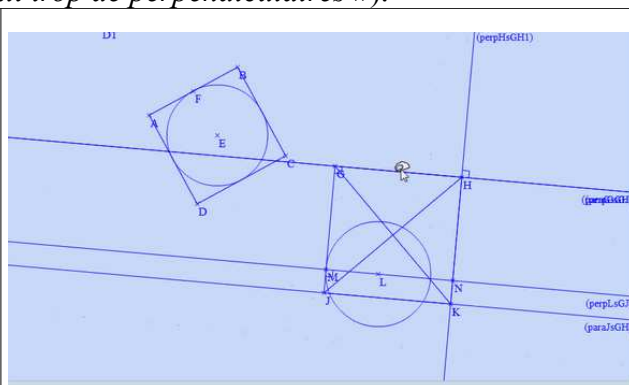


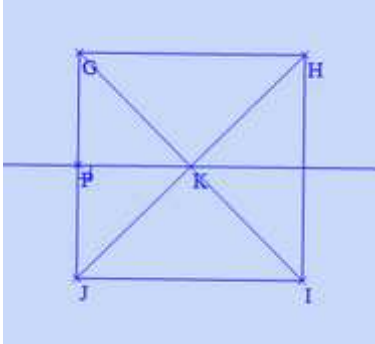
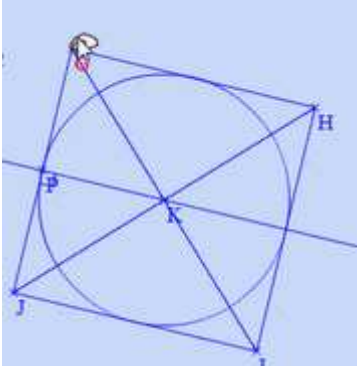
Illustration 72

(min. 41:57, tdp 38)

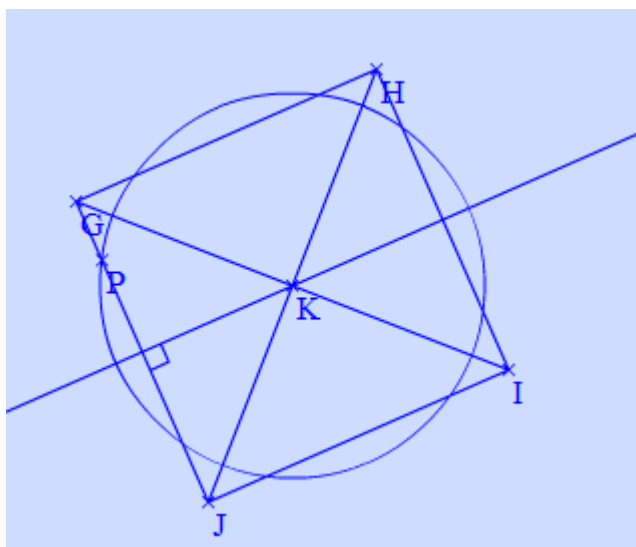
Shadé : Non ?

#### étape 5 : dernière construction (essai 4)

Shadé a probablement la souris. Elle revient au carré de base GHIJ. Elle trace les diagonales. Sur les conseils de Chloé, elle sélectionne le bouton perpendiculaire et explique qu'elle y avait déjà pensé (min. 42:31, min.42, S : « C'est ce que je voulais faire depuis tout à l'heure »). Chloé la reprend et lui demande de définir d'abord un point d'intersection. Shadé place le point K à l'intersection des deux diagonales. Elle trace la perpendiculaire à (GJ) passant par K. Elle place le point P sur le segment [GJ] (cf illustration 73). Enfin, elle trace le cercle de centre K, passant par le point P. Elle déplace le point G. La construction reste fidèle au modèle (cf illustration 74).

	
<p><i>Illustration 73</i></p> <p>P est un point sur le segment [GJ]</p>	<p><i>Illustration 74</i></p> <p>Elle déplace le point G : la construction reste fidèle au modèle.</p>

Mais *a posteriori*, la construction est fausse (cf illustration 75). Seul le déplacement du point P le montre.



*Illustration 75*

Les élèves quittent la salle, le chercheur-praticien PR valide la construction en voyant la production des élèves (cf illustration 75) avant d'éteindre l'ordinateur (min. 44:30, tdp 62, PR : « *Très bien* »).

## Analyse

Dans la première étape, le centre du cercle est vu comme le point d'intersection des diagonales du carré, autrement dit le lien entre le cercle et le carré est rapidement mis en évidence par les deux élèves (15 secondes).

Comme nous l'avons précédemment signalé, les deux élèves ne s'entendent pas très bien.

Dans la deuxième étape, ce qui est intéressant ici, c'est le comportement différent des élèves face à la construction du cercle qu'elles viennent de faire. Du point de vue de Shadé, la construction est juste. La validation passe par le professeur. Du point de vue de Florie, la construction est fausse. Elle essaie de déplacer d'abord le point K, qui ne peut pas être sélectionné, puis elle déplace le point L. Les effets du déplacement du point L sont explicites, le cercle ne reste pas tangent au cercle. L'initiative de Florie suffit pour dire que la construction est fausse. Mais elle ne parvient pas à partager cela avec sa voisine.

Désormais, les élèves ont une certaine habitude du logiciel : ils savent que, lorsque la figure ne conserve pas ses propriétés au cours du déplacement, c'est parce qu'ils ont oublié de déclarer la nature des points. C'est probablement le raisonnement choisi par les deux élèves, lorsqu'elles ont

placé le point L. Elles le déclarent comme « point sur ». Puis elles cliquent à proximité du point L pour définir le centre du cercle. Le logiciel place un point libre M. Mais elles ne s'en rendent pas compte. La superposition des points ne fait pas signe aux élèves. Nous voyons ici une limite dans la gestion des erreurs de validation : les élèves ne parviennent pas à décrypter l'écran et ne parviennent pas à construire le cercle.

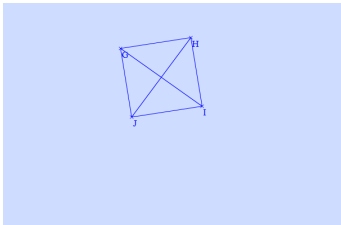
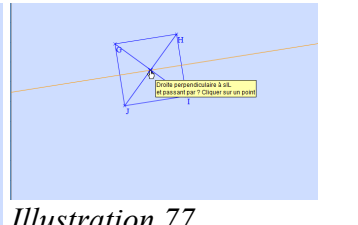
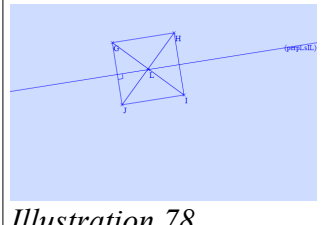
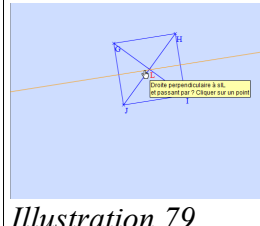
Nous voyons ici une avancée de la part de Shadé dans le rôle du déplacement : au lieu d'appeler le professeur, comme elle l'a fait dans l'étape 1, elle choisit de déplacer. De son point de vue, le déplacement ne peut que valider la construction (Shadé : « *J'ai trouvé* »). Les rétroactions du logiciel viennent la contredire. C'est précisément l'effet souhaité : la validation de la construction passe par le déplacement et non par le professeur.

Pour ce binôme Florie et Shadé, la construction fausse est validée par les élèves et le chercheur-praticien au bout de 12 min d'essai (jusqu'à la fin de la séance). Dans notre analyse *a priori*, nous avions envisagé cette construction fausse et nous l'avions signalé aux enseignants. Pourtant, ici, le chercheur la valide.

Le professeur a choisi de montrer les points E et F dans la figure qui sert de modèle. Implicitement, il indique le centre du cercle et un point du cercle. Par contre, la manière de placer ces points sont à la charge des élèves.


Dans ce binôme, nous allons regarder ce qu'il en est concernant ces deux points.

Le centre du cercle, que nous notons L, qui n'est pas toujours appelé L dans les productions des élèves, est repéré par les élèves comme étant le point d'intersection des diagonales du carré. Cette connaissance mathématique ne pose pas de problème : dès le premier essai, les diagonales sont tracées et le point d'intersection est placé. Par contre, dans l'environnement tracenpoche, le point d'intersection des diagonales n'est pas toujours déclaré comme point d'intersection. Cette connaissance instrumentale, indispensable dans l'environnement tracenpoche, est présente dans l'essai 1 (sans aide), dans l'essai 4 (avec l'aide de Chloé), mais fait défaut dans l'essai 3 (avec l'aide de Chloé). Dans l'essai 3 (cf illustration 76), les élèves essaient de tracer la perpendiculaire à (GJ) passant par le point d'intersection des diagonales (cf illustration 77). Le logiciel crée alors le point L, qui est, du point de vue de l'élève le point d'intersection des diagonales, mais du point de vue du logiciel un point libre (cf illustration 78). Pourtant, l'environnement tracenpoche permet de voir cette erreur. En effet, pour qu'une droite passe par un point, il faut que ce point soit sélectionné. Le signe de cette sélection est un changement de couleur : il devient rouge (cf illustration 79). À ce moment, il peut être validé.

			
<p>Illustration 76</p>	<p>Illustration 77</p>	<p>Illustration 78</p>	<p>Illustration 79</p>
<p>GHIJ est un carré. Les diagonales [GI] et [HJ] sont tracées. Les élèves veulent tracer la perpendiculaire à (GJ) passant par le point d'intersection des diagonales.</p>	<p>Après avoir sélectionné le bouton, perpendiculaire, les élèves sélectionnent et valident la droite (GJ), déplacent la droite jusqu'au point d'intersection des diagonales.</p>	<p>Le logiciel crée un point L, ce point est un point libre.</p>	<p>Le point L est d'abord tracé en tant que point d'intersection. Le point L est rouge : cela signifie qu'il est sélectionné. Un clique permet alors de le valider.</p>

La connaissance instrumentale de voir l'objet sélectionné par ce changement de couleur est fonctionnelle la plupart du temps. Mais l'absence de changement de couleur n'est pas le signe de cette absence de sélection pour le binôme dans le cas présent. En effet, cette absence devrait signifier un manque. Mais comme le logiciel crée ce point L, les élèves ne relèvent pas ce signe.

Concernant le point du cercle, que nous allons nommer ici M (ce qui n'est pas nécessairement le nom du point sur les productions des élèves), il est situé au milieu d'un des côtés du carré. Le

professeur a fait le choix de ne pas rendre accessible le bouton « milieu » d'un segment . Par

conséquent, la seule possibilité pour placer le point M, c'est de tracer une perpendiculaire à un côté du carré passant par le point L, intersection des deux diagonales du carré.

Au cours du premier essai, le point M est placé de manière perceptive et il est placé dans les mêmes conditions énoncées précédemment. Le cercle passe par le point L, point d'intersection des diagonales et par un point M, qui est placé par le logiciel, les élèves n'étant pas sensibilisés à l'absence du changement de couleur. C'est le même défaut de connaissance instrumentale ici.


Au cours de l'essai 3, le point M est placé à l'intersection de la perpendiculaire et du côté du carré. Le cercle passe effectivement par ce point M qui devient rouge au cours de la construction. C'est le centre du cercle qui est faux.

Au cours de l'essai 4, le point M est déclaré comme point sur le côté du carré et non comme point d'intersection.

Autrement dit, nous voyons ici des élèves qui ont des connaissances instrumentales, ils savent déclarer un point d'intersection avant de tracer une perpendiculaire (essai 4) ou un cercle (essai 3). Par contre, cette connaissance instrumentale n'est pas toujours disponible.

Du point de vue des connaissances mathématiques, les élèves de cycle 3 ne savent pas que la perpendiculaire à un côté du carré passant par le centre passe par le milieu du côté du carré. Ils ont donc à faire des essais. Concernant les élèves du binôme, une aide extérieure les invite à penser à tracer une droite perpendiculaire (min. 36:14, tdp 23, E : « *Comme ça, tu vas sur perpendiculaire* »). Cette information ne les aide guère. Puis l'aide de Chloé les amène à tracer une droite perpendiculaire au « *bon endroit* ». Florie explique qu'une construction est fausse dans la mesure où le cercle ne passe pas par le milieu du côté (min. 37:51, tdp 27, F : « *Mais tu vois, c'est pas au milieu* »).

Pour cet exercice de reproduction dans l'environnement tracenpoche, les élèves font l'expérience de relations géométriques qu'ils ne sont pas capables de justifier. Faire la perpendiculaire à un côté passant par le point d'intersection des diagonales permet de déterminer le milieu du segment, ce qu'ils voient sur le modèle. Le professeur demande aux élèves de tracer un cercle dans l'environnement tracenpoche, sachant que, sur la figure, le centre et un point du cercle sont notés. Du point de vue du professeur, l'enjeu est de déterminer ces deux éléments caractéristiques dans l'environnement tracenpoche. Du point de vue des élèves, l'enjeu est de tracer le cercle avec le

bouton « cercle » , en sélectionnant successivement les deux points. Les relations

géométriques relatives à ces deux points ne sont pas exprimées de manière stable, par exemple le point d'intersection des diagonales est fait à l'essai 1 et à l'essai 4, mais il n'est pas réalisé à l'essai 2 et 3.

#### 6.3.4 - JA4\_S5\_PB

L'enjeu est de faire utiliser dans l'environnement papier-crayon ce qui a été fait dans l'environnement tracenpoche. Nous proposons deux moments.

Les données filmiques ne permettent pas d'établir une chronologie. Cependant, certains éléments nous semblent remarquables et nous allons préciser pourquoi nous les présentons malgré tout.



Exemple 1 : les longueurs proposées par le professeur.

Le professeur demande aux élèves de tracer un carré de côté 5,5 cm avec les instruments usuels de géométrie (règle graduée, équerre, compas). Puis il demande de tracer le cercle tangent intérieurement à ce carré, comme dans l'environnement tracenpoche.

### Analyse

Dans l'environnement tracenpoche, le professeur a rendu nécessaire de tracer la perpendiculaire en interdisant le bouton milieu. Ici, dans l'environnement papier-crayon, il rend nécessaire la construction de la perpendiculaire en proposant un segment de 5,5 cm. En effet, les élèves ne savent pas trouver la moitié de 5,5. Le professeur le signale un moment donné (tdp 187, P : « *Euh ça m'étonnerait, nous avec les nombres décimaux, qu'on en soit là* »). Pourtant, il valide cette manière de faire (tdp 183, P : « *T'as juste, mais comment t'as fait pour trouver le milieu du carré?* »). Nous montrons ici un exemple où, dans les deux environnements, le professeur fixe un enjeu sur les propriétés géométriques pour réussir à faire la construction (prendre 5,5 cm comme longueur du côté du carré, enlever le bouton « milieu ») dans les deux environnements. Les rétroactions du logiciel sont incontournables, la non prise en compte des propriétés géométriques montrent à l'élève que sa reproduction n'est pas conforme au modèle. Par contre, la superposition (virtuelle) au modèle est satisfaisante dans l'environnement papier-crayon et par conséquent l'élève contourne les propriétés géométriques.

Nous rappelons que la propriété géométrique visée ne peut pas être prouvée. Les élèves peuvent faire l'expérience de voir que la perpendiculaire à un côté du carré et passant par le centre du carré passe par le milieu du côté.

Exemple 2 : la validation

Un élève explique qu'il a terminé et explique au professeur qu'il valide sa construction. Le professeur lui demande de justifier cette affirmation. L'élève explique qu'il ne peut pas répondre (tdp 159, E : « *Je ne réponds pas* »). Un autre élève lui suggère de « bouger ». Le professeur explique qu'il est toujours nécessaire de valider, mais qu'il faut s'adapter à la situation. Il conseille alors à l'élève de tracer une perpendiculaire pour prouver que le cercle est bien tangent au carré (tdp 161, P : « *On n'est pas sur tracenpoche, c'est bien d'avoir le réflexe de valider, mais ici, tu ne peux pas déplacer le point* », puis tdp 163 : « *Peut-être en traçant une perpendiculaire ? Tu pourrais prouver qu'elle touche bien les bords* »).

### Analyse

Dans ces échanges, nous voyons que les élèves ont à faire la part de ce qui se passe dans l'environnement tracenpoche et dans l'environnement papier-crayon. Le déplacement n'a pas d'existence dans l'environnement papier-crayon. Le professeur demande un retour aux instruments usuels. En cela, il rappelle que la conformité au modèle ne suffit pas.

## 6.4 - Conclusion par rapport à cette classe

### 6.4.1 - Rappel de la chronologie

Dans la première séance, dans un premier temps, le professeur dicte aux élèves un programme de construction dans l'environnement tracenpoche. Il s'arrête régulièrement pour donner à voir les propriétés. Le quadrilatère ABCD étant construit, il fait déplacer le point B avant d'interroger sur la nature du quadrilatère (JA1). Dans un deuxième temps, il demande aux élèves de tracer un cercle afin de terminer la reproduction d'une « figure » constituée d'un cercle tangent intérieurement à un carré (JA2, JA3). Dans la deuxième séance, le professeur demande aux élèves de tracer un carré de côté 5,5cm puis le cercle tangent intérieurement à ce carré (JA4).



#### **6.4.2 - Rappel de nos questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

#### **6.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Dans la phase de construction du quadrilatère ABCD, le professeur fait une première pause pour faire travailler les propriétés géométriques (JA1\_S5\_PB, min. 14:06). Il s'attend à ce que les élèves repèrent que les segments [AB] et [AD] sont de même longueur puisque ce sont des rayons du cercle de centre A. Nous pouvons dire qu'à ce moment, l'objet d'étude se situe au niveau de la « figure », puisque les propriétés mathématiques sont nommées. Cependant, nous notons que les potentialités de l'environnement tracenpoche sont utilisées. Le professeur ne donne pas à voir que cette propriété reste vraie au cours du déplacement d'un point. Quelques instants plus tard, Sophie affirme que les droites sont parallèles (JA1\_S5\_PB, min. 15:14). Elle le reconnaît de manière perceptive, sans éprouver la nécessité de justifier. D'un point de vue mathématique, les deux droites sont parallèles puisqu'elles sont perpendiculaires à une même troisième. Cette propriété n'est pas accessible au cycle 3. Autrement dit, dans l'analyse de la « figure », construite à partir d'un programme de construction, l'élève est placé parfois au niveau de la « figure », reconnaissance perceptive et justification, parfois au niveau du « dessin », reconnaissance perceptive. Dans l'analyse *a priori*, nous avons pensé à des techniques possibles concernant la reconnaissance du carré mais nous n'avons pas envisagé d'étapes intermédiaires. Les trois techniques étaient les suivantes. La première technique, notée  $\tau_{4,7,tep,1}$ , revient à reconnaître perceptivement le carré sans tenir compte de l'environnement tracenpoche. La deuxième technique, notée  $\tau_{4,7,tep,2}$ , consiste à reconnaître le carré, en déplaçant les points déplaçables. La troisième technique, notée  $\tau_{4,7,tep,3}$  se caractérise par le fait d'utiliser les invariants géométriques repérés au cours du déplacement (égalité de longueur, parallélisme des côtés...) pour reconnaître effectivement la nature du quadrilatère tracé. Les deux dernières techniques sont spécifiques à l'environnement tracenpoche. Dans le cas présent, le professeur privilégie la première technique, pour la reconnaissance des droites parallèles. Il envisage une quatrième technique, indépendante de l'environnement, qui consiste à travailler avec les propriétés géométriques. Cette technique rencontre ses limites rapidement : les propriétés géométriques au cycle 3 ne sont pas nombreuses.

Concernant le tracé du cercle, les deux élèves savent que, pour reproduire la « figure », ils ont à tracer un cercle (JA2\_S5\_PB). Le centre du carré est placé en tant que point d'intersection des diagonales. Les élèves définissent le point à partir des propriétés géométriques (JA3\_S5\_PB\_F\_S). Ils se placent donc au niveau de la « figure ». La connaissance instrumentale concernant le choix du point d'intersection est en place à ce moment-là. Par contre, le point du cercle n'est pas déterminé avant la sélection du bouton « cercle ». Le logiciel place un point L de sorte que le résultat obtenu à l'écran est conforme au modèle. Autrement dit, les élèves obtiennent un « dessin » à l'écran. Nous pouvons voir ici une difficulté pour ces deux élèves dans la manière d'appréhender ce qui est à l'écran. La première étape (le point d'intersection des diagonales) est juste : elle correspond à une « figure ». La deuxième étape (le cercle) est fautive : elle correspond à un « dessin ». Le déplacement d'un point fait signe aux élèves d'une construction fautive, mais il ne permet pas aux élèves de savoir ce qui est juste ou faux. Dans le dernier essai des deux élèves, les connaissances mathématiques sont présentes. Le point d'intersection des diagonales du carré est le centre du cercle. Le point d'intersection de la perpendiculaire à un côté passant par le centre du carré et d'un côté du carré permet de déterminer un point du cercle. Le cercle attendu est effectivement défini

par ces deux points. Par contre, un défaut de connaissances instrumentales ne permet pas aux élèves d'obtenir une « figure » dans l'environnement tracenpoche. Les élèves n'ont pas pu obtenir une « figure » dans l'environnement tracenpoche, alors que dans l'environnement papier-crayon, avec ces propriétés, ils auraient pu réussir. L'environnement tracenpoche agit ici comme un obstacle pour la réalisation effective d'un passage du « dessin » à la « figure » du fait de ses contraintes propres.

#### **6.4.4 - Initiatives du professeur**

Après avoir fait déplacer le point B pour donner à reconnaître le carré ABCD, le professeur demande aux élèves de mesurer les longueurs. Dans l'environnement papier-crayon, la technique pour déterminer la longueur d'un segment consiste à prendre la règle graduée. Dans l'environnement tracenpoche, une technique revient à sélectionner le bouton « règle », puis sélectionner successivement les deux extrémités du segment. Dans cette classe, cette connaissance instrumentale n'a pas posé problème. Ainsi, les élèves mesurent les quatre côtés avec le bouton « règle ». Les longueurs obtenues sont égales. Par contre, lorsque le professeur demande aux élèves si les mesures sont conservées au cours du déplacement, les élèves répondent par la négative (JA1\_S5\_PB, min. 26:46). Le professeur modifie son discours et exprime non plus la conservation des longueurs mais la conservation des égalités des longueurs. Ainsi, la technique de mesure avec le bouton « règle » dans l'environnement tracenpoche apporte un changement par rapport à la technique de mesure avec la règle dans l'environnement papier-crayon. La règle de l'environnement papier-crayon atteste de l'égalité des longueurs de la « figure » que l'élève a devant les yeux, figure en tant qu'objet géométrique dont les relations géométriques sont nommées et vérifiées par les instruments usuels. La « règle » de l'environnement tracenpoche atteste de l'égalité des longueurs de la « figure », figure en tant qu'ensemble de tous les dessins ayant les mêmes propriétés géométriques. L'évolution du discours du professeur (égalité de longueurs, conservation de l'égalité de longueurs) éclaire le passage de la « figure » de l'environnement papier-crayon vers la « figure » de l'environnement tracenpoche.

Nous allons nous intéresser maintenant à la classe de T.

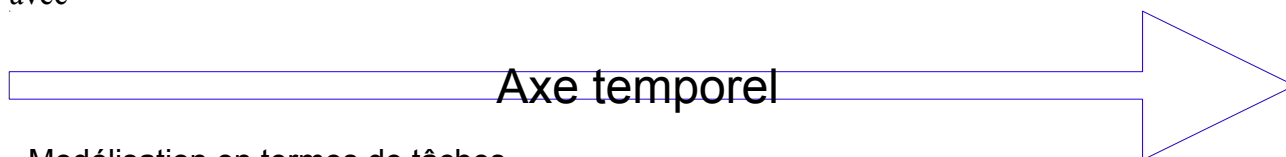
## **7 - Dans la classe de T**

### **7.1 - Une mise en intrigue**

L'unique séance de 67 minutes se déroule dans l'environnement tracenpoche. Le professeur définit les tâches t5,5,tep, t4,8,tep et t3,15,tep. Il s'agit pour les élèves de construire un quadrilatère à partir d'un programme de construction, reconnaître la nature de ce quadrilatère et à partir du carré ainsi obtenu, reproduire une figure. Nous modélisons ce premier moment sous forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA1\_S5\_T dont l'enjeu est de faire partager collectivement ce qu'il y a à faire. Puis les élèves ont à résoudre l'exercice dans l'environnement tracenpoche. Nous analysons un premier binôme Léa et Sirine sur l'ensemble de la réalisation des tâches. Nous modélisons une première phase sous forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA2\_S5\_T\_L\_S dont l'enjeu est de faire utiliser les commandes mathématiques dans l'environnement tracenpoche, puis une deuxième phase sous forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA3\_S5\_T\_L\_S dont l'enjeu est de faire reconnaître un quadrilatère et enfin une troisième phase sous forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA4\_S5\_T\_L\_S dont l'enjeu est de faire mettre en évidence les éléments caractéristiques d'un cercle. Par ailleurs, nous analysons un deuxième binôme Adrien et Eva dans la tâche particulière t3,15,tep. Nous modélisons ce moment sous forme d'un jeu d'apprentissage, noté JA5\_S5\_T\_A\_E dont l'enjeu est de faire mettre en évidence un des éléments caractéristiques du cercle.

## 7.2 - Représentation synoptique <sup>105</sup>

avec



t5,5,tep ; t4,8,tep ; t3,17,tep

Modélisation en termes de jeux

--	--

JA1

Modélisations en termes de jeux du point de vue d'un binôme Léa et Sirine

--	--	--	--	--

JA2 JA3 JA4

Modélisations en termes de jeux du point de vue d'un binôme Adrien et Eva

--	--	--

JA5

JA1\_S5\_T (4 min.) : faire partager collectivement ce qu'il y a à faire.

JA2\_S5\_T\_L\_S (5 min.) : faire utiliser les commandes mathématiques dans l'environnement tracenpoche du point de vue de Léa et Sirine.

JA3\_S5\_T\_L\_S (3 min.) : faire reconnaître un quadrilatère du point de vue de Léa et Sirine.

JA4\_S5\_T\_L\_S (8 min.) : faire mettre en évidence les éléments caractéristiques d'un cercle du point de vue de Léa et Sirine.

JA5\_S5\_T\_A\_E (6 min.) : faire mettre en évidence un des éléments caractéristiques du cercle du point de vue d'Adrien et Eva.

## 7.3 - Jeux d'apprentissages

### 7.3.1 - JA1\_S5\_T (4 min.)

L'enjeu est de faire partager collectivement ce qu'il y a à faire. Nous découpons en trois étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves ont l'habitude d'écouter ce qu'il y a à faire. Le professeur s'attend à ce que ses propos conduisent les élèves à une mise en œuvre dans l'environnement tracenpoche.

Des éléments du milieu : le professeur établit un monologue.

Présentation de ce moment : il s'agit du début de la séance.

### Description

étape 1 : évoquer ce qu'il y a à faire.

Le professeur explique le travail que les élèves auront à faire. Ils doivent construire une figure dans l'environnement tracenpoche à partir d'un programme de construction (min. 0:56, tdp 1, P : « *Et sur*

<sup>105</sup>La longueur des rectangles est proportionnelle au temps de la situation (dans cette classe, 67 min.).

les ordinateurs (...), un travail de suivi de programme de construction »). Puis le professeur explique que les élèves ont à reconnaître ce qu'ils ont obtenu (min. 1:05, tdp 1, P : « *On vous demandera quelle figure vous venez de construire* »). Il termine par le fait que les élèves ont à compléter la construction pour obtenir une nouvelle figure (min. 1:15, tdp 1, P : « *On vous demandera de reproduire à partir de cette figure que vous venez de construire, une autre figure* »).

#### étape 2 : rappeler le déplacement

Le professeur attire l'attention des élèves sur la nécessité de réfléchir pour faire la deuxième construction (min. 1:36, tdp 1, P : « *Il faudra réfléchir comment on peut passer de cette figure que vous venez de construire à celle qu'on vous demande* »). Il rappelle également la nécessité de valider la construction par le déplacement (min 1:58, tdp 1, P : « *Vérifiez bien, à chaque fois, que la figure que vous construisiez elle bouge, elle supporte le déplacement* »).

#### étape 3 : montrer ce qu'il y a à faire

Enfin, le professeur choisit de leur montrer l'exercice tel qu'il se présente. Le programme de construction est écrit dans une fenêtre à gauche de l'écran (min. 3:38, tdp1, P : « *Tout le programme de construction est ici* »). Il est suivi d'une question concernant la nature du quadrilatère ABCD (min. 3:42, tdp1, P : « *Et on vous demande : que peux-tu dire du quadrilatère ABCD ?* »). La consigne se termine par la figure à reproduire (cf illustration 80) (min. 3:48, tdp1, P : « *Et après vous devrez continuer* »). Il insiste alors sur la chronologie de la construction (tdp 3, min. 4:14, P : « *(Ce quadrilatère) sera le point de départ de la deuxième partie du travail. C'est bon ?* »). Il explique qu'il faudra rendre invisible les traits de construction (min. 3:57, P : « *On vous demandera d'effacer pour obtenir justement ce quadrilatère, de rendre invisible* »).

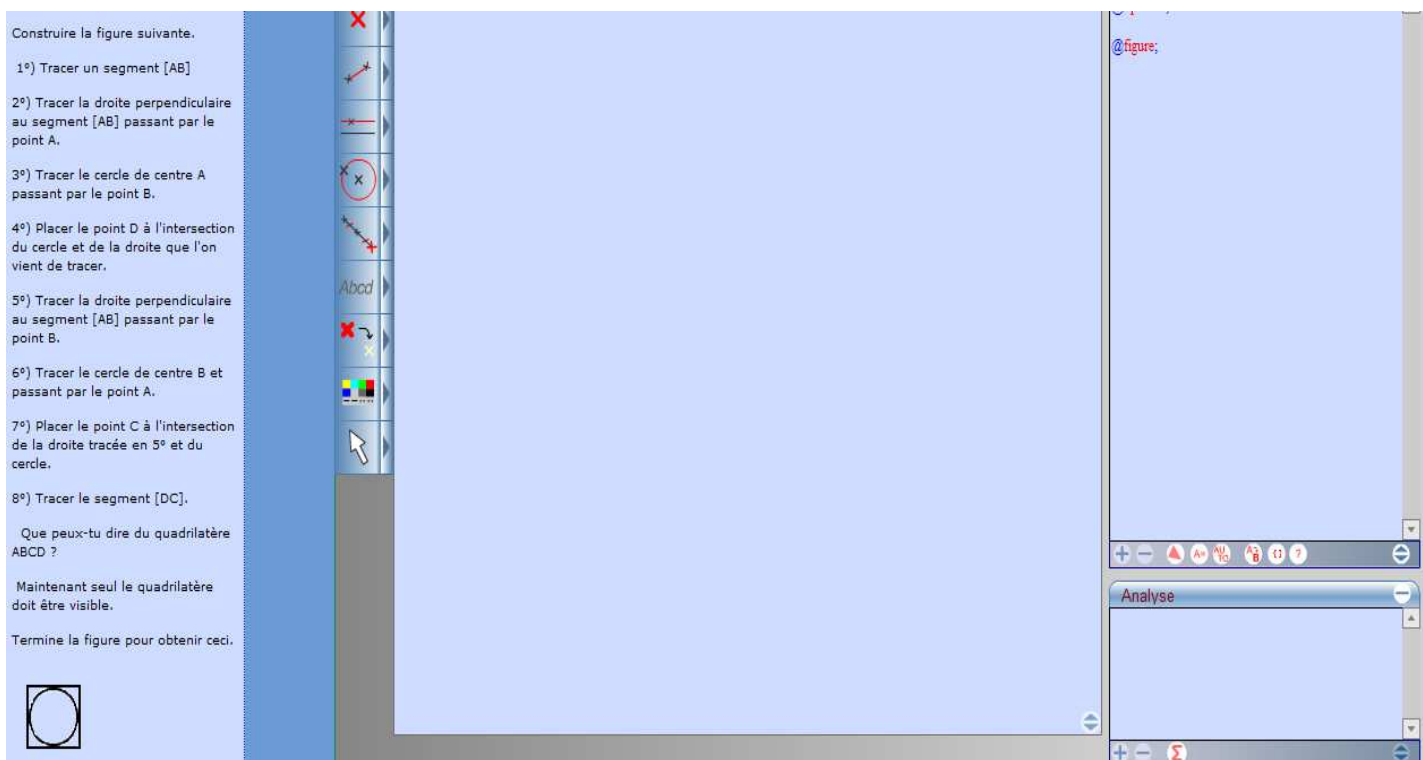


Illustration 80

## Analyse

Cette phase de définition du jeu consiste, pour le professeur à présenter les tâches qu'il attend des élèves. Le professeur établit ainsi un long monologue qui dure plus de quatre minutes. Les explications portent sur ce qu'il y a à faire : un programme de construction à suivre, la reconnaissance de la figure ainsi obtenue, une nouvelle figure à construire à partir de la précédente. Il rappelle la règle définitoire du déplacement pour valider la construction obtenue à chaque étape

du programme de construction. Du point de vue des connaissances mathématiques, il annonce qu'il faut analyser la figure à reproduire. Puis, le professeur continue son monologue. Cette fois, il donne à voir ce qu'il y a à faire en projetant l'exercice. Il rappelle que la première partie de l'exercice comporte un programme de construction à suivre et que la deuxième partie consiste à rendre invisibles des traits de construction. Il évoque ainsi cette connaissance instrumentale, en prenant appui sur l'énoncé projeté au tableau. Pour conclure, nous pouvons certes avancer que le professeur présente l'exercice que les élèves ont à réaliser. Par contre, ses indications ne portent pas sur les connaissances mathématiques. Le professeur fait comme si la résolution de l'exercice dans l'environnement tracenpoche pouvait conduire les élèves à des connaissances mathématiques, tant du point de vue de la reconnaissance du quadrilatère ou de la mise en évidence des éléments caractéristiques du cercle.

### 7.3.2 - JA2\_S5\_T\_L\_S (5 min.)

L'enjeu est de faire tracer des objets géométriques dans l'environnement tracenpoche à partir d'un programme de construction du point de vue de Léa et Sirine. Nous découpons en trois étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves savent ce qu'est un programme de construction dans l'environnement papier-crayon. Ils ont utilisé l'environnement tracenpoche au cours des quatre situations précédentes. Nous pouvons penser que le professeur s'attend à ce que l'environnement tracenpoche leur soit suffisamment familier pour qu'ils puissent construire ce qui est attendu.

Des éléments du milieu : les élèves doivent adapter les connaissances instrumentales nécessaires pour la construction à partir d'une liste d'instructions.

Présentation de ce moment : les élèves découvrent l'exercice.

Les time code et les tours de parole sont indépendants du film de la classe.

## Description

### étape 1 : découverte de l'énoncé

Les deux élèves Léa et Sirine commencent dès que l'énoncé s'affiche. Elles parlent peu. Nous pensons que Sirine a la souris. Sirine lit la première question, elle déplace la souris au niveau de la première question. Elle trace le segment  $[AB]$ . De même, elle lit la deuxième question et trace la perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $A$ . Elle déplace alors le point  $B$ .

### étape 2 : questionnement sur l'intersection

Sirine trace le cercle de centre  $A$  passant par le point  $B$ . Elle veut placer le point d'intersection : elle sélectionne au préalable le bouton point d'intersection, mais elle hésite. Elle montre les deux emplacements possibles avec la souris (cf illustration 81 et 82). Elle exprime son doute à sa voisine (min. 2:49, tdp 1, S : « *Je ne sais pas si c'est là l'intersection* »).

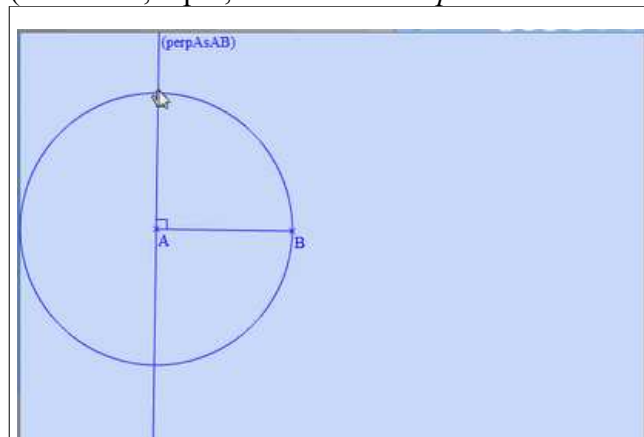


Illustration 81

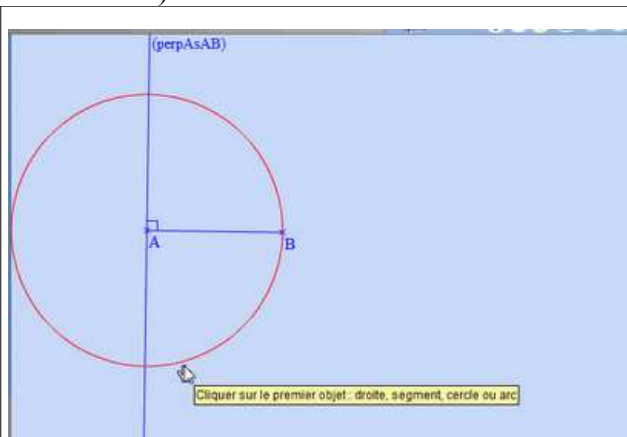


Illustration 82

### étape 3 : fin de la construction

391

Pour conclure, la construction dans l'environnement tracenpoche ne pose pas de problème aux élèves. Les connaissances instrumentales, telle que déclarer la nature des points avant le placement des points, semblent installées. La validation par le déplacement pour obtenir une figure identique devient une habitude dans l'environnement tracenpoche. Le professeur n'est pas sollicité pour la validation.

Pour ces élèves, nous pouvons avancer qu'elles ont acquis une certaine habitude du logiciel. Du point de vue des connaissances mathématiques, les phrases mathématiques sont comprises et mises en œuvre dans l'environnement tracenpoche. Concernant le point d'intersection de deux objets, nous avons un exemple ici où les élèves sont sensibilisés au nombre de point d'intersection. Une des deux élèves demande confirmation au professeur. Le fait que l'environnement tracenpoche marque d'emblée les deux les a conduit à anticiper, ce qui n'avait pas été le cas au cours de la situation précédente.

### **7.3.3 - JA3\_S5\_T\_L\_S (3 min.)**

L'enjeu est de faire reconnaître un carré dans l'environnement tracenpoche du point de vue de Léa et Sirine. Nous découpons en une seule étape, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les deux élèves savent que le déplacement des points permet de voir ce qu'est le quadrilatère.

Des éléments du milieu : les élèves ont suivi un programme de construction. Ils ont à déterminer la nature du quadrilatère.

Présentation de ce moment : les deux élèves ont construit une figure à partir du programme de construction.

Les time code et les tours de parole sont indépendants du film de classe.

## **Description**

### étape 1 :

Contrairement au moment précédent, Léa lit l'énoncé à voix haute (min. 5:42, tdp 13, L : « *Que peux-tu dire du quadrilatère ABCD ?* »). Elles déplacent les points, les cercles, les segments et concluent par la présence de quatre angles droits et quatre côtés de même longueur (min. 7:41, tdp 30, S : « *C'est un quadrilatère. Il a 4 angles droits* », puis tdp 31, L : « *Il a 4 côtés égaux* »). Puis elles écrivent dans le cadre prévu à cet effet (cf illustration 86).



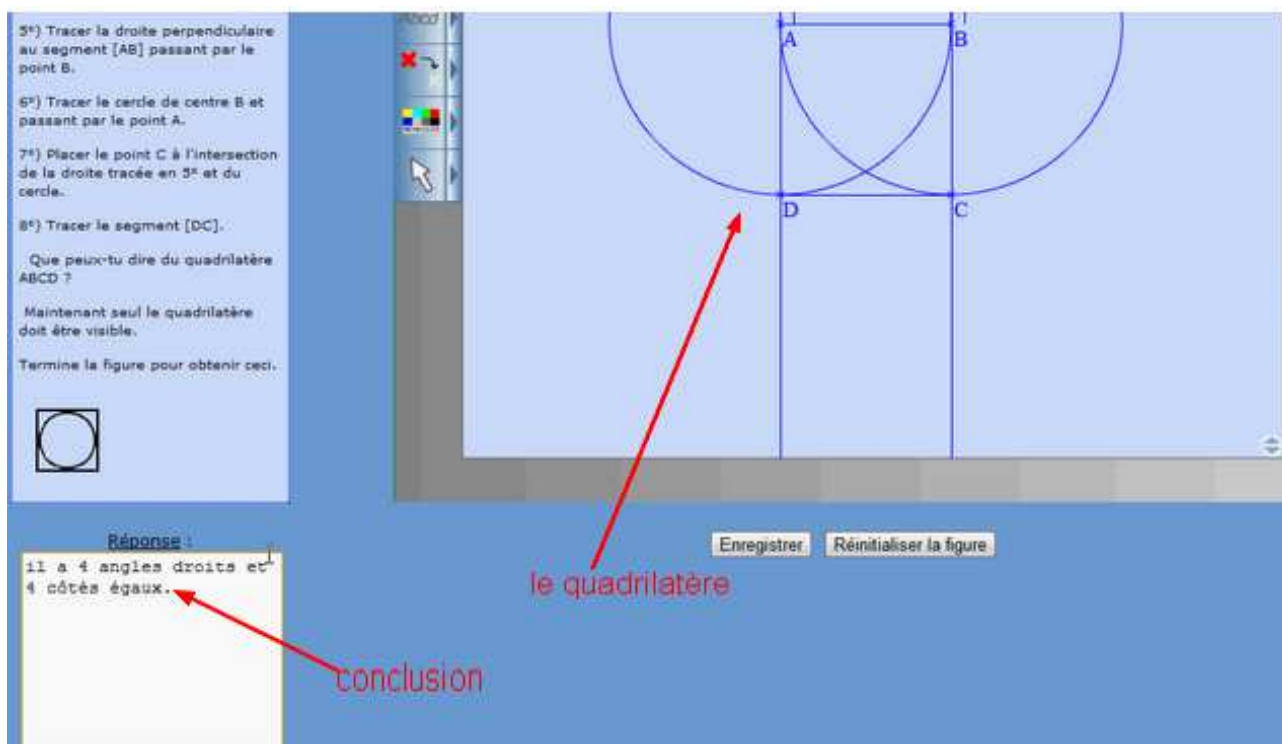


Illustration 86

### Analyse

Pour ces deux élèves, ce qui est premier, ce sont les propriétés qui résistent au déplacement. Elles citent l'égalité des longueurs des côtés ou la présence des angles droits. Par contre, elles ne parlent pas de carré. Or dans la situation 3, dans JA2\_S3\_T\_L\_S, nous avons vu ces deux élèves déplacer les points et reconnaître immédiatement le carré. Le professeur P était alors intervenu pour les amener à des éléments de justification. Nous avons ainsi constaté que généralement, les élèves ne parlaient pas des propriétés mathématiques pour justifier la nature des quadrilatères. Dans la situation 3, la consigne est claire : le professeur attend le nom, par exemple parallélogramme, puis la justification de la réponse (« *En utilisant la fonction de déplacement, je veux que vous donniez le nom de chaque quadrilatère et que vous m'expliquiez comment vous êtes arrivés à cette conclusion* »). Dans la situation 5, la consigne est moins précise (« *Que peux-tu dire du quadrilatère ABCD ?* »). Les élèves ont à leur charge de déplacer les points, de reconnaître le quadrilatère et de justifier l'assertion en repérant les propriétés mathématiques qui résistent au déplacement. Les deux élèves ici n'ont retenu que cette dernière partie. Nous pouvons nous poser la question de la reconnaissance de l'égalité des longueurs par la présence des cercles. Dans la situation 3, dans JA2\_S3\_T\_L\_S, nous avons vu les élèves ne pas se rendre de l'égalité des côtés dans le cas du losange. Elles ont reconnu le carré en le justifiant par l'égalité des longueurs. Dans la situation 5, elles reconnaissent l'égalité des longueurs. Il nous semble donc intéressant de se poser la question de la présence des cercles, sachant que le cercle présenté dans la situation 4 est l'objet géométrique qui permet de reporter une longueur.

#### 7.3.4 - JA4\_S5\_T\_L\_S (8 min.)

L'enjeu est de faire mettre en évidence les éléments caractéristiques d'un cercle du point de vue d'un binôme Léa et Sirine. Nous découpons en six étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves savent qu'ils ont à reproduire une figure sachant que le carré est déjà tracé. Ils savent qu'ils doivent déplacer pour valider la construction.

Des éléments du milieu : le « dessin » à l'écran doit correspondre au « dessin » du professeur et le « dessin modifié par le déplacement » doit être lu comme conforme au « dessin » du professeur.

Présentation de ce moment : les deux élèves continuent la lecture des consignes.

Les time codes et les tours de parole sont indépendants du film de la classe.

## Description

### étape 1 : analyse de la figure

Sirine a rendu invisible les traits de construction (cf illustration 87).

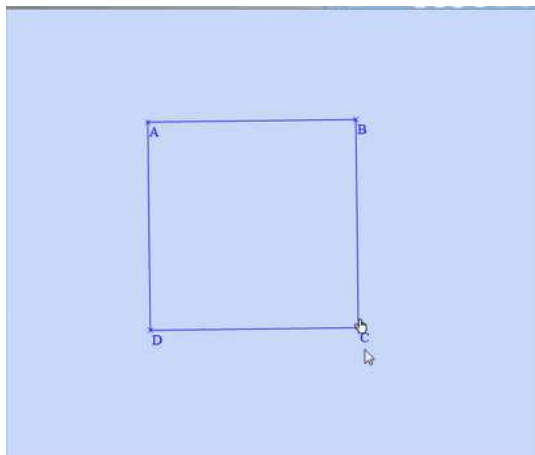


Illustration 87

Puis elle cherche à tracer un cercle (min. 9:32, tdp 27, S : « *Maintenant, on va faire un cercle* »).

### étape 2 : tracer le cercle (premier essai)

Sirine hésite. Elle déplace le curseur de la souris sur le bouton « *cercle de centre donné et de rayon fixé* ». Mais Léa lui suggère de prendre l'autre, le bouton « *cercle à partir d'un diamètre* ». Pendant que Sirine construit le cercle, Léa se ravise (tdp 32, min. 9:53, L : « *Oui, mais on n'a pas de point* ») (cf illustration 88). Sirine écarte le problème, puisqu'il sait qu'elle pourra effacer ces points. C'est ce qu'elle fait (cf illustration 89).

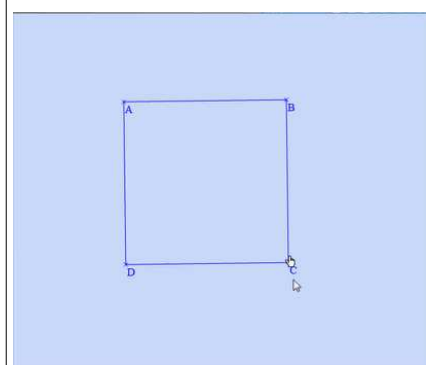


Illustration 88

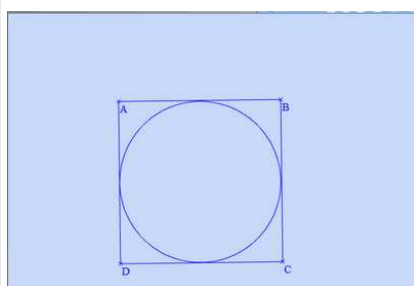


Illustration 89

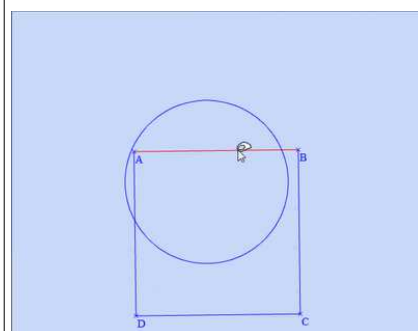


Illustration 90

Elles sont satisfaites de leur construction (min. 10:15, tdp 35, « *Voilà* »). Au moment où le curseur de la souris, arrive sur le point A, le professeur leur demande des explications sur la construction (min. 10:17, tdp 36, P : « *Comment t'as fait ça ?* »). Elles montrent le bouton qu'elles ont choisi et expliquent qu'ensuite elles ont rendu les points invisibles. Sirine sélectionne le segment [AB] et ne comprend pas ce qui lui arrive (min. 10:33, tdp 39, S : « *Qu'est-ce qui se passe ?* »). Léa est surprise (tdp 40, L : « *Ah ?* »). Le professeur explicite les effets du déplacement sur le cercle (min. 10:36, P : « *Il s'accroche pas* ») (cf illustration 90).

### étape 3 : mise en évidence du problème

Sirine efface et cette fois, elle lit les bandeaux explicatifs sur les cercles. Elle essaie le bouton

« *cercle de centre donné de rayon donné* ». Une boîte de dialogue qu'elle ne connaît pas s'affiche à l'écran. Elle efface. Le professeur arrive et demande aux élèves d'expliquer ce qu'elles ont à faire (min. 11:18, tdp 48, P : « *Alors, vous devez faire quoi ?* »). Léa relit la consigne (L : « *Termine la figure pour obtenir...* »). Mais le professeur l'interrompt et lui demande d'expliquer la manière de faire un cercle (min. 11:25, tdp 50, P : « *Comment on fait pour faire un cercle ?* »). Léa lui montre l'onglet des cercles. Le professeur l'arrête et lui demande d'exprimer par une phrase. Sirine explique alors qu'il faut un centre et un rayon (min.11:39, tdp 53, S : « *Un cercle et un rayon* »). Le professeur émet une objection du fait de l'absence de la mesure du rayon (tdp 55, P : « *Oui mais t'as pas la mesure du rayon* »). Sirine suggère de prendre la règle (S : « *Tu prends ta règle, puis tu regardes la moitié* »). Mais Léa rejette cette idée (L : « *Mais tu peux pas* »). Et là Sirine exprime qu'elle a compris que ce n'était pas si simple (min. 12:08, tdp 59, S : « *C'est dur !* »).

#### étape 4 : le centre du carré

Le professeur revient et s'enquiert de l'avancée des deux élèves. Sirine propose à nouveau d'utiliser la règle pour trouver le milieu (min. 12:25, tdp 11, S : « *Ben on prend la règle et on trouve le milieu* »). Le professeur ne retient que l'idée du milieu et montre probablement une diagonale. Nous pouvons penser que les élèves veulent tracer les deux diagonales (min. 12:53, tdp 67, P : « *Alors, d'accord vous avez les diagonales* ») (cf illustration 91). Le professeur montre (probablement) le point d'intersection des diagonales (tdp 68, P : « *Qu'est-ce qu'il vous faut là ?* »). Cette indication est suffisante, d'un côté Sirine explique que c'est un point d'intersection et de l'autre côté choisit le bouton « *point d'intersection* » et trace le point G (cf illustration 92).

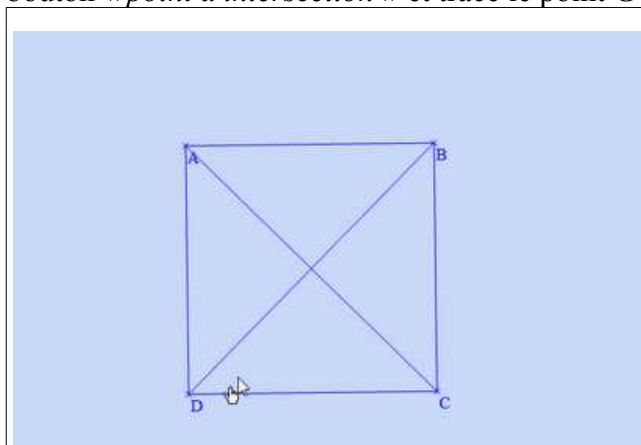


Illustration 91

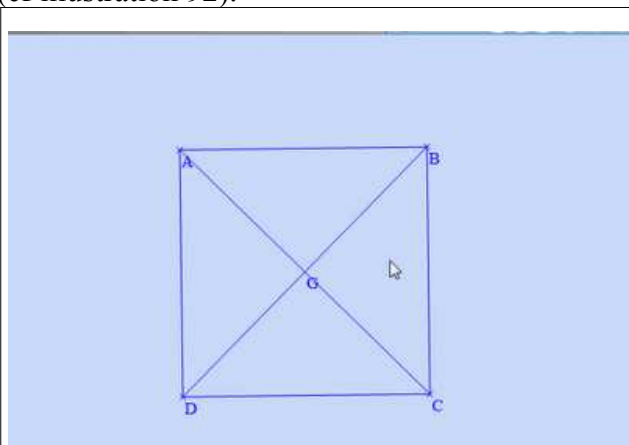


Illustration 92

#### étape 5 : un point du cercle

Le point G est tracé, en tant que point d'intersection des diagonales du carré. Le professeur demande aux élèves de continuer (min. 13:12, tdp 89, P : « *Et après il vous faut ?* »). Sirine lui montre le menu des cercles (S : « *Ben on prend ça* »). Le professeur devient plus précis et demande la position du rayon du cercle (min. 13:16, tdp 91, P : « *Pourquoi tu fais un rayon ? Il y a un endroit où tu fais le rayon* »). Sirine veut tracer un segment en guise de rayon. Le professeur l'interrompt et lui demande de préciser les caractéristiques de ce segment (tdp 93, P : « *Il va être comment le segment ?* »). Nous pensons qu'il suit avec le doigt ce segment (tdp 93, P : « *Le segment qui va passer ici et ici. Donc tu vas tracer une ?* »). Sirine trace alors la perpendiculaire à (AD) passant par G (cf illustration 93). Le professeur demande aux élèves de préciser le rôle de cette perpendiculaire. C'est encore lui qui va signaler le rôle de cette perpendiculaire en indiquant le point (min. 14:06, tdp 100, P : « *Ce qui va être important, c'est le point* »). Il insiste, il demande à Sirine de nommer ce qui va être important (tdp 100, P : « *C'est-à-dire l'espace entre où et où ?* »). Par conséquent, Sirine place un point H à l'intersection d'un côté du carré et de la perpendiculaire (cf illustration 94).

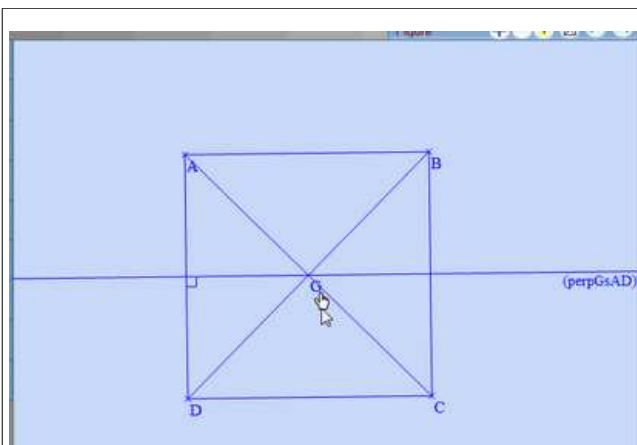


Illustration 93

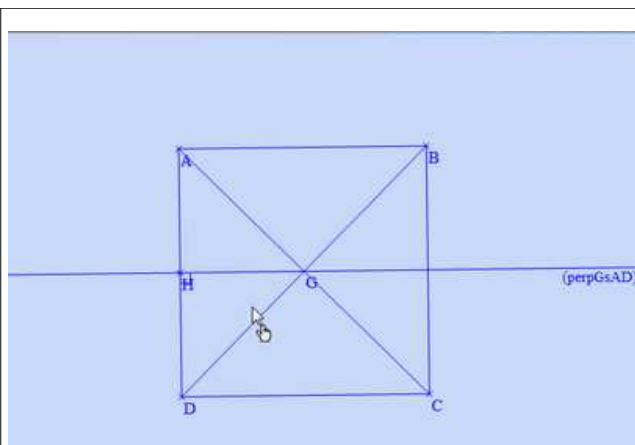


Illustration 94

#### étape 6 : tracer le cercle

Les éléments caractéristiques du cercle sont mis en évidence. Après une mauvaise manipulation, Sirine sélectionne le bouton « cercle de centre donné et passant par un point donné », sélectionne et valide le point G puis sélectionne et valide le point H (cf illustration 95). Elle rend invisibles les traits de construction et les noms des sommets (cf illustration 96).

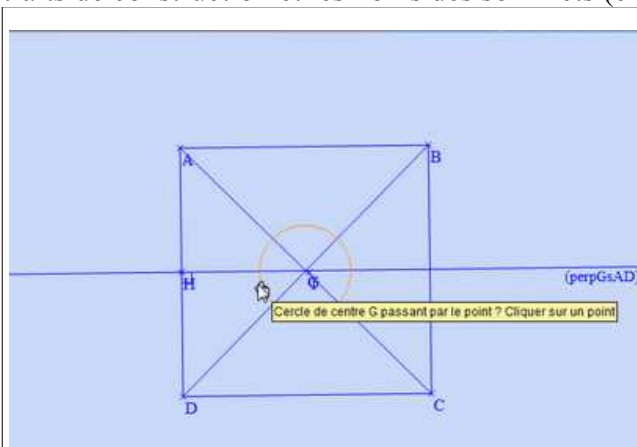


Illustration 95

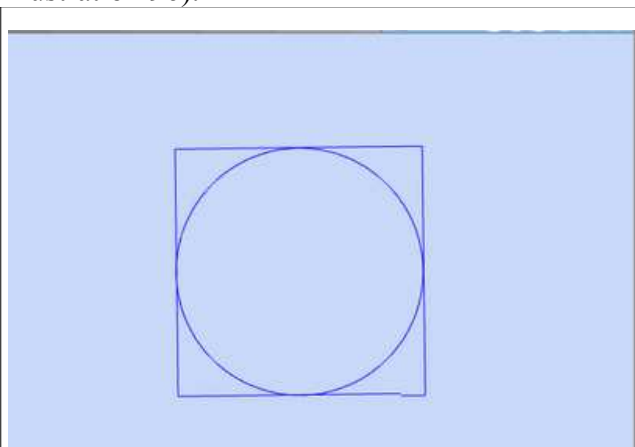


Illustration 96

Enfin, elle déplace le segment [AB] pour valider leur construction (cf illustration 97).

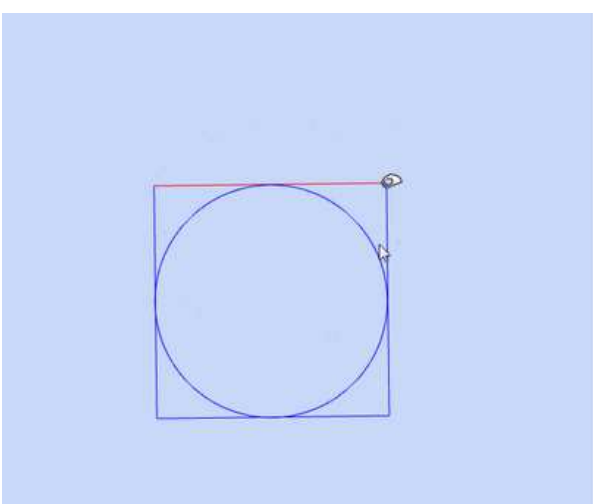


Illustration 97

## Analyse

Pour ces deux élèves, l'analyse de la figure évoquée par le professeur au cours de la définition du jeu (min. 1:32, tdp 1, P : « *Il faudra réfléchir comment on peut passer de cette figure que vous venez de construire à celle que l'on vous demande* ») est rapide. En effet, ces deux élèves savent qu'elles ont à tracer un cercle. De leur point de vue, l'enjeu est donc de tracer un cercle en choisissant le bouton « cercle » adéquat. Elles sont donc satisfaites lorsque le « dessin » obtenu à l'écran est conforme au « dessin » proposé par le professeur. Les élèves sont dans un contrat de reproduction. Elles sont surprises des effets du déplacement. Elles font ainsi l'expérience d'être déstabilisées par le résultat obtenu.

La présence du professeur est fortuite. Il ne fait que confirmer que le dessin proposé est faux. Nous notons que le professeur donne une indication sur les effets du déplacement. Il ne dit pas comment faire, mais il indique que le cercle n'est pas resté tangent au carré. Autrement dit, l'enjeu pour les élèves n'est plus de tracer un cercle, mais de tracer un cercle qui reste tangent au carré.

Puis le professeur revient auprès des élèves : nous ne savons pas si c'est le fait du hasard ou si c'est un choix de sa part. Il veut centrer le débat sur des connaissances mathématiques, à savoir les éléments caractéristiques du cercle. Par contre, les élèves se placent au niveau des connaissances instrumentales, à savoir le menu des cercles. Le professeur doit donc leur demander de faire abstraction de l'environnement tracenpoche (tdp 52, P : « *Non, tu n'imagines pas que tu es ici* »). Sirine répond en parlant des éléments caractéristiques du cercle (S : « *Un centre et un rayon* »). De notre point de vue, il est alors difficile de faire abstraction de l'écran : précisément où Sirine propose « *Un cercle et un rayon* », le bouton est sélectionné et le bandeau jaune explique : « construire un cercle défini par son centre et son rayon : ». Nous illustrons ici, un malentendu entre le professeur et les élèves. D'une part, le professeur attend des connaissances mathématiques hors du contexte de l'environnement tracenpoche, d'autre part les élèves répondent par ces connaissances mathématiques attendues à l'aide du contexte de l'environnement tracenpoche.

Par ailleurs, le professeur sait que les élèves ne leur peuvent pas construire un cercle en utilisant le bouton « *cercle de centre donné de rayon donné* ». En effet, les élèves n'ont pas la mesure de la longueur du rayon et le professeur le leur explique (tdp 55, P : « *Oui mais t'as pas la mesure du rayon* »). Nous illustrons ici un autre malentendu entre le professeur et les élèves. Le professeur signale un empêchement dans l'environnement tracenpoche du fait de l'absence de longueur. Les élèves font appel aux instruments usuels (la règle) pour répondre au professeur. À partir de ce moment, la dévolution du problème est en train de se faire. Les deux élèves ont un problème à résoudre, elles savent qu'elles ont un cercle à tracer mais elles ne savent pas comment faire. L'expression de Sirine « *C'est dur !* » nous montre qu'elles ont enfin pris la mesure de la tâche. Ainsi, la présence du professeur permet d'abord de donner à comprendre le problème.

Le professeur revient auprès des élèves. Nous pouvons penser que les élèves veulent placer le centre du carré. Comme précédemment, Sirine propose une technique ancienne de mesure pour déterminer le milieu des diagonales. Le professeur écarte cette technique sans le dire. Puis, il donne à voir le centre du carré, à savoir il fait référence à une connaissance mathématique. Et il s'assure que le point est déclaré comme point d'intersection, à savoir il fait référence à une connaissance instrumentales. Pour conclure, les deux élèves utilisent la technique perceptivo-théorique notée  $\tau_{3,13,tep,3}$  (tracer les diagonales puis à placer le point E à l'intersection des diagonales du carré) en présence du professeur.

Un point est défini, c'est le centre du cercle. Comme précédemment, nous illustrons un malentendu entre le professeur et l'élève. Du point de vue du professeur, il veut poursuivre la quête aux éléments caractéristiques du cercle, il se place toujours au niveau des connaissances mathématiques. Du point de vue des élèves, elles veulent tracer le cercle et montrent donc le menu des cercles dans l'environnement tracenpoche. La question du professeur ne permet pas aux élèves d'en prendre la mesure (P : « *Et après il vous faut ?* »). Par conséquent, le professeur prend appui sur la figure à l'écran. Il accompagne probablement son discours d'un geste de la main (P : « *Le segment qui va*

*passer ici et ici. Donc tu vas tracer une ? »*). Nous sommes dans une indication de type Topaze. Ce qui est intéressant dans cette indication, c'est qu'elle ne correspond pas à une indication sur le point du cercle, élément caractéristique, mais sur le moyen d'obtenir ce point. Les raisons de ce pas de côté ne sont pas explicitées. Il est à noter que les élèves jouent le jeu du professeur, ils répondent par une relation géométrique, une droite perpendiculaire alors qu'il montre le segment horizontal avec le curseur de la souris. De même, au moment de placer le point H, le professeur montre aux élèves ce qui est important (tdp 100, P : « *Ce qui va être important, c'est le point* »). Après le détour par la perpendiculaire, le professeur centre l'attention des élèves « au bon endroit » pour leur faire dire la nécessité de placer un point. Comme nous l'avions déjà remarqué, la définition de ce point en tant que point d'intersection ne pose pas de problème aux élèves : cette connaissance instrumentale de l'environnement tracenpoche semble être installée.

Les éléments caractéristiques du cercle étant définis, la construction du cercle dans l'environnement tracenpoche est relativement aisée. Le déplacement leur permet de valider, elles n'éprouvent pas la nécessité de validation par le professeur. Tout au plus, elles l'informent (S : « *Monsieur, on a réussi* »). Le déplacement pour valider la construction est réduit au déplacement du segment [AB]. Nous savons que c'est le déplacement de tous les points déplaçables qui permet de montrer que la « figure » résiste au déplacement. Mais comme ici, le déplacement intervient après que les points aient été cachés, seul un segment est déplaçable.

Nous voyons par ailleurs la prégnance du contrat de reproduction à l'identique : reproduire une « figure » c'est obtenir une « figure » à l'identique, les lettres étant enlevées comme sur le modèle.

### **7.3.5 - JA5\_S5\_T\_A\_E (6 min.)**

L'enjeu est de faire mettre en évidence un des éléments caractéristiques du cercle du point de vue d'un binôme Adrien et Eva (le premier élément étant déjà tracé). Nous découpons en sept étapes, mettant en évidence la manière dont l'enjeu est atteint.

Des éléments du contrat : les élèves savent qu'ils ont à reproduire une figure sachant que le carré est déjà tracé. Ils savent qu'ils doivent déplacer pour valider la construction.

Des éléments du milieu : le « dessin » à l'écran doit correspondre au « dessin » du professeur et le « dessin modifié par le déplacement » doit être lu comme conforme au « dessin » du professeur.

Description de ce moment : le chercheur-praticien (que nous notons ci-après PR) se déplace auprès des différents groupes, avec une caméra mobile, pendant que les élèves sont en binômes. Au moment où il arrive, le point d'intersection des diagonales, noté E, est tracé. Implicitement, pour les deux élèves nommés Adrien et Eva, il est le seul candidat possible en tant que centre du cercle. Il ne sera jamais remis en cause (cf illustration 98).

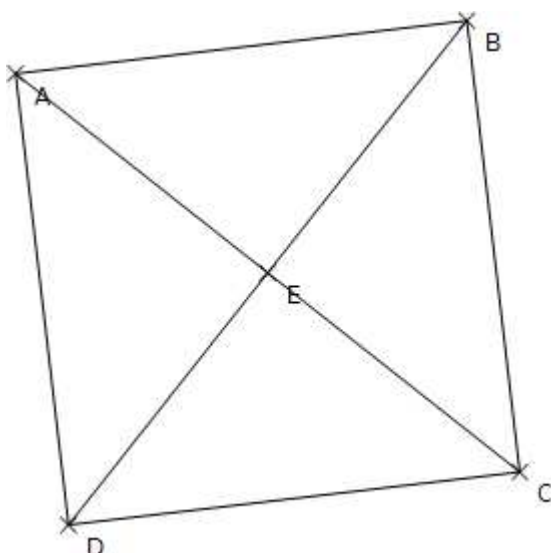


Illustration 98

Les tours de parole sont propres au film de ces deux élèves, indépendants du film de la classe et de celui de Léa et Sirine. Nous n'avons pas réussi à établir un lien entre les time code du film des élèves et celui de la classe.

## Description

### étape 1 : voir comme un dessin

Eva essaie de tracer le cercle de centre E tangent intérieurement aux côtés du carré (cf illustration 99). Pendant ce temps, Adrien s'adresse à PR (min. 13:48, tdp 1, A : « *Elle a trouvé* »). PR lui demande des précisions (min. 13:59, tdp 2, PR : « *Qu'est-ce qu'elle a trouvé ?* »). Adrien lui explique et montre qu'Eva est en train de tracer le cercle (cf illustration 100).

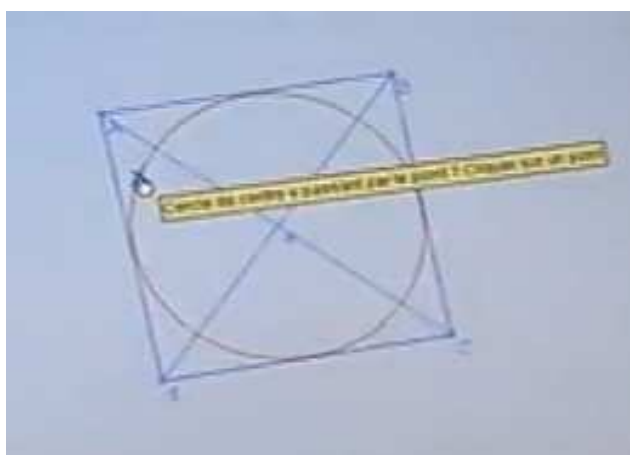


Illustration 99

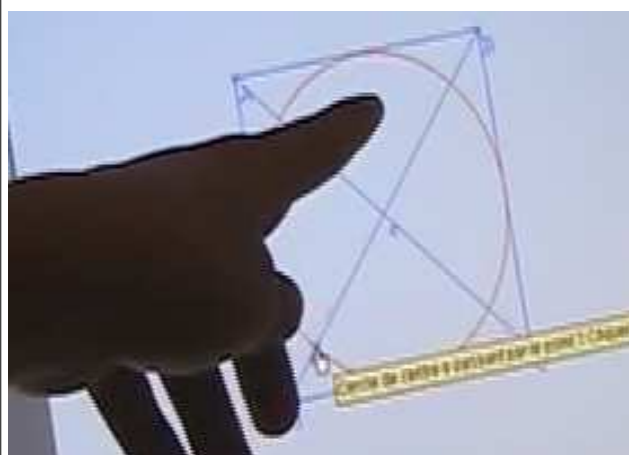


Illustration 100

### étape 2 : agir pour anticiper

Eva essaie de tracer le cercle attendu. Elle sélectionne le bouton « *cercle de centre donné et passant par un point donné* », sélectionne et valide le point E, en tant que centre du cercle puis elle déplace le curseur de la souris. Elle a un cercle orange à l'écran qui s'agrandit au gré du déplacement du curseur. Elle déplace la souris jusqu'au point D, le carré est alors intérieur au cercle et explique à PR que ça ne convient pas (min. 14:07, tdp 8, E : « *Mais là, je ne peux pas, parce que si je vais sur un point. Là, ça ne va pas... C'est trop grand !* ») (cf illustration 101). Puis elle déplace le curseur de la souris sur la diagonale [BD] en montrant ce qu'elle veut obtenir (min. 14:11, tdp 8, E : « *Il faut que ça fasse comme ça* ») (cf illustration 102). Finalement, elle conclut qu'elle doit placer un point sur la



diagonale (tdp 8, E : « *Il faut que je crée un point sur la diagonale* »).

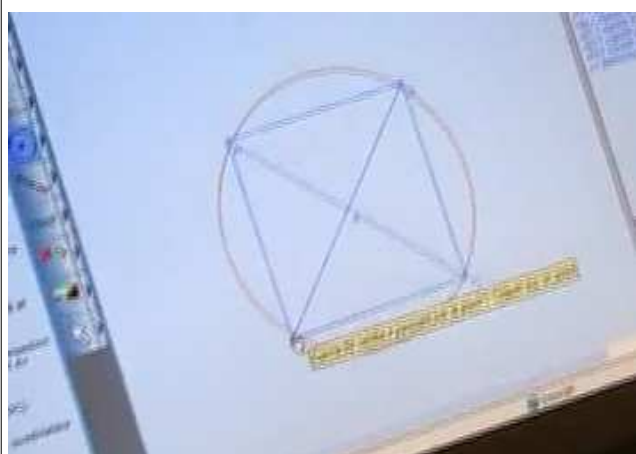


Illustration 101

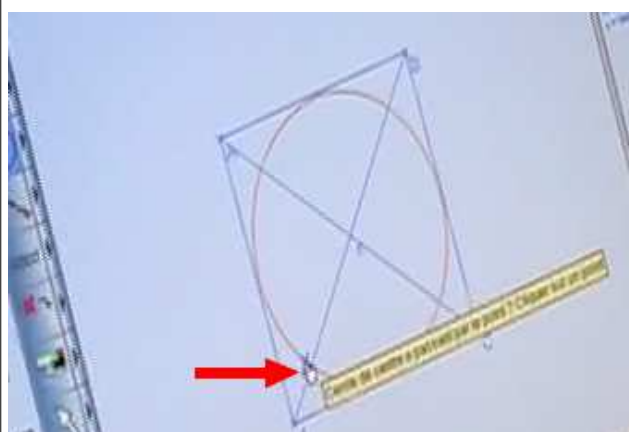


Illustration 102

### étape 3 : construction du cercle

PR demande des explications sur ce qu'Eva a l'intention de faire (min. 14:20, tdp 9, PR : « *Qu'est-ce que tu vas faire, là ?* »). Eva explique qu'elle va mettre en œuvre ce qu'elle a conjecturé, à savoir placer un point sur la diagonale. PR acquiesce à son propos (tdp 11, PR : « *D'accord* »). Par conséquent, elle sélectionne le bouton « *point sur* », sélectionne et valide le segment [BD], puis place le point F sur ce segment (cf illustration 103). Puis elle sélectionne le bouton « *cercle de centre donné passant par un point donné* », sélectionne et valide le point E. Elle déplace le curseur vers le point F, elle hésite à valider (min. 14:47, tdp 13, E : « [Je ne sais pas] *Si ça va aller* »). Le cercle orange ne semble pas tangent aux côtés du carré, alors que le cercle se rapproche de F. Finalement, Eva valide malgré tout. PR demande des explications. Les deux élèves montrent simultanément que le cercle dessiné n'est pas le cercle attendu (cf illustration 104). Puis Eva explique ce qui se passe (tdp 16, E : « *C'est trop grand* » puis tdp 18, E : « *Ça dépasse du carré* ») (cf illustration 105). Elle efface alors le cercle. Adrien demande la souris.

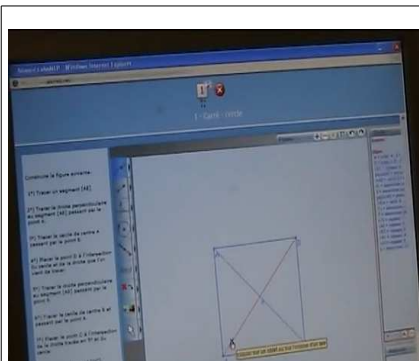


Illustration 103

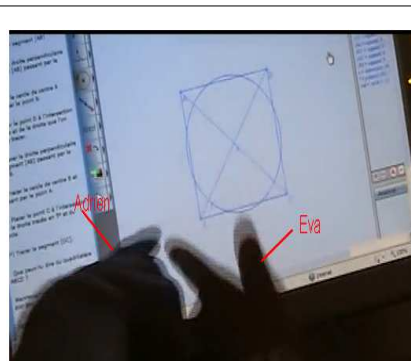


Illustration 104

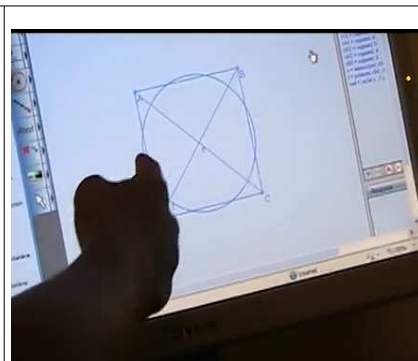


Illustration 105

### étape 4 : construire un dessin du point de vue d'Adrien

Adrien demande de travailler à son tour. Après quelques essais infructueux, il trace le cercle de centre E et tangent perceptivement au côté [AB] du carré (min. 16:37, tdp 39, A : « *Je fais... maintenant comme ça... et j'attends que* ») (cf illustration 106). PR semble valider la proposition (min. 17:03, tdp 42 « *Alors, c'est pas mal, ça* »). Il demande aux élèves de vérifier (tdp 44, PR : « *Comment est-ce qu'on vérifie si c'est bon ?* »). Eva répond qu'il faut « *bouger* » (tdp 45, E : « *On bouge* »). La construction ne résiste pas au déplacement (cf illustration 107).

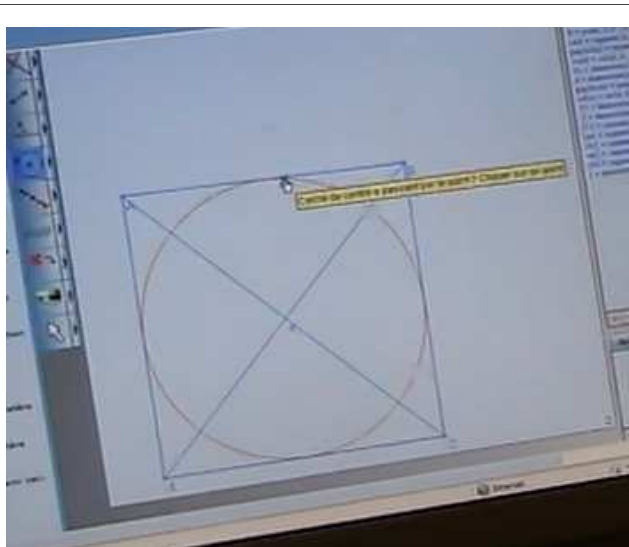


Illustration 106

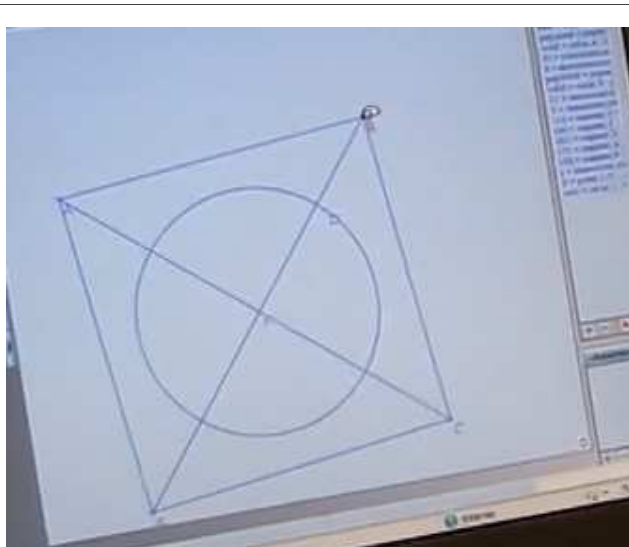


Illustration 107

étape 4 bis : voir pour anticiper du point de vue d'Eva

Nous reprenons le même moment et nous l'étudions du point de vue d'Eva. Adrien a demandé la souris pour construire le cercle. Comme nous l'avons vu précédemment, il sélectionne le bouton « *cercle de centre donné passant par un point donné* », il valide le centre E et il approche le cercle aux bords du carré. En le regardant faire, Eva a une idée et demande de reprendre la souris (cf illustration 108) (min. 16:51, tdp 40, E : « *Oh, j'ai une idée. Attends, passe deux secondes, mais attends...* »). Mais Adrien tient bon et finit sa construction. Lorsque PR demande si c'est la construction attendue, Eva répond par l'affirmative, et signale qu'elle a une idée (min. 17:05, tdp 43, E : « *Oui c'est bon, mais j'avais une idée* »). PR ne veut pas encore l'entendre. Finalement, la construction proposée est fautive et Eva présente enfin son idée. Elle veut placer le milieu de [AB].

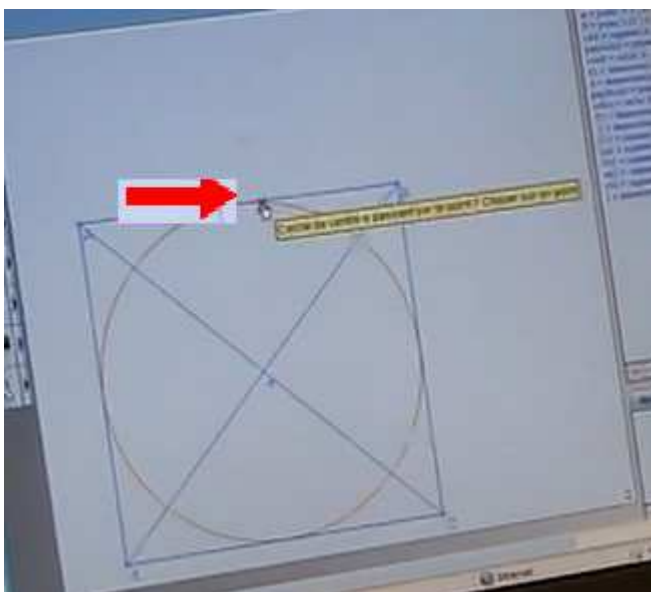


Illustration 108

étape 5 : chercher le milieu d'un segment

Eva veut placer le milieu du segment [AB] (tdp 49, E : « *J'ai une solution* » puis tdp 51 E : « *Je voudrais savoir le milieu de [AB]* »). Elle l'explique à PR en montrant sur l'écran (cf illustration 109). Mais le bouton « *milieu du segment* » a été enlevé par l'enseignant titulaire de la classe (de sa propre initiative). PR lui demande alors de chercher une autre idée. Eva va chercher à construire une droite en cherchant le bouton « *droite* ». Adrien va proposer de tracer un trait (min. 18:17, tdp 58,

A : « *On fait un trait là* »). Et il le montre avec son index, un trait qui semble perpendiculaire à (AD) passant par E (cf illustration 110). Eva demande à PR si elle peut tracer une droite à partir d'un point. PR explique que ce n'est pas possible. En réponse à la question de PR (tdp 60, PR : « *Il faut qu'elle soit comment ta droite ?* »), Eva explique alors qu'elle va tracer une perpendiculaire (tdp 61, E : « *Euh! Perpendiculaire à [AD] ou à [BC]* ») (cf illustration 111). Elle sélectionne le bouton « perpendiculaire », elle sélectionne et valide le segment [AD], puis elle sélectionne et valide le point E. Elle est accompagnée par le discours de PR à chaque étape (min. 18:55, tdp 68, PR : « *Tu veux que ce soit perpendiculaire à quoi ?* » puis tdp 70, PR : « *Il faut que ça passe par ?* »). Puis elle place F le point d'intersection de la perpendiculaire et du côté du carré.

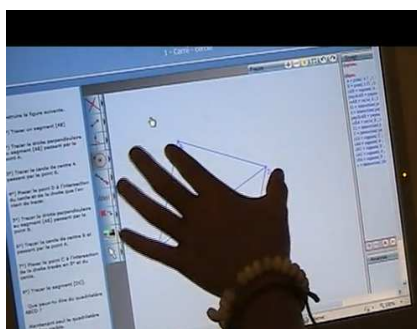


Illustration 109

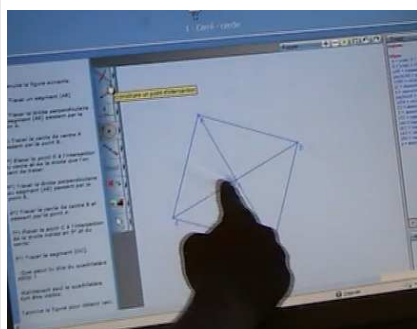


Illustration 110

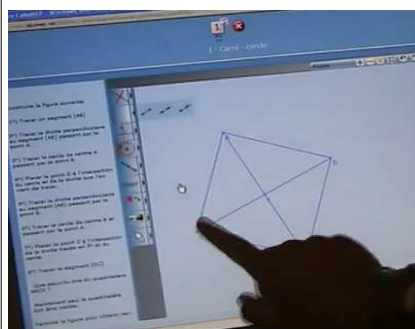


Illustration 111

#### étape 6 : déplacer pour valider

Eva sélectionne alors le bouton « point d'intersection » et obtient le point F à l'intersection de la perpendiculaire et du carré. Elle sélectionne le bouton « cercle de centre donné et passant par un point », sélectionne et valide le point E en tant que centre du cercle, sélectionne et valide le point F en tant que point du cercle. Eva exprime la fin de la construction (tdp 73, E : « *Voilà* »). Elle déplace immédiatement le point B (cf illustration 112) et valide (min. 19:27, tdp 73, E : « *C'est bon* »). Adrien exprime son contentement (tdp 74, A : « *Ça marche* »).

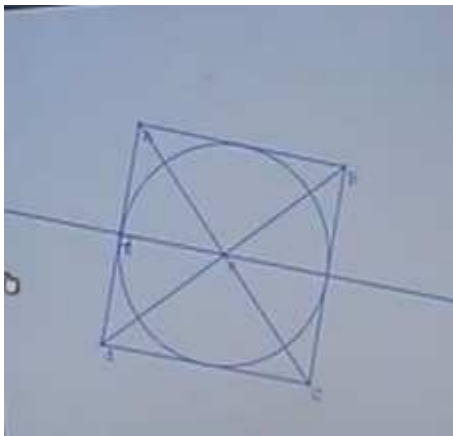


Illustration 112

#### étape 7 : expliquer ce qui vient d'être fait

Le professeur demande à l'élève Adrien de confirmer ce qu'Eva vient de dire, puis de réexpliquer ce qu'elle a construit. Il montre les boutons au fur et à mesure (cf illustration 113).

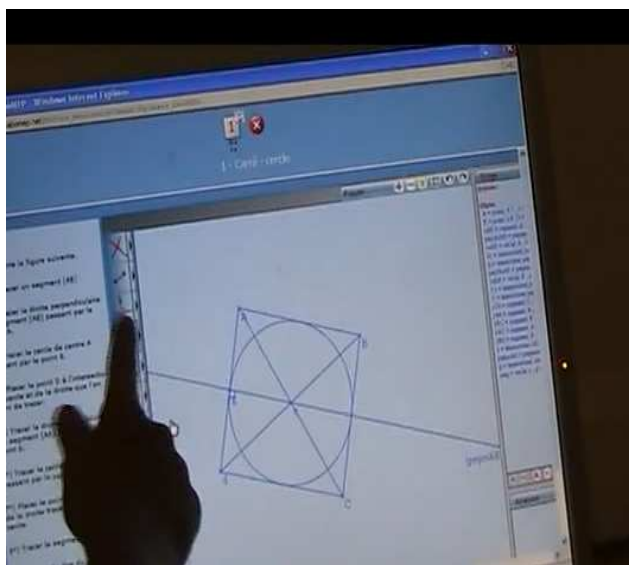


Illustration 113

A : Ça marche.  
 PR : C'est ce que tu voulais ?  
 E : Oui  
 PR : Est ce que c'est ce qu'elle voulait ?  
 A : Oui  
 PR : Oui. Comment elle a fait ? Tu saurais me réexpliquer ?  
 A : Euh. Elle a ...  
 E : Il faut effacer les traits de construction  
 A : Elle a pris ça (il montre le bouton perpendiculaire).  
 PR : oui  
 A : Elle a fait une intersection. Et elle a créé  
 Elle a créé un angle ...  
 PR : droit, oui.  
 A : droit. Et, Pour savoir où c'est le milieu.  
 PR : oui.  
 A : et après, elle a pris...là. Elle a pris euh ce point-là. Et après, euh...Elle a fait  
 PR : Elle a fait le cercle  
 Ad : oui  
 PR : très bien.

Le professeur demande à l'élève Adrien de confirmer ce qu'Eva vient de dire, puis de réexpliquer ce qu'elle a construit..

## Analyse

Dans l'étape 1, Eva a mis en œuvre une première règle stratégique dans l'environnement tracenpoche, à savoir définir le centre du cercle avant de sélectionner le bouton « cercle ». Nous pouvons faire l'analogie avec l'utilisation du compas, technique ancienne dans l'environnement papier-crayon. Avant de prendre le compas, il faut déterminer le lieu de la pointe. La stratégie maintenant développée par Eva est la suivante : le logiciel de géométrie dynamique lui permet de visualiser un cercle, qui s'agrandit ou rétrécit en fonction du lieu où elle place la souris. Là encore, nous pouvons poursuivre l'analogie avec l'utilisation du compas où il suffit d'écarter les branches pour tracer le cercle, l'écartement implicite correspondant alors au rayon du cercle.

Pour Adrien, le jeu est terminé (tdp 3 : « [Elle a trouvé] *Comment faire le cercle* »). Nous trouvons la confirmation de cette assertion lorsqu'il demande à Eva de lâcher la souris, alors que Eva est encore en train de chercher ce que peut être le rayon du cercle (tdp 7 : « *Lâche* »). Du point de vue de Adrien, la règle stratégique qui consiste à définir le centre du cercle suffit à tracer le cercle.

Le chercheur-praticien (noté PR) perturbe l'organisation du binôme par sa seule présence. Le trio se répartit différemment selon le moment de l'étude. Ainsi, dans l'étape 1, Adrien expose à PR ce qui a été fait, tandis que Eva est toujours en train de résoudre le problème. Puis dans l'étape 2, Eva prend PR à témoin des difficultés qu'elles rencontrent.

Dans l'étape 2, nous voyons la stratégie que développe Eva. Elle déplace le cercle orange de sorte à sélectionner un point déjà placé, par exemple le point D. Par conséquent, elle sait que pour tracer le cercle, il lui faut déterminer un point de ce cercle. Mais le résultat visuel à l'écran ne correspond à ce qui est attendu. Donc, ce qui permet de dire à Eva que cette proposition n'est pas retenue (le point D), ce n'est pas le déplacement, au sens de « *la construction doit conserver les mêmes propriétés lors du déplacement des points déplaçables* ». Mais c'est la perception visuelle du dessin qui ne

correspond pas à ce qui est attendu. Eva tente d'expliquer sa stratégie à PR. Ce dernier écoute le discours, mais il n'intervient pas dans cette phase de recherche, il ne questionne pas, il ne valide pas non. Il fait ainsi preuve de réticence.

Le fait d'expliquer à PR et de déplacer le curseur donne une idée à Eva. Nous avons à ce moment la confirmation qu'elle sait que le cercle doit passer par un point déjà créé (c'est la raison pour laquelle elle avait essayé de faire passer le cercle orange par le point D). Cette connaissance instrumentale étant en arrière plan, le « dessin » à l'écran fait signe : elle décide de créer « un point sur un segment ». Cette règle stratégique « *placer un point sur un objet* » plutôt que « *créer un point libre* », avait permis d'élaborer des constructions correctes lors de séances précédentes.

Ainsi, une utilisation du logiciel repérée ici est d'établir une conjecture par le déplacement des points. Ici, il s'agit d'ajuster avant d'avoir terminé le cercle. Cet ajustement est réalisé d'abord perceptivement, mais il n'est pas suivi directement par la validation du cercle. Il permet une anticipation du cercle. Ce signe nécessite d'être interprété par l'élève : il ne suffit pas de voir un cercle, il faut également savoir qu'il faut déterminer un point du cercle. Eva va donc interpréter le placement du point sur un objet déjà présent, la diagonale. L'environnement tracenpoche permet à l'élève Eva de faire des essais successifs pour que le cercle non validé orange réponde aux critères attendus. Ce déplacement a été présenté dans la partie théorique comme déplacement mou.

Dans la troisième étape, le professeur demande à Eva d'explicitier sa démarche et acquiesce à son propos. Il intervient dans la construction dans le sens où Eva doit s'arrêter pour répondre à la question posée. Cet acquiescement (tdp 11, PR : « *D'accord* ») est ambigu. On peut l'interpréter de deux manières, soit il a compris ce que l'élève voulait faire, soit il donne raison à l'élève dans la stratégie mise en œuvre. Nous pouvons penser que l'incertitude dans laquelle se trouve Eva quelques instants plus tard (tdp 13, E : « *Oh, mais... Je ne sais pas comment...* ») vient du fait que l'élève l'a interprété dans ce second sens. La position de Adrien semble confirmer l'interprétation : avant qu'Eva ne valide, l'élève Adrien exprime la fin de l'action dans l'environnement tracenpoche (tdp 14, A : « *Voilà* »). La position d'accompagnement du professeur a été interprétée comme une position de valorisation, perturbant ainsi Eva.

La non-validation du cercle (il est encore orange lorsque l'élève conclut) est faite ici à partir du résultat perceptif à l'écran. En déplaçant la souris pour sélectionner le point F, Eva voit que le cercle orange dépasse du carré, avant qu'elle décide de valider le cercle quand même (tdp 18, E : « *Ça dépasse du carré* »). Nous n'avions pas envisagé dans notre analyse *a priori* que le choix d'un point du cercle soit mis en défaut avant le déplacement d'un point. La stratégie mise en œuvre par Eva nous semble intéressante puisqu'elle repose sur le déplacement mou, même si elle n'est pas gagnante.

Dans la quatrième étape, nous voulons mettre en parallèle le point de vue de chacun des deux élèves. PR s'appuie ici sur un élément retardateur du temps didactique. Il sait que la construction proposée par Adrien ne tient pas compte des propriétés géométriques (Adrien agrandit le cercle orange jusqu'à ce qu'il touche le côté du carré). Pourtant il laisse Adrien aller jusqu'au bout de son idée. Ce dernier rencontre ainsi l'ignorance. Il doit s'approprier par lui-même les règles stratégiques pour gagner.

Du point de vue de l'autre élève, le déplacement du cercle orange lui donne à voir une caractéristique du point du cercle. D'après ce qui précède, nous pensons qu'Eva sait qu'elle doit déterminer un point du cercle et le résultats des mouvements de la souris donne à voir à Eva la position de ce point, même si ce n'est pas elle qui déplace la souris. La position du cercle orange lui donne à voir le milieu de [AB].

La présence du professeur n'est pas neutre. Nous présentons ici un effet de contrat. PR laisse Adrien construire le cercle en le valorisant (tdp 42, PR : « *C'est pas mal ça* »). Eva sait qu'il faut placer un point et pourtant, elle dit qu'elle est d'accord avec une construction qui ne place pas ce point. Nous



pensons qu'elle interprète l'attitude du professeur comme une validation de la construction.

Au cours de la cinquième étape, nous voyons une interaction entre les élèves lorsqu'ils répondent au professeur. Eva cherche à déterminer le milieu de [AB] : elle le montre à l'écran avec son doigt. Adrien montre un trait, qui ne permettra pas de placer le milieu de [AB], mais celui de [AD] : il retient donc l'idée de milieu mais il l'applique à un autre segment. Eva reprend alors l'idée d'Adrien. Elle explique que c'est (le trait) perpendiculaire à (AD) ou à (BC).

Dans les échanges entre PR et les élèves, nous portons notre attention sur la manière de communiquer des élèves. Ils utilisent, tous les deux, l'écran pour donner à voir ce qu'ils souhaitent obtenir : ils n'hésitent pas à pointer du doigt. Par contre, le discours qui accompagne les gestes sont différents entre les deux élèves. Eva dit explicitement ce qu'elle veut en utilisant des relations géométriques (le milieu de [AB], la perpendiculaire), tandis qu'Adrien utilise un vocabulaire de la vie courante (un trait). Nous avons ici une confirmation de l'avancée différente des deux élèves, que ce soit du point de vue des connaissances mathématiques ou instrumentales.

Dans la septième étape, le rôle du professeur est de proposer ici une phase de micro-institutionnalisation. Il l'a fait formuler par l'élève le moins performant. Adrien propose une chronologie de la construction dans l'environnement tracenpoche. Il place son doigt sur le bouton « *perpendiculaire* » pour montrer ce qu'Eva a fait. C'est l'objet qui est premier et non la relation ternaire « perpendiculaire + à+passant par ». La perpendiculaire devient la solution au problème posé, à savoir déterminer le milieu d'un segment. Il essaie de continuer la chronologie de la construction. Mais PR complète sa phrase « le cercle », de manière prématurée. Ce dernier ne précise pas que ces deux points (le centre et un point du cercle) suffisent à caractériser le cercle.

## **7.4 - Conclusion par rapport à cette classe**

### **7.4.1 - Rappel de la chronologie**

Dans cette classe, le professeur a choisi de proposer un seul exercice dans l'environnement tracenpoche, comportant les trois tâches suivantes, construire un carré en suivant un programme de construction (tâche notée t2,9,tep), reconnaître un carré (tâche notée t4,7,tep) et reproduire une figure (t3,10,tep).

### **7.4.2 - Rappel de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

### **7.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche**

Le professeur choisit de ne faire la construction que dans l'environnement tracenpoche. Il présente donc un « dessin » à reproduire. Il n'a pas été analysé. Les élèves ont pour tâche de reproduire une « figure » à partir du carré qu'ils ont construit. Cela revient à tracer un cercle tangent intérieurement à un carré. Les connaissances mathématiques visées sont de déterminer les éléments caractéristiques du cercle, le centre du cercle et un point du cercle. L'enjeu dans cette situation est de proposer des conditions favorables à l'émergence de ces connaissances mathématiques, pour transformer le « dessin du cercle tangent intérieurement au carré » en une « figure du cercle de centre le point d'intersection des diagonales et dont un point du cercle est le milieu d'un côté du carré ». Nous avons présenté deux binômes Léa et Sirine d'une part, et Adrien et Eva d'autre part. Nous avons rendu-compte de la manière dont la dévolution du problème se déroule en présence du professeur dans le cas du binôme Léa et Sirine, en la présence du chercheur dans le cas du binôme Adrien et

Eva. La simplicité apparente de la tâche est enfin contredite. L'échec du tracé de la construction du cercle indique aux élèves qu'ils se sont trompés. Mais les rétroactions du milieu ne font pas signe aux élèves sur ce qui est faux. C'est le professeur qui les conduit à définir les éléments caractéristiques du cercle, ce qui permettra de tracer le cercle lui-même. Cet exemple illustre la résistance des élèves à voir un problème mathématique, lorsqu'il s'agit d'un problème de reproduction dans l'environnement tracenpoche.

Dans les échanges entre PR et les deux élèves Adrien et Eva, nous montrons la différence des connaissances mathématiques et instrumentales. Le « voir comme un dessin » pour Adrien est prégnant. Et ce « voir comme un dessin » conduit Eva à conjecturer des relations géométriques entre les objets, c'est-à-dire à transformer le « dessin » en une « figure », où le centre et un point du cercle sont déterminés avant le tracé du cercle lui-même. Nous avons montré que la persistance du dessin dans l'environnement tracenpoche est réelle. Par contre, dans l'exemple étudié, une micro-institutionnalisation a été faite par Adrien à la demande de PR. Il se rend ainsi capable de résumer ce qui a été fait en prenant appui sur les boutons pour expliquer. L'environnement tracenpoche agit alors comme le support l'explicitation des actions.

#### **7.4.4 - Initiatives du professeur**

Le professeur a choisi de masquer le bouton « milieu » pour tracer le cercle, tangent intérieurement au carré. Ainsi la question initiale du chercheur qui reposait sur la détermination des éléments caractéristiques du cercle avant la construction du cercle est transformée en la manière de déterminer les éléments caractéristiques du cercle.

### **8 - Conclusion partielle concernant la situation 5, mise en œuvre dans les trois classes**

#### **8.1 - Rappels de nos deux questions de recherche**

En quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

#### **8.2 - Résultats par rapport à nos deux questions de recherche**

Le cercle de la situation 5 permet de travailler la notion de figure. D'un point de vue épistémique, cela signifie que le cercle doit être défini par ses éléments caractéristiques, soit le centre et un rayon, en tant que segment, dont une extrémité est le centre du cercle et la deuxième extrémité un point du cercle, soit le centre et un point du cercle, soit encore le centre et la longueur du rayon.

Dans l'environnement tracenpoche, le bouton « cercle de centre donné passant par un point donné »



permet de tracer le cercle, défini par un centre et un point du cercle. Les sélections successives de ce bouton puis d'un centre, en le déclarant au préalable comme point d'intersection des diagonales (cf illustration 114) font apparaître un cercle orange, que l'élève peut écarter jusqu'à ce que le cercle soit tangent au cercle (c'est ce que les élèves ont fait : Sirine, Léa, Eva, Adrien).



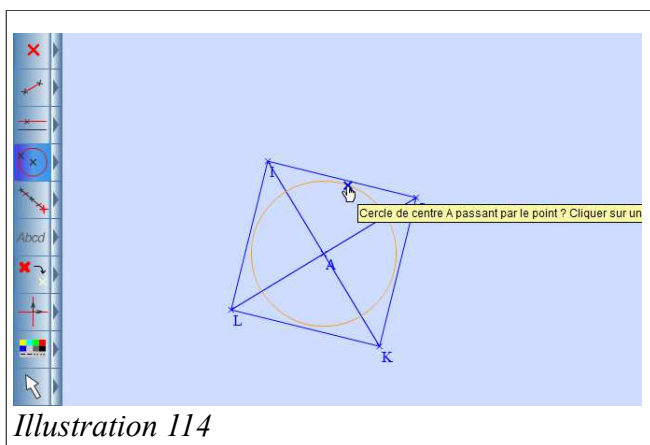


Illustration 114

En faisant cela, ce qui est premier dans cette manière de construire le cercle, c'est la notion de longueur du rayon. Le logiciel crée alors le point libre, qui n'est pas lié au rayon du cercle (cf illustration 115 et 116).

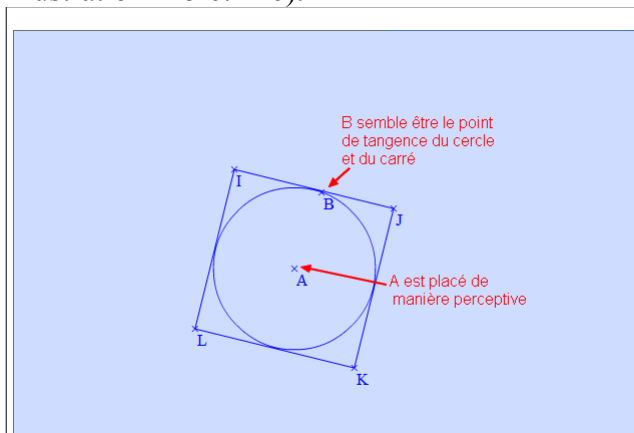


Illustration 115

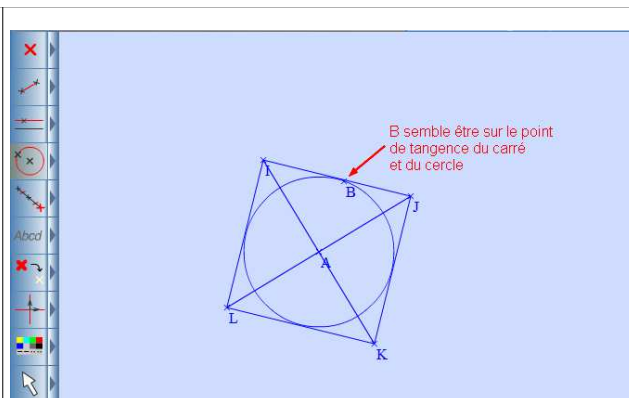


Illustration 116

Cette construction, proche des habitudes dans l'environnement papier-crayon ne résiste pas au déplacement (cf illustration 117 et 118).

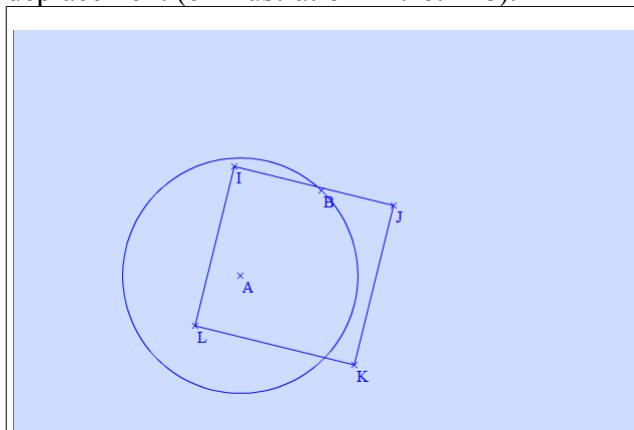


Illustration 117

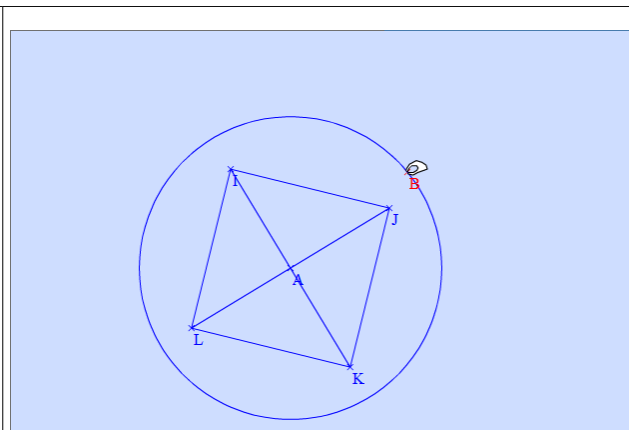


Illustration 118

Le centre du cercle est défini par tous les élèves observés : soit en tant que point d'intersection des diagonales (Florie, Shadé dans la classe de PB, Léa, Sirine, Adrien et Eva dans la classe de T), soit en tant que point d'intersection des médiatrices des côtés (Alex, Prune dans la classe de M). Par contre, le point du cercle à déterminer n'est pas facile pour les élèves : Florie, Shadé n'y parviennent pas, Léa, Sirine, Adrien et Eva l'ont fait en présence d'un professeur. Seuls Alex et Prune y parviennent seuls.

Nous pouvons penser que la création de ce point B par le logiciel aurait pu faire signe aux élèves pour aider à l'interprétation des effets du déplacement. En effet, lorsque le point I est déplacé, le

point B ne reste plus sur le segment [IJ]. L'expérience du déplacement peut suggérer aux élèves de définir le point B avant la sélection du bouton « *cercle* ». Cependant les élèves ne l'interprètent pas ainsi. Le professeur et le chercheur n'attirent pas l'attention des élèves en ce sens. Dans l'analyse des effets du déplacement, nous pourrions envisager de donner à comprendre aux élèves que le point B est lié au cercle, mais pas au côté du carré.

Comme nous l'avions déjà repéré dans la situation 3, quelques élèves parviennent à appréhender la figure, en tant qu'ensemble de dessins dans la reconnaissance du quadrilatère qu'ils ont tracé.

Suite à l'initiative du professeur de la classe de PB, l'usage des techniques anciennes issues de l'environnement papier-crayon est utilisé et transposé dans l'environnement tracenpoche. Ainsi, la mesure avec la règle de l'environnement tracenpoche permet de vérifier que le quadrilatère est un carré (cf JA1\_S5\_PB), car il conserve l'égalité des longueurs (cf illustration 119 et 120). D'un point de vue épistémique, la propriété d'égalité des longueurs ne permet pas d'en déduire que le quadrilatère est un carré.

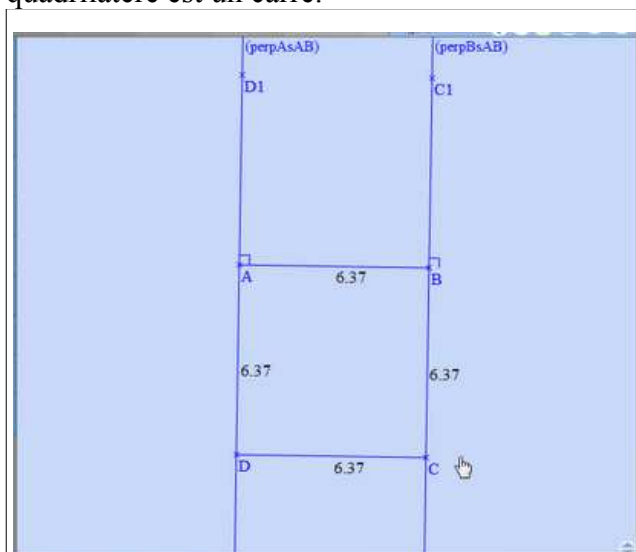


Illustration 119

Avant le déplacement du point B

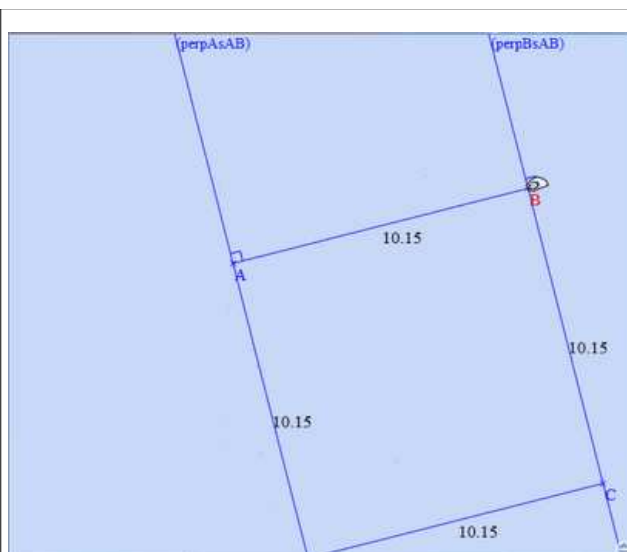


Illustration 120

Après le déplacement du point B

### 8.3 - Perspectives

Nous avons constaté que les professeurs n'ont pas choisi de phase d'institutionnalisation concernant les éléments caractéristiques du cercle. Pourtant certains élèves analysés n'y sont pas tous arrivés. Nous n'avons pas de renseignements sur les autres, mais nous pouvons penser que plusieurs n'y sont pas parvenus. Le saut informationnel existant entre l'environnement papier-crayon et l'environnement tracenpoche apparaît comme important. Seule une prise en compte par le professeur de cette difficulté et des stratégies pour son dépassement peut donner à voir à l'élève les aspects épistémiques visés, ici les éléments caractéristiques du cercle, qui peuvent rester implicites dans l'environnement papier-crayon.

Deux des professeurs ont choisi de masquer le bouton « milieu ». Il apparaît que, du point de vue du professeur, la déclaration des seuls éléments caractéristiques du cercle avant la sélection du bouton « *cercle* » par les élèves soit un but trop simple. Pourtant, de notre point de vue, cet objectif nous avait semblé suffisant, puisque les élèves avaient à déterminer le centre du carré en tant que point d'intersection des diagonales du carré et à placer le milieu d'un côté du carré. *A posteriori*, nous avons vu les élèves déterminer le centre du cercle assez facilement. Par contre, la suite est apparue plus difficile. Puis, nous avons vu des élèves sélectionner le bouton « *cercle* » sans déterminer au préalable un point du cercle. Ils sont alors désorientés lorsque le déplacement ne valide pas la construction. C'est précisément cette recherche qui nous semblait intéressante. *A posteriori*, nous

avons vu aussi que des élèves ont repéré que le point de tangence est effectivement le milieu du côté du carré sans souci (Alex et Prune dans la classe de M, Adrien et Eva dans la classe de T). La tâche demandée par le professeur de la classe, qui consiste à construire le milieu d'un côté du carré sans le bouton « milieu » semble donc aussi intéressante. Dans ce cas, le but de l'exercice est différent : il s'agit de repérer que le cercle passe par le milieu du côté du carré (ce à quoi nous avons pensé au départ) et de déterminer un moyen de placer ce milieu (à l'aide de la médiatrice d'un côté du carré ou d'une perpendiculaire).

Le tracé du carré est proposé ici à partir d'un programme de construction, pour des questions que nous avons évoquées précédemment. Nous savons que les élèves auraient pu tracer un carré, à ce stade d'expertise de l'environnement tracenpoche.

## **Synthèse des résultats et perspectives**

## Synthèse des résultats par classe

À la suite des premières synthèses par classe pour chacune des situations, nous allons nous intéresser maintenant à chacune des trois classes. L'approche consiste à nous placer du côté des techniques du professeur. À partir des catégories de définition, dévolution, régulation et institutionnalisation, nous analysons comment le professeur s'appuie sur l'environnement tracenpoche pour favoriser le passage du dessin à la figure. Ces catégories étaient déjà présentes dans l'analyse en jeux d'apprentissage, où nous avons montré comment s'organisent les propriétés géométriques en termes de contrat-milieu. Nous les reprenons ici pour approfondir l'analyse du point de vue des techniques professorales. Nous envisageons ainsi successivement le professeur de la classe de M, puis celui de la classe de PB et enfin celui de la classe de T.

### 1 - Le professeur de la classe de M

#### 1.1 - Organisation globale

Nous allons rappeler ce que fait le professeur de la classe de M. Il organise chaque situation sur plusieurs séances (2 à 6 séances par situation). Les séances commencent à chaque fois dans l'environnement papier-crayon. Le professeur part ainsi d'un schéma à main levée (situation 1, notée S1 par la suite), d'une figure qu'il convient de reconnaître (situation 4 - S4 - , situation 5 - S5 - ), d'une photographie sur laquelle il s'agit d'élaborer un schéma à main levée (situation 2 - S2 - ) ou même de la seule évocation d'objets géométriques (situation 3 - S3 - ). Ces différents supports lui permettent de faire évoquer les relations géométriques, tels que l'égalité des longueurs ou l'angle droit. L'environnement tracenpoche succède à l'environnement papier-crayon.

#### 1.2 - Définir

Lorsque les élèves commencent dans l'environnement tracenpoche, un certain nombre de règles sont déjà définies. Nous pouvons noter le soin et le temps passé par le professeur pour ce faire. D'une part, pendant les séances dans l'environnement papier-crayon, les objets mathématiques sont nommés et les relations entre eux sont précisés (les droites perpendiculaires S1, le rectangle S2, les quadrilatères S3, le triangle équilatéral S4, le cercle dans le carré S5). Autrement dit, les règles stratégiques qui permettent de gagner dans l'environnement tracenpoche sont présentées. D'autre part, le déplacement est présenté et rappelé. Dans la situation 1, le professeur rappelle ce qu'est le déplacement (P : « *On déplace un point, une droite, et les points vont avec* », JA2\_S1\_M). Dans la situation 2, le professeur utilise une métaphore du déplacement (P : « *... Pour avoir une construction qui tient debout* », JA3\_S2\_M\_G\_Y). Dans la situation 3, un élève propose une définition du déplacement (Y : « *On va bouger pour voir si ça reste à peu près pareil* », JA2\_S3\_M). Dans la situation 4, le professeur ne rappelle pas collectivement le rôle du déplacement. Dans la situation 5, il définit le déplacement explicitement comme un moyen de validation (P : « *Rappelez-vous que sur tracenpoche, il faut que la figure soit juste, tracenpoche va nous prouver que la figure est juste, si en déplaçant certains points, on a toujours la même figure. Pas les mêmes dimensions peut-être mais toujours la même figure* », JA4\_S5\_M). Autrement dit, les élèves commencent dans l'environnement tracenpoche en ayant la possibilité de s'appuyer sur des propriétés géométriques clairement énoncées auparavant dans l'environnement papier-crayon et sur la nouvelle règle définitoire propre à l'environnement tracenpoche : « gagner au jeu » signifie la conservation des propriétés au cours du déplacement.

#### 1.3 - Réguler

Dans toutes les situations, nous pouvons dire que le professeur propose une sorte de régulation par

anticipation dans la mesure où les indications vont permettre aux élèves de gagner au nouveau jeu, mais les indications sont données avant même qu'ils ne soient confrontés au problème. Cette régulation se retrouve sous deux formes, soit le professeur annonce que les tâches seront à faire dans l'environnement tracenpoche alors que les élèves sont encore dans l'environnement papier-crayon, soit le professeur rappelle que les tâches réalisées dans l'environnement papier-crayon servent de support au moment où les élèves sont dans l'environnement tracenpoche. Dans certaines situations (S2, S3), il annonce aux élèves qu'ils auront à penser à ce qu'ils ont fait dans l'environnement papier-crayon lorsqu'ils seront dans l'environnement tracenpoche. Dans la situation 2, il le fait de manière explicite (P : « *Vous aurez à le faire tout à l'heure sur tracenpoche* », JA1\_S2\_M). Dans la situation 3, il ne juge pas nécessaire d'annoncer que le travail attendu se déroulera dans l'environnement tracenpoche puisque les élèves sont déjà dans la salle informatique et que, sur l'écran du tableau, sont affichés les quatre carrés (JA1\_S3\_M). De la même façon, lorsque les élèves sont dans l'environnement tracenpoche, le professeur n'hésite pas à rappeler ce qu'ils ont fait dans l'environnement papier-crayon. Dans la situation 1, il s'appuie sur l'absence d'un élève pour faire redire par les autres élèves ce qui a été fait (P : « *Si tu veux, Louis, on a des piliers (...), le tablier (...), et des câbles qui sont accrochés d'une part au pilier et d'autre part, au tablier lui-même* », JA1\_S1\_M). Dans la situation 4, le professeur fait rappeler ce qu'est un triangle équilatéral et présente aux élèves leur travail de l'environnement papier-crayon comme une aide potentielle (P : « *Vous avez sous les yeux votre feuille. Ça peut éventuellement vous aider* », JA4\_S4\_M\_A\_Pr). Dans la situation 5, le professeur utilise cette même technique. Il annonce explicitement que la réalisation de la tâche dans l'environnement tracenpoche doit être reliée à ce qui a été fait dans l'environnement papier-crayon (P : « *Vous avez tous maintenant le début de la figure que vous avez tracée tout à l'heure en classe. (...). On va faire en sorte de terminer, donc d'ajouter quoi ?* » », JA4\_S5\_M).

Pour que les élèves puissent affronter le nouveau milieu (une tâche à effectuer dans l'environnement tracenpoche qui nécessite de déclarer des propriétés mathématiques), le professeur s'appuie sur le contrat, en tant que système stratégique de « déjà là », des connaissances géométriques et des connaissances instrumentales. Il laisse à la charge de l'élève d'établir un lien entre ce qu'il sait et ce qu'il doit faire dans l'environnement tracenpoche, autrement dit de mettre en œuvre les stratégies gagnantes dans l'environnement tracenpoche.

#### **1.4 - Dévoluer**

Compte tenu du soin apporté à la définition de la situation, le professeur s'attend probablement à ce que l'environnement tracenpoche suffise à lui-même pour que les élèves prennent la responsabilité du travail. Dans les binômes analysés, nous voyons effectivement les élèves s'engager dans des stratégies, gagnantes ou non. Nous n'avons pas noté de geste spécifique.

#### **1.5 - Institutionnaliser**

Dans cette classe, le professeur choisit d'institutionnaliser collectivement des connaissances instrumentales (S1), des connaissances mathématiques (S4). Il propose également une autre manière d'institutionnaliser en poursuivant la tâche de construction par une tâche d'écriture d'un programme de construction (S5). Nous faisons l'hypothèse d'interprétation suivante. Les connaissances mathématiques sont travaillées dans l'environnement papier-crayon. L'environnement tracenpoche devient le lieu d'institutionnalisation des connaissances géométriques précédemment travaillées. Les rétroactions de l'environnement tracenpoche sont sans doute pensées suffisantes par le professeur à donner à voir aux élèves la nécessité des relations géométriques. Autrement dit, les stratégies gagnantes sont celles qui conduisent les élèves à obtenir une figure qui résiste au déplacement. Du point de vue du professeur, cela signifie que l'élève a pris en compte les propriétés géométriques.

## 1.6 - Conclusion

Nous pouvons interpréter l'intégration du logiciel dans cette classe de la manière suivante. Le professeur utilise l'environnement tracenpoche de manière à institutionnaliser les connaissances géométriques. Ce sont les rétroactions du logiciel qui doivent être interprétées par l'élève afin de l'amener à se rendre compte de la nécessité d'utiliser les propriétés géométriques sachant que ces propriétés ont fait l'objet d'une attention particulière dans l'environnement papier-crayon. Les stratégies gagnantes sont donc celles qui prennent en compte les connaissances géométriques et qui sont transposées dans l'environnement tracenpoche, c'est-à-dire l'élève obtient une « figure » à l'écran, de sorte que le déplacement lui montre d'autres représentants de cette même figure. De ce fait, le professeur établit peu de retours collectifs de ce qui a été fait dans l'environnement tracenpoche dans l'environnement papier-crayon.

## 2 - Le professeur de la classe de PB

### 2.1 - Organisation globale

Le professeur de la classe de PB organise également chaque situation sur plusieurs séances (2 à 4 séances par situation). Il commence les séances soit dans l'environnement papier-crayon (S1, S2), soit dans l'environnement tracenpoche (S3, S4, S5). Plus précisément, pour les situations S1, S2, le professeur présente des connaissances mathématiques qui seront revisitées dans l'environnement tracenpoche. Il donne à travailler sur le dessin à main levée ou sur le tracé du rectangle. Une caractéristique de ce professeur est qu'il conclut toujours par une séance dans l'environnement papier-crayon.

### 2.2 - Définir

Dans les cinq situations, ce professeur va s'appuyer sur l'environnement tracenpoche pour montrer ou suggérer des règles définitoires ou des stratégies. Ainsi, dans la situation 1 (JA2\_S1\_PB), le professeur demande aux élèves de tracer un « beau pont » avant de parler des propriétés géométriques. C'est à partir du déplacement d'un point qu'il met en évidence que les droites perpendiculaires ne résistent pas au déplacement. La règle définitoire du déplacement n'est donc pas donnée *a priori*. Elle est montrée. Dans le même temps, le professeur indique aux élèves les effets du déplacement. À partir de sa propre construction, il donne à voir les relations géométriques qui résistent au déplacement, et celles qui ne résistent pas. Dans la situation 2, les élèves ont déjà tracé un rectangle dans l'environnement papier-crayon, ils ont alors à compléter un rectangle dans l'environnement tracenpoche. Le professeur laisse les élèves terminer leur rectangle. C'est à travers la construction d'un élève dans l'environnement tracenpoche que le professeur donne à voir les propriétés géométriques qu'il convient de mettre en œuvre dans cette situation (JA3\_S2\_PB). Dans la situation 3, le professeur définit le déplacement exploratoire en demandant aux élèves de se focaliser sur les propriétés qui résistent au déplacement avant de s'intéresser à la nature des quadrilatères. Autrement dit, il donne à voir dans chaque quadrilatère les propriétés qui résistent au déplacement, avant de faire reconnaître la nature du quadrilatère (JA1\_S3\_PB). Dans la situation 4, l'analyse de la figure dans l'environnement tracenpoche passe par des constructions complémentaires qui permettent de donner à voir les éléments géométriques qui constituent la figure. Dans les situations 4 et 5, les tâches de reproduction données aux élèves dans l'environnement s'appuient sur des indications dans l'énoncé, laissant peu d'initiative à l'élève. Nous notons que le professeur donne à voir à l'élève de nombreux indices dans l'environnement tracenpoche avant même que l'élève ne soit confronté au problème lui-même. Par exemple, dans la situation 5, il donne comme consigne précise de tracer un cercle afin de reproduire la figure.



### 2.3 - Réguler

Dans la situation 2, le professeur a choisi d'introduire le bouton « règle » (JA4\_S2\_PB). D'un certain point de vue, il choisit de s'appuyer sur un ancien contrat, celui de la mesure, pour donner à voir ce qui se passe dans l'environnement tracenpoche. C'est ainsi que le triangle ou le carré sont reconnus comme ayant des côtés de même longueur grâce à la mesure donnée par le logiciel et non au cercle tracé pour reporter une même longueur.

Le déplacement est rappelé dans toutes les situations. Nous notons que le mode de régulation par la mesure et le déplacement sont reliés à un moment donné. Dans les échanges avec un élève, le professeur revient sur les effets du déplacement sur une construction juste. Non seulement, la construction conserve les mêmes propriétés, mais elle conserve l'égalité des longueurs (P : « [Ça conserve] *l'égalité des mesures* », JA1\_S5\_PB).

### 2.4 - Dévoluer

Là aussi, nous pouvons dire que le professeur s'attend probablement à ce que l'environnement tracenpoche suffise à lui-même pour que les élèves prennent la responsabilité du travail. Effectivement, les élèves ont des consignes de construction dans l'environnement tracenpoche et ils s'engagent facilement dans les tâches (ceux que nous avons analysés).

### 2.5 - Institutionnaliser

Dans cette classe, il nous semble que le professeur envisage l'environnement tracenpoche comme un passage intermédiaire pour travailler les notions mathématiques. Il choisit d'institutionnaliser les connaissances utilisées dans l'environnement tracenpoche en proposant des tâches consécutives dans l'environnement papier-crayon. Dans la situation 1, il demande aux élèves de reproduire le pont. Dans la situation 2, il fait compléter un rectangle, sachant que ce dernier a deux côtés consécutifs tracés. Dans la situation 3, le professeur demande aux élèves de compléter des quadrilatères déjà commencés. Dans la situation 4, il leur propose de tracer un triangles isocèle et un triangle équilatéral. Enfin, dans la situation 5, il conduit les élèves à reproduire le carré et le cercle, de sorte à ce qu'ils soient contraints d'utiliser les mêmes techniques que dans l'environnement tracenpoche. Pour rappel, il choisit de prendre un carré de côté 5,5 cm de sorte que le milieu du carré ne soit pas facilement repérable avec les mesures (JA4\_S5\_PB). Autrement dit, il fait preuve d'une compréhension certaine des enjeux de la situation.

### 2.6 - Conclusion

Nous pouvons modéliser l'intégration du logiciel par ce professeur de la manière suivante. Le professeur utilise l'environnement tracenpoche comme milieu, en tant que « système stratégique à mettre en place », sous un certain contrat, en tant que « système stratégique actuel ». Ce sont les rétroactions du logiciel qui doivent être interprétées par l'élève afin de l'amener à se rendre compte de la nécessité d'utiliser les propriétés géométriques dans l'environnement tracenpoche. Une fois le « système stratégique actualisé » dans l'environnement tracenpoche, il est testé dans l'environnement papier-crayon, c'est-à-dire les propriétés géométriques sont institutionnalisées dans l'environnement papier-crayon. Elles permettent ainsi à l'élève de passer du « dessin » à la « figure ». Le « beau pont » est transformé en une « figure » comportant deux droites perpendiculaires, par exemple (S1). Le triangle équilatéral devient le prétexte à utiliser le cercle pour reporter une longueur dans l'environnement tracenpoche. Le cercle est alors réinvesti en un arc de cercle dans l'environnement papier-crayon (S4). Le cercle qui semble tangent intérieurement au carré devient le cercle de centre le point d'intersection des diagonales et dont un point du cercle est le point d'intersection d'une droite perpendiculaire et du côté du carré. Le professeur organise un retour dans l'environnement papier-crayon avec un carré dont la longueur du côté peut conduire l'élève à réinvestir la construction de l'environnement tracenpoche (S5).

### 3 - Le professeur de la classe de T

#### 3.1 - Organisation globale

Le professeur de la classe de T organise également les situations sur une ou deux séances. Il commence dans l'environnement papier-crayon soit sur un schéma à main levée (S1, S3), soit sur une figure qu'il convient de coder (S2, S4) ou soit sur un dessin (S5). Le schéma à main levée est alors l'occasion de faire évoquer les relations géométriques, tels que l'angle droit ou l'égalité des longueurs. La figure permet l'usage des instruments usuels de géométrie (le compas, l'équerre ou la règle graduée). Nous notons qu'à ce moment, les relations géométriques restent souvent implicites ou incomplètes. En effet, tel qu'il est présenté, le placement des instruments est effectif et suffit à lui-même (JA1\_S5\_T).

#### 3.2 - Dévoluer

Il semble que professeur s'attende à ce que l'environnement tracenpoche suffise à lui-même pour que les élèves prennent la responsabilité du travail, c'est-à-dire il s'attende à ce que l'élève mette en œuvre les propriétés géométriques dans l'environnement tracenpoche, sans lui donner nécessairement d'indication ni dans l'environnement papier-crayon, ni dans l'environnement tracenpoche. La stratégie du professeur semble produire les effets de dévolution attendue. Les deux élèves filmés, Léa et Sirine, font effectivement ce cheminement. Au début de la situation 1, elles commencent à sélectionner des boutons de l'environnement tracenpoche tout en discutant d'autre chose (JA2\_S1\_T\_L\_S) puis elles finissent par être surprises des résultats à l'écran (S : « *Oh là là, il se passe quelque chose* »). De même, dans la situation 5, elles commencent à tracer le cercle sans y prêter attention. Le déplacement d'un point leur montre que la construction est fautive. Elles se rendent compte qu'il est nécessaire de réfléchir (S : « *C'est dur !* », JA5\_S5\_T\_L\_S). Dans les trois autres situations, elles commencent immédiatement en tenant compte des consignes données par le professeur, orales ou écrites.

#### 3.3 - Réguler

Le professeur a été filmé dans les mêmes conditions que les deux autres. L'analyse des données ne permet pas de mettre en évidence des techniques de régulation. Nous le voyons, par exemple, intervenir auprès du binôme Léa et Sirine dans la situation 3. Les deux élèves ont écrit que MNOP est un losange et EFGH un parallélogramme. Il pose la question suivante : « *MNOP, c'est un losange ?* » (JA2\_S3\_T\_L\_S). Cette seule question, par effet de contrat, est l'indice d'une erreur et les deux élèves inversent aussitôt le nom des quadrilatères MNOP et EFGH. Nous le voyons également intervenir dans la situation 5 lorsque les deux élèves Léa et Sirine sont en train de construire le cercle (JA4\_S5\_T\_L\_S). Par deux fois, le professeur montre les éléments caractéristiques du cercle, le centre puis le cercle, avant que les élèves ne sélectionnent le bouton « cercle de centre donné passant par un point donné ». Là aussi, cela conduit les élèves à tracer le point d'intersection des diagonales ou la perpendiculaire pour déterminer le milieu du côté du carré. Dans la situation 4, le professeur interpelle collectivement les élèves. Il leur donne une indication pour tracer le triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche, à savoir penser à ce qui est fait dans l'environnement papier-crayon. Sur ces quelques interventions que nous avons relevées, les indices donnés par le professeur suffisent à conduire les élèves vers une stratégie gagnante. Nous pouvons donc dire que les indications du professeur, bien que peu nombreuses, semblent pourtant déterminantes au moment où elles sont produites.

#### 3.4 - Institutionnaliser

Le professeur de la classe de T organise une phase d'institutionnalisation à la fin des quatre

premières situations (S1, S2, S3, S4). Il s'appuie sur les exercices enregistrés des élèves (S1, S2, S3). Il donne à voir les « figures » en déplaçant les points. Les élèves sont amenés à parler de ce qu'ils ont construit, sachant qu'à l'écran, le « dessin » change tout le temps au gré du mouvement donné par le professeur. Il donne à voir une construction qui résiste au déplacement (JA3\_S1\_T), il insiste sur la relation de perpendicularité (JA4\_S2\_T) ou sur les liens entre les quadrilatères (JA3\_S3\_T). Dans la situation 4, contrairement aux séances précédentes, il demande à deux élèves de construire simultanément au tableau un triangle équilatéral dans les deux environnements établissant un lien entre les instruments usuels, le logiciel et les relations géométriques (JA5\_S4\_T). Nous pouvons dire que le professeur s'appuie sur l'environnement dynamique pour faire expliciter oralement les relations géométriques dans ces phases d'institutionnalisation. Nous notons que les difficultés rencontrées par le binôme étudié (Léa et Sirine) ne sont jamais rendues publiques, ni par le professeur, ni par les élèves. Par contre, le professeur ne propose pas de reprise collective à la fin de la cinquième situation (S5).

### **3.5 - Conclusion**

Comme nous l'avons déjà vu précédemment avec les autres professeurs, ce professeur présente l'environnement tracenpoche comme milieu, en tant que « système stratégique à atteindre », sous un certain contrat, en tant que « système stratégique actuel ». Par contre, ce professeur semble compter sur les rétroactions du logiciel qui doivent être correctement interprétées par l'élève afin de l'amener à se rendre compte de la nécessité d'utiliser les propriétés géométriques dans l'environnement tracenpoche. Le professeur est donc peu présent, comme s'il laissait l'élève prendre en charge cette évolution des connaissances à travers l'usage du logiciel. Il reprend néanmoins le main à la fin du travail de recherche des élèves dans l'environnement tracenpoche, des sorte que ces propriétés géométriques soient institutionnalisées à partir des constructions dans l'environnement tracenpoche, permettant de rendre publique la « figure » obtenue sur l'écran de travail des élèves.

## **4 - Conclusion concernant ces trois professeurs**

L'analyse des résultats à partir des techniques professorales nous ont permis de montrer comment les professeurs semblent interpréter l'environnement tracenpoche. Les trois professeurs envisagent ce nouvel environnement comme milieu, au sens de « système stratégique qui résiste ». Par contre, ce qui les différencient, c'est la manière dont ils organisent l'étude du point de vue de l'élève, c'est-à-dire la manière avec laquelle les élèves vont aborder le milieu. Le contrat, en tant que « système stratégique actuel » est orienté différemment. Les élèves de la classe de M ont rappelé des connaissances géométriques. Les élèves de la classe de PB découvrent (ou redécouvrent) les propriétés géométriques dans l'environnement tracenpoche à partir d'indications fortes de la part du professeur. Les élèves de la classe de T ont à chercher les propriétés géométriques dans l'environnement tracenpoche avec une aide plutôt réduite du professeur. Dans les classes de M et de T, l'environnement tracenpoche permet une institutionnalisation des connaissances géométriques. Par contre, dans la classe de PB, il n'est qu'une étape intermédiaire, c'est dans l'environnement papier-crayon que se fait l'institutionnalisation.

## Tracenpoche comme milieu pour l'étude en géométrie

Cette recherche s'intéresse à la question du changement curriculaire que peut représenter l'introduction de l'environnement tracenpoche dans la classe. Les objets géométriques ne sont plus seulement travaillés à travers le prisme des instruments usuels de mesure et de tracé, mais ils sont explicités via l'usage du logiciel de géométrie dynamique. À partir des travaux d'Assude (2007) sur les modes d'intégration, nous avons élaboré des situations que des professeurs ont mis en œuvre dans leurs classes. En nous appuyant sur les travaux de Assude et Mercier (2007), nous avons mené des analyses *a priori*. Enfin, nous avons analysé la mise en œuvre effective des situations dans les classe à l'aide de la notion de jeu d'apprentissage (Sensevy, 2011). Ainsi, nous avons mis au jour les enjeux, des éléments du contrat en tant que système stratégique du « déjà-là » et du milieu en tant que système stratégique « qui résiste » et dont le dépassement est la connaissance visée. Les différentes techniques professorales nous ont permis de mettre au jour différentes manière d'aborder l'environnement tracenpoche comme milieu pour l'étude en géométrie. Ces analyses étant faites, nous allons maintenant revenir à nos questions de recherche et donner des éléments de réponse.

### 1 - Première question de recherche

Cette première question concerne l'usage des techniques nouvelles : en quoi l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique, en terme de techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peut conduire les élèves à se rendre compte de l'insuffisance technologique des techniques anciennes, issues de l'environnement papier-crayon ?

Les éléments de réponse ont évidemment une dimension exploratoire. Ils sont basés sur trois classes, trois professeurs et quelques élèves dont l'écran a été enregistré. Toute généralisation serait en l'état prématuré.

Ces précautions étant prises, notre enquête nous permet de constater que les techniques mises en œuvre par les élèves dans l'environnement papier-crayon prennent appui sur l'usage des instruments usuels. Suite à l'introduction de l'environnement tracenpoche, ces techniques ont pour vocation à évoluer et à être transposées à travers l'usage des boutons du logiciel. Ces techniques nouvelles prennent ainsi appui sur les anciennes. Les discours du professeur et des élèves en attestent.

Nous pouvons par exemple entendre les élèves parler de compas ou d'équerre alors qu'ils veulent parler des boutons « cercle » (cf JA5\_S5\_T) ou « perpendiculaires » (cf JA3\_S2\_T\_L\_S). Les techniques anciennes étant plutôt connues, nous avons entendu des élèves bavarder tout en commençant une tâche dans l'environnement tracenpoche. Dans ces conditions, les techniques nouvelles mises en œuvre par les élèves aboutissent à une construction qui ne résiste pas au déplacement et remet donc en cause l'apparente facilité. Le passage de l'équerre ou du compas au bouton « perpendiculaire » ou « cercle de centre donné passant par un point donné » n'est pas transparent et résulte dans ce cas de la résistance du milieu. Autrement dit, le déplacement montre aux élèves qu'ils n'ont pas pris en compte certains éléments, éléments qu'il convient de déterminer. La relation de perpendicularité est alors spécifiée dans le discours des élèves et du professeur à l'aide d'un point et d'une direction (S1). Les éléments caractéristiques du cercle adviennent également dans le discours du professeur et des élèves et dans les actions de sélection par le professeur ou les élèves dans l'environnement tracenpoche (S4). Autrement dit, les élèves voient dans l'usage des boutons une explicitation des relations géométriques dans les situations qui ont permis d'introduire ces deux boutons, alors qu'elles ne sont pas nécessairement énoncées dans l'environnement papier-crayon. Il en est de même dans les autres situations, les élèves font de nouveau l'expérience de la nécessité de préciser ces relations.

Par exemple, dans la situation 2, deux élèves ne parviennent pas à tracer seuls la perpendiculaire au segment [BC] passant par le point C dans le rectangle (cf JA3\_S2\_T\_L\_S). Ils « voient »

perceptivement le point D avant qu'il soit réellement déterminé. C'est le professeur<sup>106</sup> qui les aide à construire la droite attendue, sans passer par le point D. De même, deux élèves pensent tracer la perpendiculaire à la droite (d1) passant par un point C de la droite (d2), placé perceptivement sur (d2) (cf JA3\_S2\_M\_G\_Y). Par la suite, le point C devient, pour eux, un point inutile. Pourtant, il a été très utile ! Nous pourrions supposer que ces éléments caractéristiques - direction, point - sont sélectionnés de manière erronée dans l'environnement tracenpoche et que ces erreurs pourraient avoir pour origine les contraintes propres au logiciel. Or, un des professeurs nous a permis de nous rendre compte de ce que les élèves expriment au cours de la construction à main levée (cf JA1\_S2\_PB). Les ordres de tracé des élèves sont incomplets d'un point de vue mathématique. Et c'est le professeur qui rend nécessaire de les compléter. Autrement dit, le faire dans l'environnement tracenpoche rend nécessaire de préciser les relations géométriques dans l'action conjointe professeur-élèves.

Cette évolution est remarquable également concernant l'usage du bouton « cercle de centre donné et passant par un point donné ».

Par exemple, dans la situation 5, nous avons vu des élèves contraints de revisiter la procédure du tracé dans l'environnement tracenpoche après un premier essai qui ne résiste pas au déplacement (cf JA5\_S5\_T\_A\_E). De même la construction simultanée d'un cercle dans l'environnement tracenpoche et d'un arc de cercle dans l'environnement papier-crayon a mis en évidence que « savoir tracer un arc de cercle avec le compas » d'un élève ne permet pas de montrer directement à un autre élève comment « tracer un cercle avec le bouton cercle » dans l'environnement tracenpoche. C'est l'énoncé des éléments caractéristiques du cercle qui va conduire l'élève à réussir dans l'environnement tracenpoche (cf JA5\_S4\_T).

Ces techniques nouvelles peuvent également conduire à revisiter le concept de perpendicularité. Le concept d'orthogonalité peut être approché. Nous avons rencontré deux élèves face à cette situation (cf JA2\_S1\_T\_L\_S). Le déplacement d'un point donne à voir une droite et un segment perpendiculaire qui ne sont pas toujours sécants. Ce résultat n'a pas été partagé à l'ensemble de la classe, mais nous pensons qu'il pourrait être exploité ultérieurement.

L'environnement dynamique est donc introduit en prenant appui sur les connaissances issues de l'environnement papier-crayon. Autrement dit, le « nouveau » prend appui sur l'« ancien », avec un écart de « juste distance ». Dans la recherche que nous avons menée, nous pouvons également voir comment le nouveau peut également conduire à de nouvelles connaissances mathématiques. Par exemple, deux élèves de CM2 (cf JA5\_S5\_M\_A\_P) découvrent le bouton « médiatrice ». La première fois, au cours de la construction, ils l'utilisent par hasard, sachant que le résultat qu'ils obtiennent correspond à ce qu'ils attendent. Les fois suivantes, au cours de la même construction, ils parlent de la « médiatrice » pour continuer. Il serait donc possible de penser le « nouveau » comme moyen de découvrir de nouvelles connaissances mathématiques. Comme nous l'avons déjà signalé, cette découverte n'est pas partagée. Les élèves n'ont pas l'occasion de le faire, et le professeur n'est pas allé voir ce binôme donc il ne peut pas le savoir. Le chercheur n'a pas imaginé qu'un bouton et une connaissance inconnus des élèves puissent être utilisés. Si cette manière de faire pourrait être partagée par l'ensemble des élèves de la classe, le professeur doit savoir ce qu'il peut en faire.

## Conclusion

Ainsi, les techniques nouvelles mises en œuvre dans l'environnement tracenpoche nécessitent d'explicitier les relations géométriques, souvent implicites dans l'environnement papier-crayon et demandent à l'élève d'en prendre conscience à partir de actions de validation.

Dans les cas que nous avons étudiés, on constate que les techniques nouvelles autour des droites perpendiculaires et du cercle dans l'environnement tracenpoche s'appuient sur les techniques

---

<sup>106</sup>Le chercheur est dans la position de professeur.

anciennes issues de l'environnement papier-crayon. Le discours de la technique (technique faible) évolue vers un discours sur la technique (technique forte) dans la mesure où les éléments caractéristiques ont à être explicités, indépendamment de l'usage des instruments usuels. Nous notons toutefois que le dispositif envisagé est restreint à l'étude des perpendiculaires et des cercles. Il conviendrait de travailler sur d'autres concepts mathématiques, tels que le parallélisme ou les quadrilatères.

Nous avons mis également en évidence que les techniques nouvelles dans l'environnement tracenpoche peuvent devenir le support pour faire évoluer des concepts mathématiques, ainsi la perpendicularité dans l'environnement tracenpoche pourrait être étendue à la notion d'orthogonalité.

## **2 - Deuxième question de recherche**

Cette deuxième question se rapporte au passage du dessin à la figure : comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves ?

Tel qu'il est programmé, l'environnement tracenpoche permet de faire travailler les élèves avec la « figure », en tant que trace qui conserve les propriétés au cours du déplacement. Le « dessin », quant à lui, ressemble à ce que l'on souhaite, mais les propriétés ne résistent pas au déplacement. L'enjeu est donc de faire construire et de reproduire ou de faire reconnaître, par les élèves, des « figures » dans l'environnement tracenpoche. Nous avons maintenant revenir sur la manière dont le professeur donne à voir le « dessin » ou la « figure » dans l'environnement tracenpoche et sur la manière dont les élèves s'approprient ce changement.

Dans les tâches de construction ou de reproduction, les professeurs dans les trois classes présentent la règle définitoire du déplacement dans l'environnement tracenpoche. L'enjeu déclaré par le professeur est de reproduire l'objet géométrique tracé au tableau - ou sur une feuille - ou défini par son nom. Le lien entre la résistance au déplacement et la déclaration des propriétés est à établir par les élèves. Nous pouvons avancer que les élèves savent qu'ils ont à déclarer des relations géométriques, mais ils ne savent pas nécessairement lesquelles. Nous avons montré dans la première partie de la synthèse différentes techniques professorales susceptibles d'amener les élèves vers des stratégies gagnantes. Nous reprenons l'analyse du point de vue de la question du « dessin » ou de la « figure ».

La reproduction d'un objet géométrique dans l'environnement tracenpoche fait l'objet d'une attention particulière chez les professeurs.

Nous pouvons l'illustrer par un exemple choisi au début de la situation 1. Les professeurs de la classe de M et PB ont demandé aux élèves de reproduire une figure (le pont), puis ils montrent aux élèves leur propre construction, qui est fautive. Autrement dit, ils donnent à voir un « dessin ». L'analyse collective des effets du déplacement conduit les élèves à se rendre compte des propriétés géométriques présentes ou manquantes. Dans la classe de M, la droite a été déclarée perpendiculaire : le professeur pointe alors la présence de l'angle droit. Les extrémités des segments n'ont pas été déclarées comme point du segment : les élèves s'en rendent compte (cf JA2\_S1\_M). Dans la classe de PB, la droite n'a pas été perpendiculaire, alors qu'elle semble l'être. Le professeur convoque l'équerre pour donner à voir le fait que, bien qu'au premier abord les droites sont perpendiculaires, elles ne le restent pas lorsqu'il déplace les points (cf JA3\_S1\_PB). Le professeur de la classe de T choisit de montrer les productions des élèves. Ainsi, dès la situation 1, il donne à voir une « figure », l'exercice enregistré des élèves. Il leur demande d'expliquer ce qu'ils ont fait, sachant qu'il déplace les points de la figure. Le seul moyen qui reste à l'élève interrogé pour faire partager les techniques qu'il a utilisées est de préciser les relations géométriques déclarées (cf JA3\_S1\_T). Autrement dit, dans ce cas, le professeur s'appuie sur les rétroactions du logiciel pour

montrer comment « le dessin » à l'écran est un « dessin » ou une « figure » et donne à voir aux élèves que la technique de construction passe par la déclaration des propriétés.

Un autre exemple peut être trouvé dans la situation 4. La construction d'un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche est présentée différemment dans les classes. Le triangle équilatéral qui reste un triangle équilatéral au cours du déplacement d'un point dans l'environnement tracenpoche, passe par une propriété du cercle. C'est cette propriété qui permet d'obtenir une « figure ». Mais elle est amenée différemment selon les classes. Les professeurs de la classe de M (cf JA3\_S4\_M) et de la classe de T (cf JA4\_S4\_T\_L\_S) demandent aux élèves de se souvenir de ce qu'ils ont tracé dans l'environnement papier-crayon (pour la classe de M, les élèves viennent d'en faire un ; pour la classe de T, le souvenir est plus ancien). Le professeur de la classe de PB donne la consigne de tracer un deuxième cercle pour obtenir un triangle équilatéral, sachant qu'un premier cercle est tracé (cf JA6\_S4\_PB\_F\_S). Le retour sur les « figures » n'est pas nécessairement accessible à tous les élèves. Nous avons pu observer deux élèves qui tracent la « figure » attendue, en passant par les deux cercles sans savoir qu'ils obtiennent un triangle équilatéral (cf JA6\_S4\_PB\_F\_S). Le professeur de la classe de M choisit de montrer pourquoi le triangle obtenu est effectivement un triangle équilatéral en revenant sur les propriétés du cercle (cf JA5\_S4\_M). Il donne à voir la « figure », à travers l'égalité des rayons.

Dans les tâches de reconnaissance ensuite (essentiellement dans la situation 3), nous avons analysé comment les quadrilatères sont reconnus par les élèves en tant que « figures » dans l'environnement tracenpoche. Les élèves filmés ont tous utilisé le déplacement pour distinguer les « figures » les unes des autres (JA3\_S3\_A\_Pr, JA2\_S3\_PB\_F\_S, JA2\_S3\_T\_L\_S). Ce sont les rétroactions du logiciel qui sont interprétées par les élèves, aidés ou non par le professeur. Le professeur de la classe de M a attiré l'attention sur la distinction entre le « dessin » et la « figure » (cf JA2\_S3\_M), les deux autres professeurs n'en ont pas éprouvé la nécessité.

Si l'environnement tracenpoche peut être un milieu pour l'étude de la géométrie, un des professeurs a aussi choisi l'environnement papier-crayon pour donner à voir « le dessin comme une figure ». Nous avons rencontré par exemple un professeur en amenant les élèves à travailler sur la « figure » sans prendre appui sur les instruments usuels. Il conduit les élèves à découvrir l'égalité des longueurs à l'aide du cercle, en prenant appui sur un désaccord entre élèves, consécutif à l'usage de la règle (JA1\_S4\_M). Ce sont alors les propriétés du cercle qui attestent de l'égalité des longueurs et non la mesure. Rappelons qu'à ce moment-là, une élève précise que, sur son dessin, elle ne trouve pas les mêmes longueurs, le « dessin » revient donc au premier plan, malgré tout.

## **Conclusion**

Le professeur peut conduire les élèves vers un « voir le dessin comme une figure » dans l'environnement tracenpoche mais également dans l'environnement papier-crayon, en s'appuyant sur les propriétés géométriques. Nous avons noté des différences entre les professeurs concernant le rôle que peut jouer l'environnement tracenpoche dans ce processus. Il peut être un départ (la classe de PB), un objectif (la classe de M) ou un lieu de recherche (la classe de T). Cependant, les réactions des élèves nous rappellent la prégnance du « dessin » et des mesures par rapport à la « figure » définie par des propriétés géométriques.

## **3 - Première hypothèse de travail**

Notre première hypothèse de travail concernait l'introduction de la géométrie dynamique au cycle 3, pour dépasser le stade de la perception : la géométrie dynamique offre un milieu potentiellement riche en rétroactions qui peut conduire l'élève de cycle 3 à se rendre compte de la nécessité de donner les éléments caractéristiques des objets géométriques, passant ainsi du perçu au conçu.



Dans les tâches de reproduction, les élèves pensent que la construction est conforme au modèle. D'un certain point de vue, ils répondent à la consigne donnée, qui consiste en une reproduction. Mais implicitement, dans l'environnement papier-crayon, le professeur sous-entend de prendre les instruments adéquats, porteurs des propriétés géométriques et dans ce cas, les seules rétroactions viennent du professeur. Par contre dans l'environnement tracenpoche, si les élèves pensent à tort que la construction est conforme au modèle, le déplacement d'un point les conduit à se rendre compte de leurs stratégies erronées (JA5\_S5\_T\_A\_E par exemple). Nous notons également que l'élève n'a pas nécessairement besoin de terminer sa construction pour reconnaître qu'elle est fausse. Les objets géométriques parfois accessibles en cours de construction, en orange dans l'environnement tracenpoche lui suffisent pour reconnaître ces stratégies erronées. La difficulté pour l'élève est alors d'interpréter les effets du déplacement et de trouver d'autres stratégies (par exemple JA3\_S5\_PB\_F\_S). C'est précisément ce point que notre travail de recherche éclaire. Les professeurs, dans leur classe, ont pris un certain nombre d'initiatives, certaines favorables, en fonction de leur compréhension de la situation. Par exemple dans la situation 4, les élèves ont à tracer un triangle équilatéral dans l'environnement tracenpoche. À la fin de la situation, nous voyons le professeur de la classe de M (cf JA5\_S4\_M) décrire de deux manières différentes les cercles dans l'environnement tracenpoche, dont l'écran est vidéoprojeté dans toute la classe. Dans un premier temps le professeur suit le cercle de manière continue telle que le cercle est vu, puis dans un deuxième temps, le professeur pointe les points du cercle de manière discrète. Il donne à voir aux élèves les points C et C1 en tant que points d'intersection de deux cercles de même rayon. Nous illustrons ici une invention du professeur, au moment de l'institutionnalisation, donnant à voir le triangle équilatéral et surtout les raisons pour lesquelles il est équilatéral.

#### **4 - Deuxième hypothèse de travail**

Notre deuxième hypothèse de travail concernait le rôle des contraintes instrumentales dans l'explicitation des relations géométriques : les contraintes instrumentales dans l'environnement tracenpoche favorise l'évolution des techniques faibles vers des techniques fortes.

Le logiciel est programmé de sorte que les actions de sélection et de validation nécessitent de préciser les relations géométriques. En cela les contraintes instrumentales répondent à nos attentes. Pourtant nous allons ajouter un bémol. Par exemple, l'usage du bouton « point d'intersection » conduit l'élève à sélectionner successivement les deux objets qui sont sécants. En cela, nous pouvons dire que l'explicitation de ce triplet « point d'intersection+de?+de ? » favorise l'émergence d'une technique forte. Cependant nous devons moduler notre propos. Le logiciel est également programmé de sorte lorsque le bouton « point d'intersection » est sélectionné, il faut sélectionner et valider les deux éléments qui ont une intersection. Nous avons vu des élèves « tourner autour » de l'endroit où est visuellement le point d'intersection et valider par hasard les deux droites. Par conséquent, la technique forte visée est « agie » mais elle n'est pas accessible à l'élève : il ne sait pas ce qu'il a réellement fait (cf JA3\_S2\_T\_L\_S).

## Conditions et restrictions concernant la mise en œuvre de situations intégrant l'environnement tracenpoche

L'ensemble de notre recherche montre les changements que peut apporter un environnement dynamique, mais il nous conduit également à moduler notre propos. Dans l'introduction de la géométrie dynamique, il est difficile pour les professeurs et le chercheur de comprendre tous les enjeux de ce changement. En effet, dans l'environnement tracenpoche, de nouvelles techniques doivent être mises en œuvre par les élèves en fonction des connaissances mathématiques programmées à travers les boutons du logiciel. Ces techniques sont alors le support de relations géométriques explicitées alors qu'elles sont portées habituellement par les instruments dans l'environnement papier-crayon. Les professeurs ne repèrent pas nécessairement ce saut informationnel et s'attendent à ce que les élèves parviennent à effectuer des tâches de construction ou de reproduction dans l'environnement tracenpoche. La présentation des situations par le professeur dans sa classe dépend donc de sa propre compréhension, tout comme sa capacité à orienter l'attention des élèves dans telle ou telle direction. Par ailleurs, bien que le chercheur se soit intéressé aux conditions d'intégration de l'environnement tracenpoche, aux questions de l'intégration dans la classe, il n'a pas conscience de toutes les contraintes qui s'exercent sur le professeur au sein de la classe au moment de l'action elle-même.

Nous allons montrer à partir de quelques exemples, des obstacles que les élèves ou le professeur ont rencontrés, des éléments de l'environnement tracenpoche non répertoriés par le chercheur.

### 1 - Exemple 1

Dans l'environnement tracenpoche, la construction de la perpendiculaire à un segment  $[AB]$  passant par un point  $C$  extérieur à la droite  $(AB)$  (situation 1) nécessite une chronologie particulière. Tout d'abord le segment  $[AB]$  doit être tracé en premier (cf JA2\_S1\_T\_L\_S). Cette contrainte n'apparaît pas dans l'environnement papier-crayon. Nous avons vu des élèves qui prennent l'équerre et tracent les deux côtés de l'angle droit sans bouger l'équerre, puis notent ensuite les points. Par conséquent, lorsque les élèves ou les professeurs expliquent que le bouton « perpendiculaire » de l'environnement tracenpoche est l'équerre de l'environnement papier-crayon, nous pouvons dire que cette conception est mise en défaut dès les premières constructions.

### 2 - Exemple 2

Les contraintes de l'environnement tracenpoche ont parfois surpris les professeurs. Par exemple, lorsque l'un d'eux demande de construire la perpendiculaire au segment  $[AB]$  passant par un point  $C$  du segment  $[AB]$ , certains élèves ne parviennent pas à effectuer ce tracé. À la question de la chronologie précédemment évoquée s'ajoute le problème de placer un point  $C$  sur  $[AB]$ , en définissant le point  $C$  en tant que « point sur », difficulté propre à l'environnement tracenpoche (cf JA3\_S2\_M\_A\_T). Cet obstacle est d'autant plus grand que le logiciel peut créer un point  $C$  placé perceptivement sur  $[AB]$  par un simple clic de l'élève. Le professeur, dans la situation 1, n'a pas anticipé la difficulté car il n'a sans doute pas pris la mesure de ce que sous-entend le bouton « perpendiculaire ». À ce stade, nous pouvons avancer que la création du point  $C$  par le logiciel, en tant que « point libre » peut être un obstacle. Puisque le bouton « perpendiculaire » nécessite qu'une direction soit tracée, nous pourrions envisager un aménagement du logiciel où un point doit être présent avant de permettre la sélection du bouton « perpendiculaire ». Mais à défaut, cet obstacle pourrait aussi être le départ d'un échange avec les professeurs sur l'utilisation de ce bouton « perpendiculaire », par exemple en proposant de faire sélectionner par les élèves une direction donnée (visible par la couleur rouge), et un point donné (visible par la couleur rouge). En l'absence d'identification de cette question par le chercheur, ce point n'a pas pu être étudié avec le professeur.

### 3 - Exemple 3

Concernant les cercles, nous avons proposé différents moments pour introduire les différents boutons, le bouton « cercle de centre donné et passant par un point donné » (S4, S5), le bouton « cercle de centre donné et de rayon donné » (S4) et le bouton « cercle de diamètre donné » (S2). Seul le professeur de la classe de M a choisi de faire tracer un cercle à partir de son diamètre dans la situation 2. Le bouton « cercle de centre donné et de rayon donné » n'a pas été présenté. Les trois professeurs ont fait utiliser le bouton « cercle de centre donné et passant par un point donné » (S4, S5). Ils ont donné aux élèves à tracer un cercle, sans précision supplémentaire. Ils n'ont probablement pas repéré que l'utilisation de ce bouton passe d'abord par un choix entre les trois boutons. Or nous avons vu des élèves hésiter entre ces différents boutons. Le choix doit être fait en fonction des éléments caractéristiques du cercle et ces derniers doivent être définis avant la sélection du bouton. À défaut, le logiciel crée des points libres, qui ne résistent pas au déplacement. Nous pouvons avancer que la création de ces points par le logiciel, en tant que « point libre » peut être un obstacle. Cependant, cet obstacle pourrait être là aussi le départ d'un échange avec les professeurs sur l'utilisation de ce bouton, par exemple en proposant de faire sélectionner par les élèves un point donné en tant que centre du cercle (visible par la couleur rouge), et un point donné en tant que point du cercle (visible par la couleur rouge).

### 4 - Exemple 4

Dans les tâches de construction, le chercheur avait envisagé une validation par le déplacement de tous les points déplaçables. À l'épreuve de la classe, les élèves utilisent cette validation par le déplacement de points déplaçables (et non tous les points). Puis ils éprouvent la nécessité d'appeler le professeur pour obtenir une confirmation. Or le professeur ne connaît pas la démarche de la construction et s'appuie également sur la validation de points déplaçables (et non pas tous). C'est ainsi qu'il est amené à valider une construction fautive. Nous précisons que le professeur peut être le professeur de la classe (cf JA\_S2\_M\_G\_Y) ou le chercheur (cf JA\_S5\_PB\_F\_S).

### 5 - Conclusion

Dans tous les cas, la présentation des situations par le professeur dépend fortement de sa propre compréhension des enjeux, tout comme sa capacité à orienter l'attention des élèves dans telle ou telle direction.

Pour les cinq situations, nous avons effectué une analyse *a priori* ascendante du point de vue des actions possibles des élèves. Nous avons présenté différents types de techniques dans l'environnement papier-crayon ou dans l'environnement tracenpoche. Dans l'environnement papier-crayon, nous avons identifié deux types de techniques de construction, une technique perceptive lors de la construction avec un instrument non adéquat (CPpc), une technique instrumentée lors de la construction avec un instrument adéquat (CIpc). Nous avons rencontré ces deux types de techniques à l'épreuve de la classe. Dans l'environnement tracenpoche, nous avons identifié trois types de techniques, une technique perceptive lors de la construction (CPtep), une technique perceptivo-théorique lors de la construction (CPTtep) et une technique perceptive dont certaines propriétés mathématiques sont prises en compte (CPMtep). À l'épreuve de la classe, nous les avons effectivement retrouvées. Suite à l'étude approfondie des actions des élèves, nous pouvons dire que les élèves étudiés passent des techniques CPMtep à des techniques CPTtep. Il ne suffit donc pas de voir les élèves modifier leurs techniques de construction, mais il est également intéressant de voir et de partager à l'ensemble de la classe ce qui les conduit à les modifier, de sorte que le « dessin » devienne « la figure » sur laquelle les propriétés sont discutées. Or cela n'apparaît pas systématiquement. Certains professeurs prennent des initiatives à certains moments, en fonction de la manière dont il comprend la situation. Les exemples nous avons analysés nous ouvrent de

nouvelles perspectives. Ces inventions professorales n'est pas partagées avec les autres professeurs et le chercheur. Un tel partage de ces initiatives inclurait alors une étude collective, prélude à une nouvelle mise en œuvre, conduisant ainsi à un processus itératif que nous allons développer ci-après.

## **Perspectives : vers une conception collaborative des situations**

Toutes les situations que nous avons proposées aux professeurs ont été organisées de la manière suivante. C'est à partir des résultats de travaux antérieurs sur l'intégration d'un environnement riche en technologie et sur la géométrie à l'école primaire que nous avons pensé à une progression du point de vue des connaissances mathématiques et instrumentales. Dans la mise en œuvre dans les classes, nous avons précisé aux professeurs qu'ils pouvaient adapter les situations en fonction de leurs contraintes propres. C'est ainsi qu'ils ont pris un certain nombre d'initiatives, qui à ce jour restent relatives aux moments où elles se sont déroulées. Si l'action du professeur, ainsi qu'on l'a vu, est décisive, son action en situation ne peut être fondée que sur une compréhension profonde à la fois des enjeux mathématiques de la situation, et des ressources et des contraintes que celle-ci offre à l'action des élèves. Or, au départ, nous n'avons pas envisagé de négociations avec les professeurs avant la mise en œuvre des situations. Nous n'avons pas non plus prévu d'entretiens à chaud ou postérieur à la fin des séances.

### **1 - Ingénierie coopérative**

Nous allons ici essayer de montrer comment le prolongement de notre travail pourrait s'inscrire dans le développement d'une ingénierie coopérative : il s'agit alors d'esquisser les conditions de possibilités d'une enquête collective, chercheur et professeurs, sur cette partie de savoir qu'est la géométrie plane, à travers la mise à l'étude de ce type de situations en appui sur le logiciel *tracenpoche*. « Travailler à une ingénierie coopérative, c'est i) vouloir enseigner quelque chose ii) d'une certaine manière » (Sensevy, 2011, p. 678).

L'élaboration d'une ingénierie coopérative est basée sur un regroupement de chercheurs et de professeurs qui partagent des problèmes d'enseignement/apprentissage.

La première étape du processus est de travailler sur un domaine du savoir, chacun ayant leurs propres connaissances pour parvenir à établir un background partagé. Il ne s'agit pas d'opposer les chercheurs (en tant que personnes qui pensent) et les professeurs (en tant que personnes qui agissent) mais plutôt de faire en sorte que tout le monde se mette d'accord sur les différentes manières d'analyser et d'appréhender le savoir. Par ailleurs, élaborer conjointement des situations tout en associant des stratégies d'enseignement permet de fondre la division conceptuelle entre la conception et la réalisation. Par conséquent, cette recherche de symétrie nécessite de créer et de partager un vocabulaire commun (Sensevy, Forest, Quilio and Morales, 2013).

La deuxième étape du processus serait ainsi de faire partager les résultats de l'ingénierie coopérative à d'autres collectifs.

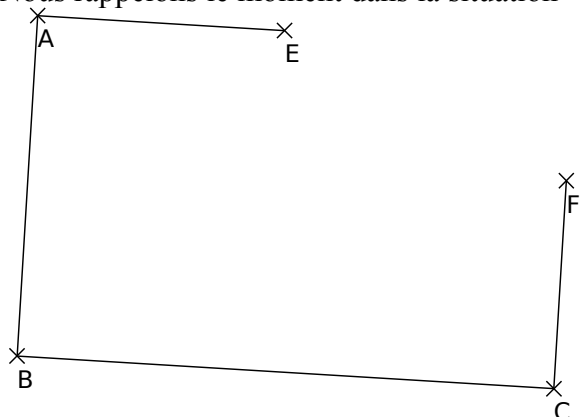
### **2 - Un premier travail d'enquête commune : un exemple**

Nous souhaitons poursuivre ce travail de recherche à partir des résultats mis en évidence. Nous avons initié un premier travail d'enquête avec des professeurs. Nous précisons tout d'abord que le cadre institutionnel de notre action est celui de la formation continue. Il est donc abusif, sans doute, de parler d'ingénierie coopérative. Toutefois, même si le dispositif que nous essayons de mettre en place ne relève pas strictement du cadre ainsi tracé, il nous semble qu'il s'inscrit malgré tout dans une perspective proche. Notre première année de collaboration avec les professeurs (2013-2014) nous a permis de découvrir d'une part les aspects techniques du logiciel et d'autre part, les enjeux épistémiques mis au jour au cours de notre recherche (découverte de l'orthogonalité, rôle du déplacement en lien avec l'équerre par exemple). Au cours de cette première année, la prise en main du logiciel est contrainte et descendante de la part du chercheur. Le chercheur propose aux professeurs un changement curriculaire réel, au niveau de leur classe. L'environnement *tracenpoche*

vient donc en appui sur l'environnement papier-crayon, dans le sens où les techniques envisagées avec le logiciel ont comme seules références les techniques dans l'environnement papier-crayon. Dans le même temps, ces nouvelles techniques éclairent et peuvent conduire à une meilleure compréhension des concepts mathématiques étudiées. Par conséquent, de notre point de vue, nous considérons que l'introduction de la géométrie dynamique nécessite une enquête épistémique collective.

Nous allons illustrer un exemple de cette enquête commune. Parmi les situations étudiées, nous allons spécifiquement prendre le début de la situation du rectangle (S2). À ce stade, il ne s'agit pas de proposer cette situation aux élèves, mais d'analyser cette situation et de discuter avec les professeurs pour déterminer si elle est intéressante à mettre en œuvre, avec quels changements et dans quelles conditions. Autrement dit, c'est le support de l'enquête.

Nous rappelons le moment dans la situation



La tâche donnée aux élèves est la suivante : dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement tracenpoche, placer le point D tel que ABCD est un rectangle. La règle graduée et le compas ne sont pas permis.

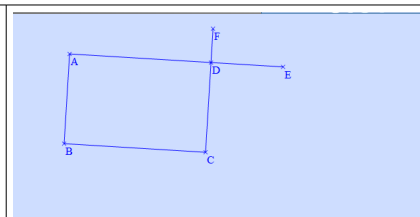
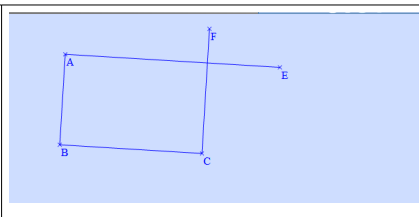
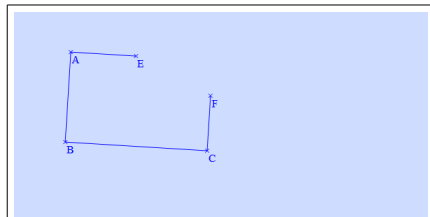
L'enjeu du point de vue du chercheur dans l'ingénierie initiale avait été de proposer aux élèves une situation mathématique connue (le rectangle) dans laquelle le bouton « point d'intersection » doit intervenir dans l'environnement tracenpoche.

Dans l'analyse *a priori* du chercheur, nous avons envisagé deux techniques. Une première technique perceptive consiste à tracer la droite (AD) - ou (ED) - et la droite (CD) - ou (FD) - sachant que le point D sera créé par le logiciel. Une deuxième technique perceptivo-théorique revient à tracer la droite (AE), la droite (CF) et le point d'intersection de ces deux droites.

L'enjeu du point de vue des professeurs dans la formation consiste à savoir proposer un début de rectangle de ce type dans l'environnement tracenpoche, à envisager ce que les élèves vont faire dans cet environnement et à anticiper l'usage du déplacement pour la validation ou l'invalidation des stratégies des élèves

Nous avons retenu trois éléments de la discussion qui sont apparus au cours de l'enquête collective professeurs-chercheur.

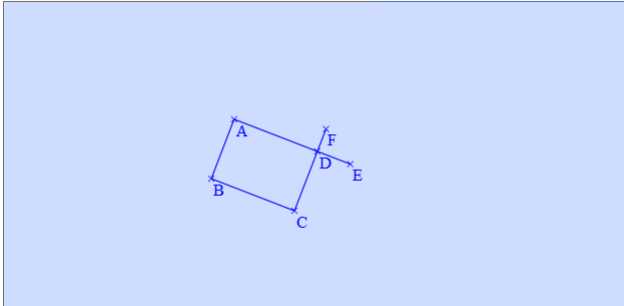
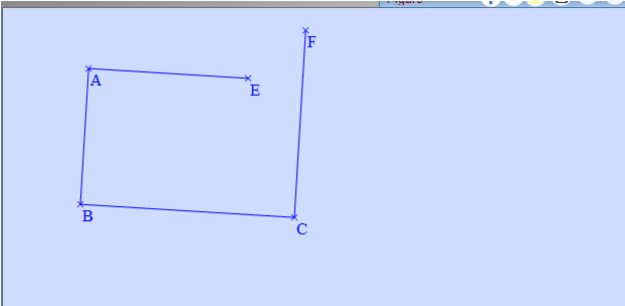
Le premier élément de discussion concerne le déplacement des points E et F pour terminer le rectangle. Une technique consiste à déplacer les points E et F puis placer le point d'intersection de ces deux demi-droites.



La figure de départ est la	Les points E et F sont déplacés.	Le point D est placé en tant que
----------------------------	----------------------------------	----------------------------------

donnée des points A, B et C les sommets du rectangle. E et F sont des points sur les côtés du rectangle, autres que [AB] et [BC].		point d'intersection des demi-droites.
---	--	--

Le dessin obtenu à l'écran est conforme au modèle. Le déplacement des point A ou B ne permet pas de montrer que construction est fausse (cf illustration 1). Seul le déplacement des points E et F le montre (cf illustration 2).

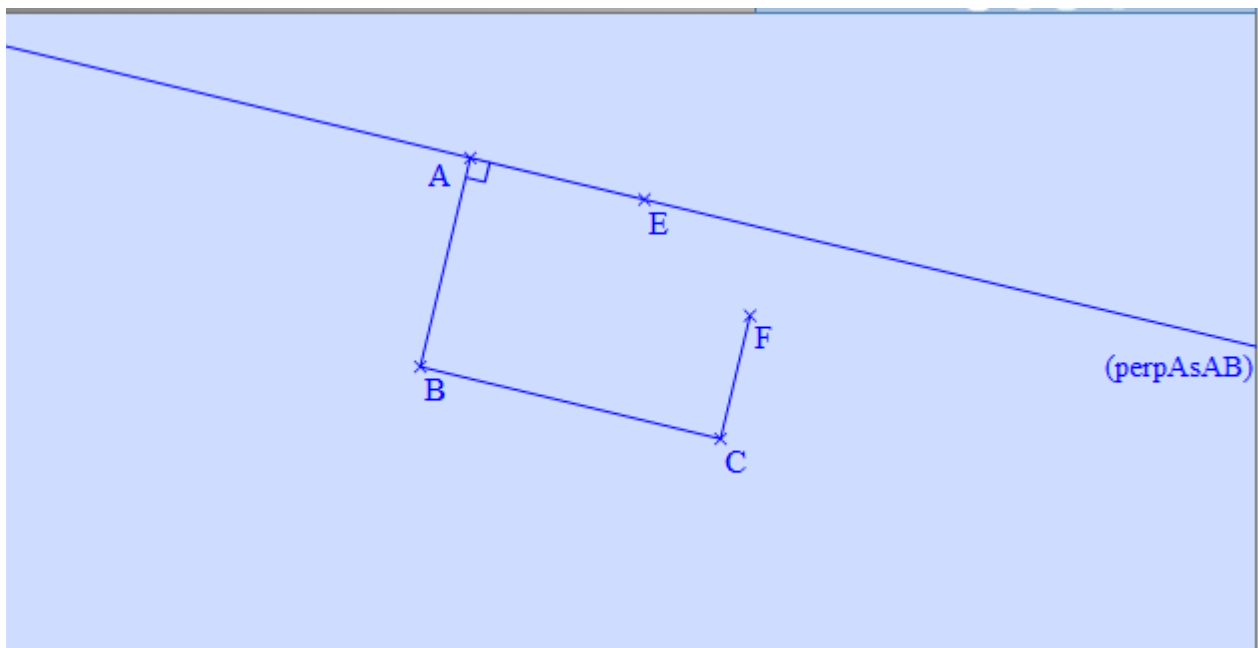
	
<i>Illustration 1</i>	<i>Illustration 2</i>
Le déplacement du point A donne à voir le dessin du rectangle ABCD.	Le déplacement du point E montre que la construction est fausse.

Un débat entre les professeurs et le chercheur a permis de redéfinir la validation par le déplacement : il faut que toutes les positions de tous les points donnent à voir un rectangle. Le déplacement de tous les points est donc nécessaire pour valider une technique de construction. Ce n'est pas le cas ici, lorsque les points E et F ont été définis en les « tirant ». Pour les professeurs, un nouvel enjeu apparaît alors dans la préparation de la mise en œuvre : ils choisiront de bloquer E et F pour éviter ce cas.

Le deuxième élément de discussion est en lien avec la perpendiculaire à (AB) passant par A (ou E) - en tant que première étape pour terminer le rectangle -.

C'est une technique perceptivo-théorique : elle tient compte des propriétés. La construction à l'écran est une « figure » et elle résiste au déplacement.

Du point de vue des professeurs, elle est intéressante dans la mesure où elle est un réinvestissement de la situation 1 (le pont). Du point de vue du chercheur, elle n'a pas été envisagée.



Le chercheur a mis en débat un troisième élément de discussion, à savoir construire la droite (AE) (ou la demi-droite [AE)) - en tant que première étape pour terminer le rectangle -.

En fait cette technique n'a pas été proposée par les professeurs. C'est le chercheur qui l'a proposée. Mais les professeurs ont répondu que cette technique n'était pas envisageable pour les élèves de cycle 3. Il y a donc ici une controverse théorico-pratique entre la proposition du chercheur, et le point de vue des professeurs. Cette controverse sur une technique possible dans l'environnement tracenpoche, a amené le chercheur à revenir à l'étude d'une technique comparable dans l'environnement papier-crayon.

Dans cette technique, prolonger le trait (on se place au niveau du « dessin ») c'est tracer la droite, support du segment (on se place au niveau de la « figure »). Pour tracer la droite, on place la règle le long du trait (on se place au niveau du « dessin ») et la droite est définie à partir de deux points (on se place au niveau de la « figure »). Pour cela, on la met bien sur le segment [AE].



Ce retour à l'étude par le chercheur, outre qu'il lui a permis d'établir un lien entre les deux environnements (papier-crayon et tracenpoche), a donné à voir aux professeurs la possibilité de mise en œuvre.

Ce n'est donc pas l'étude des situations dans la classe mais l'échange entre le chercheur et les professeurs qui ont fait évoluer l'enquête.



## Conclusion

L'environnement tracenpoche éclaire les techniques de l'environnement papier-crayon, qui sont supportées par les instruments, elles-même éclairant en retour les techniques de l'environnement tracenpoche, au service d'une meilleure compréhension de ce que peut être une réelle activité de géométrie à l'école, quel que soit l'environnement qui la supporte.

Mais engager un tel changement curriculaire, à savoir mettre à disposition des professeurs de nouveaux outils et de nouvelles techniques pour enseigner la géométrie, prend une autre dimension. Nous avons vu que certaines stratégies des professeurs dans la mise en œuvre des situations peuvent apparaître pertinentes ou problématiques pour le chercheur, mais il est impossible de déterminer la portée réelles de ces stratégies sans mener une enquête qui les déterminent. Du côté du professeur, ce dernier est amené à s'appuyer sur l'environnement tracenpoche en utilisant les connaissances qu'il a pu construire en géométrie, mais lui aussi peut difficilement orienter son action sans avoir étudié les intentions du chercheur.

La thèse nous engage donc dans une poursuite de l'enquête, en compagnie des professeurs dans un processus itératif de réalisation et d'analyse, en s'appuyant dans une perspective d'ingénierie coopérative, pour une élucidation conjointe des contraintes épistémiques et pratiques, organisées autour du changement curriculaire supporté par l'environnement tracenpoche.

## **Table des matières détaillée**

<b>Introduction.....</b>	<b>4</b>
<b>PREMIÈRE PARTIE : CADRE THÉORIQUE, PROBLÉMATIQUE ET MÉTHODOLOGIE.....</b>	<b>8</b>
<b>Chapitre 1 : Dessin-figure dans les environnements papier-crayon et tracenpoche et intégration de l'environnement tracenpoche.....</b>	<b>9</b>
1 - Dialectique dessin-figure.....	9
1.1 - Figure .....	9
1.2 - Voir les figures .....	9
1.3 - Paradigmes géométriques .....	10
1.4 - Le rôle des instruments .....	12
1.5 - Schéma .....	12
1.6 - Vocabulaire utilisé (première partie).....	13
2 - Géométrie dynamique.....	13
2.1 - Vocabulaire utilisé (deuxième partie).....	14
2.2 - Grandeur sans mesure.....	15
2.3 - Spécificités du codage de l'angle droit dans l'environnement tracenpoche.....	16
2.4 - Déplacements.....	16
2.5 - Construction fausse.....	20
2.6 - Les limites du déplacement mou.....	21
2.7 - Déconstruction dimensionnelle.....	23
2.8 - Langage et géométrie dynamique :.....	25
3 - Le choix du logiciel.....	26
3.1 - Le choix de Tracenpoche.....	26
3.2 - Principes et ergonomie de Tracenpoche.....	29
3.3 - Engagement des élèves.....	33
4 - Penser l'intégration d'un logiciel dans la classe.....	34
4.1 - Intégration d'un artefact (logiciel) au système didactique.....	34
4.2 - Scénario d'exploitation didactique.....	34
4.3 - Orchestrations instrumentales.....	35
<b>Chapitre 2 : éléments théoriques pour la construction des situations.....</b>	<b>38</b>
1 - Introduction.....	38
1.1 - Mode d'emploi :.....	38
1.2 - Mode d'action :.....	40
1.3 - Mode de relation :.....	46
1.4 - Conclusion.....	48
<b>Chapitre 3 : éléments théoriques pour l'analyse des situations.....</b>	<b>50</b>
1 - La théorie de l'action conjointe en didactique et le modèle du jeu.....	50
1.1 - L'action didactique conjointe.....	50
1.2 - L'action didactique conjointe dans la classe de géométrie.....	50
1.3 - Le modèle du jeu.....	50
1.3.1 - Jeu didactique.....	51
1.3.2 - Jeu d'apprentissage.....	52
<b>Chapitre 4 : problématique et éléments méthodologiques.....</b>	<b>59</b>
1 - Problématique.....	59
2 - Éléments méthodologiques.....	59
2.1 - Ingénierie didactique.....	59
2.2 - Analyse a priori :.....	60

2.3 - Recueil des données.....	61
2.4 - Analyse des données :.....	63
2.5 - Présentation des analyses :.....	63
<b>DEUXIÈME PARTIE : ANALYSE DES SITUATIONS.....</b>	<b>64</b>
<b>Situation 1.....</b>	<b>65</b>
1 - Description de la situation.....	65
2 - Les choix de conception.....	65
3 - Analyse a priori.....	66
3.1 - Analyse a priori du point de vue des savoirs mathématiques.....	66
3.2 - Analyse a priori ascendante du point de vue des actions possibles des élèves.....	67
3.3 - Analyse a priori du point de vue de l'enseignant.....	70
3.4 - Conclusion sur l'analyse a priori.....	72
4 - Mise en œuvre dans les classes.....	72
4.1 - Présentation du déroulement dans la classe de M.....	72
4.2 - Présentation du déroulement dans la classe de PB.....	73
4.3 - Présentation du déroulement dans la classe de T.....	73
4.4 - Tableau synoptique.....	74
4.5 - Premières analyses à partir du tableau synoptique.....	75
5 - Dans la classe de M.....	76
5.1 - Une mise en intrigue.....	76
5.2 - Représentation synoptique .....	76
5.3 - Jeux d'apprentissage :.....	77
5.3.1 - JA1_S1_M (9 min) : .....	77
5.3.2 - JA2_S1_M (48 min).....	80
5.3.3 - JA3_S1_M_A_T (42 min.).....	83
5.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	88
5.4.1 - Rappel de la chronologie.....	88
5.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche.....	88
5.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	89
5.4.4 - Initiatives du professeur.....	89
6 - Dans la classe de PB.....	89
6.1 - Une mise en intrigue.....	89
6.2 - Représentation synoptique .....	90
6.3 - Jeux d'apprentissage.....	91
6.3.1 - JA1_S1_PB (3 min).....	91
6.3.2 - JA2_S1_PB (14 min).....	92
6.3.3 - JA3_S1_PB (3 min) .....	94
6.3.4 - JA4_S1_PB_E1_E2 (6 min).....	98
6.3.5 - JA5_S1_PB (9 min).....	102
6.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	105
6.4.1 - Rappel de la chronologie.....	105
6.4.2 - Rappels de nos questions de recherche.....	105
6.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	105
6.4.4 - Initiatives du professeur.....	106
7 - Dans la classe de T.....	106
7.1 - Une mise en intrigue.....	106
7.2 - Représentation synoptique .....	106
7.3 - Jeux d'apprentissage.....	107

7.3.1 - JA1_S1_T (10 min.) .....	107
7.3.2 - JA2_S1_T_L_S (21 min.).....	110
7.3.3 - JA3_S1_T (18 min.).....	117
7.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	119
7.4.1 - Rappel de la chronologie.....	119
7.4.2 - Rappels de nos questions de recherche.....	119
7.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	120
7.4.4 - Initiatives du professeur.....	120
8 - Conclusion partielle concernant la situation 1 mise en œuvre dans les trois classes.....	120
8.1 - Rappels de nos questions de recherche.....	120
8.2 - Résultats par rapport à nos questions de recherche.....	120
8.3 - Perspectives.....	121
<b>Situation 2.....</b>	<b>122</b>
1 - Description de la situation.....	122
2 - Les choix de conception.....	123
3 - Analyse a priori.....	125
3.1 - Analyse a priori descendante du point de vue des savoirs mathématiques.....	125
3.2 - Analyse a priori ascendante du point de vue des actions possibles des élèves.....	127
3.3 - Analyse a priori du point de vue de l'enseignant.....	135
3.4 - Conclusion sur l'analyse a priori.....	136
4 - Mise en œuvre dans les classes.....	137
4.1 - Présentation du déroulement dans la classe de M .....	137
4.2 - Présentation du déroulement dans la classe de PB .....	139
4.3 - Présentation du déroulement dans la classe de T.....	141
4.4 - Tableau synoptique.....	143
4.5 - Premières analyses du tableau synoptique.....	145
5 - Dans la classe de M.....	145
5.1 - Une mise en intrigue.....	145
5.2 - Représentation synoptique .....	146
5.3 - Jeux d'apprentissage.....	146
5.3.1 - JA1_S2_M (6 min.) .....	146
5.3.2 - JA2_S2_M (5 min.).....	148
5.3.3 - JA3_S2_M_G_Y (11 min.).....	152
5.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	159
5.4.1 - Rappel de la chronologie.....	159
5.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche.....	159
5.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	159
5.4.4 - Initiatives du professeur.....	160
6 - Dans la classe de PB.....	161
6.1 - Une mise en intrigue.....	161
6.2 - Représentation synoptique .....	161
6.3 - Jeux d'apprentissage.....	162
6.3.1 - JA1_S2_PB (8 min.).....	162
6.3.2 - JA2_S2_PB_D_E (9 min.).....	167
6.3.3 - JA3_S2_PB(6 min.).....	171
6.3.4 - JA4_S2_PB (5 min.).....	174
6.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	175
6.4.1 - Rappel de la chronologie.....	175
6.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche.....	175

6.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	176
6.4.4 - Initiatives du professeur.....	176
7 - Dans la classe de T.....	176
7.1 - Une mise en intrigue.....	176
7.2 - Représentation synoptique .....	177
7.3 - Jeux d'apprentissage.....	178
7.3.1 - JA1_S2_T (6 min.).....	178
7.3.2 - JA2_S2_T (8 min.).....	180
7.3.3 - JA3_S2_T_L_S (6 min.).....	184
7.3.4 - JA4_S2_T (2 min.).....	197
7.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	199
7.4.1 - Rappel de la chronologie.....	199
7.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche.....	199
7.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	199
7.4.4 - Initiatives du professeur.....	200
8 - Conclusion partielle concernant la situation 2, mise en œuvre dans les trois classes.....	201
8.1 - Rappels de nos deux questions de recherche.....	201
8.2 - Résultats par rapport à nos questions de recherche.....	201
8.3 - Perspectives.....	201
<b>Situation 3.....</b>	<b>203</b>
1 - Description de la situation.....	203
2 - Les choix de conception.....	203
3 - Analyse a priori.....	204
3.1 - Analyse a priori descendante du point de vue des savoirs mathématiques.....	204
3.2 - Analyse a priori ascendante du point de vue des actions possibles des élèves.....	205
3.3 - Analyse a priori du point de vue de l'enseignant.....	208
3.4 - Conclusion sur l'analyse a priori.....	210
4 - Mise en œuvre dans les classes.....	210
4.1 - Présentation du déroulement dans la classe de M.....	210
4.2 - Présentation du déroulement dans la classe de PB.....	211
4.3 - Présentation du déroulement dans la classe de T.....	214
4.4 - Tableau synoptique.....	215
4.5 - Premières analyses à partir du tableau synoptique.....	216
5 - Dans la classe de M.....	216
5.1 - Une mise en intrigue.....	216
5.2 - Représentation synoptique .....	217
5.3 - Jeux d'apprentissage.....	217
5.3.1 - JA1_S3_M (9 min.).....	217
5.3.2 - JA2_S3_M (6 min.).....	221
5.3.3 - JA3_S3_M_A_Pr (7 min.).....	223
5.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	228
5.4.1 - Rappel de la chronologie.....	228
5.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche.....	228
5.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	228
5.4.4 - Initiatives du professeur.....	229
6 - Dans la classe de PB.....	229
6.1 - Une mise en intrigue.....	229
6.2 - Représentation synoptique .....	230

6.3 - Jeux d'apprentissage :	230
6.3.1 - JA1_S3_PB (27 min.) :	230
6.3.2 - JA2_S3_PB_F_Sh (26 min.)	234
6.4 - Conclusion par rapport à cette classe	239
6.4.1 - Rappel de la chronologie	239
6.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche	239
6.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche	239
6.4.4 - Initiatives du professeur	239
7 - Dans la classe de T	240
7.1 - Une mise en intrigue	240
7.2 - Représentation synoptique	241
7.3 - Jeux d'apprentissage	241
7.3.1 - JA1_S3_T (15 min.)	241
7.3.2 - JA2_S3_T_L_S (17 min.)	246
7.3.3 - JA3_S3_T (3 min.)	250
7.4 - Conclusion par rapport à cette classe	252
7.4.1 - Rappel de la chronologie	252
7.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche	252
7.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche	252
7.4.4 - Initiatives du professeur	252
8 - Conclusion partielle concernant la situation 3, mise en œuvre dans les classes	253
8.1 - Rappels de nos deux questions de recherche	253
8.2 - Résultats par rapport à nos questions de recherche	253
8.3 - Perspectives	254
<b>Situation 4</b>	<b>256</b>
1 - Description de la situation	256
2 - Les choix de conception	257
3 - Analyse a priori	257
3.1 - Analyse a priori descendante du point de vue des savoirs mathématiques	257
3.2 - Analyse a priori ascendante du point de vue des actions possibles des élèves	258
3.3 - Analyse a priori du point de vue de l'enseignant	263
3.4 - Conclusion sur l'analyse a priori	264
4 - Mise en œuvre dans les classes	264
4.1 - Présentation du déroulement dans la classe de M	264
4.2 - Présentation du déroulement dans la classe de PB	265
4.3 - Présentation du déroulement dans la classe de T	267
4.4 - Tableau synoptique	269
4.5 - Premières analyses du tableau synoptique	270
5 - Dans la classe de M	270
5.1 - Une mise en intrigue	270
5.2 - Représentation synoptique	271
5.3 - Jeux d'apprentissage	272
5.3.1 - JA1_S4_M (9 min.)	272
5.3.2 - JA2_S4_M (17 min.)	277
5.3.3 - JA3_S4_M (8 min.)	279
5.3.4 - JA4_S4_M_A_P (9 min.)	281
5.3.5 - JA5_S4_M (10 min.)	285
5.4 - Conclusion par rapport à cette classe	289
5.4.1 - Rappel de la chronologie	289

5.4.2 - Rappels de nos questions de recherche.....	289
5.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	289
5.4.4 - Initiatives du professeur.....	289
6 - Dans la classe de PB.....	290
6.1 - Une mise en intrigue.....	290
6.2 - Représentation synoptique .....	291
6.3 - Jeux d'apprentissage.....	291
6.3.1 - JA1_S4_PB (23 min.) .....	291
6.3.2 - JA2_S4_PB (11min).....	295
6.3.3 - JA3_S4_PB (3 min.).....	297
6.3.4 - JA4_S4_PB (3 min.).....	299
6.3.5 - JA5_S4_PB (3 min.).....	302
6.3.6 - JA6_S4_PB_F_S (6 min.).....	305
6.3.7 - JA7_S4_PB (6 min.).....	307
6.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	313
6.4.1 - Rappel de la chronologie.....	313
6.4.2 - Rappels de nos questions de recherche.....	313
6.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	313
6.4.4 - Initiatives du professeur.....	313
7 - Dans la classe de T.....	314
7.1 - Une mise en intrigue.....	314
7.2 - Représentation synoptique .....	314
7.3 - Jeux d'apprentissage.....	315
7.3.1 - JA1_S4_T (9 min).....	315
7.3.2 - JA2_S4_T (15 min.).....	317
7.3.3 - JA3_S4_T_F_G (6 min.).....	318
7.3.4 - JA4_S4_T_L_S (9 min.).....	321
7.3.5 - JA5_S4_T (12 min.).....	326
7.4 - Conclusion par rapport à cette classe .....	331
7.4.1 - Rappel de la chronologie.....	331
7.4.2 - Rappels de nos questions de recherche.....	332
7.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	332
7.4.4 - Initiatives du professeur.....	332
8 - Conclusion partielle concernant la situation 4, mise en œuvre dans les trois classes.....	332
8.1 - Rappels de nos deux questions de recherche.....	332
8.2 - Résultats par rapport à nos questions de recherche.....	333
8.3 - Perspectives.....	333
<b>Situation 5.....</b>	<b>336</b>
1 - Description de la situation.....	336
2 - Les choix de conception.....	336
3 - Analyse a priori.....	337
3.1 - Analyse a priori descendante du point de vue des savoirs mathématiques.....	337
3.2 - Analyse a priori ascendante du point de vue des actions possibles des élèves.....	339
3.3 - Analyse a priori du point de vue de l'enseignant.....	349
3.4 - Conclusion sur l'analyse a priori.....	350
4 - Mise en œuvre dans les classes.....	350
4.1 - Présentation du déroulement dans la classe de M.....	350
4.2 - Présentation du déroulement dans la classe de PB.....	351
4.3 - Présentation du déroulement dans la classe de T.....	352



4.4 - Tableau synoptique.....	353
4.5 - Premières analyses du tableau synoptique.....	354
5 - Dans la classe de M.....	355
5.1 - Une mise en intrigue dans la classe de M.....	355
5.2 - Représentation synoptique .....	355
5.3 - Jeux d'apprentissage.....	356
5.3.1 - JA1_S5_M (9 min.).....	356
5.3.2 - JA2_S5_M (20 min.).....	361
5.3.3 - JA3_S5_M_A_Pr (8 min.).....	362
5.3.4 - JA4_S5_M (44 min.).....	365
5.3.5 - JA5_S5_M_A_Pr (18 min.).....	367
5.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	373
5.4.1 - Rappel de la chronologie.....	373
5.4.2 - Rappels de nos deux questions de recherche.....	373
5.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	373
5.4.4 - Initiatives du professeur.....	375
6 - Dans la classe de PB.....	375
6.1 - Une mise en intrigue dans la classe de PB.....	375
6.2 - Représentation synoptique :.....	376
6.3 - Jeux d'apprentissages.....	376
6.3.1 - JA1_S5_PB (18 min.).....	376
6.3.2 - JA2_S5_PB (17 min.).....	381
6.3.3 - JA3_S5_PB_F_S (12 min.).....	383
6.3.4 - JA4_S5_PB.....	388
6.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	389
6.4.1 - Rappel de la chronologie.....	389
6.4.2 - Rappel de nos questions de recherche.....	390
6.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	390
6.4.4 - Initiatives du professeur.....	391
7 - Dans la classe de T.....	391
7.1 - Une mise en intrigue.....	391
7.2 - Représentation synoptique .....	392
7.3 - Jeux d'apprentissages.....	392
7.3.1 - JA1_S5_T (4 min.).....	392
7.3.2 - JA2_S5_T_L_S (5 min.).....	394
7.3.3 - JA3_S5_T_L_S (3 min.).....	396
7.3.4 - JA4_S5_T_L_S (8 min.).....	397
7.3.5 - JA5_S5_T_A_E (6 min.).....	402
7.4 - Conclusion par rapport à cette classe.....	409
7.4.1 - Rappel de la chronologie.....	409
7.4.2 - Rappel de nos deux questions de recherche.....	409
7.4.3 - Premiers résultats par rapport à nos questions de recherche.....	409
7.4.4 - Initiatives du professeur.....	410
8 - Conclusion partielle concernant la situation 5, mise en œuvre dans les trois classes.....	410
8.1 - Rappels de nos deux questions de recherche.....	410
8.2 - Résultats par rapport à nos deux questions de recherche.....	410
8.3 - Perspectives.....	412
<b>SYNTHÈSE DES RÉSULTATS ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>414</b>
<b>Synthèse des résultats par classe.....</b>	<b>415</b>

1 - Le professeur de la classe de M.....	415
1.1 - Organisation globale.....	415
1.2 - Définir.....	415
1.3 - Réguler.....	415
1.4 - Dévoluer.....	416
1.5 - Institutionnaliser.....	416
1.6 - Conclusion.....	417
2 - Le professeur de la classe de PB.....	417
2.1 - Organisation globale.....	417
2.2 - Définir.....	417
2.3 - Réguler.....	418
2.4 - Dévoluer.....	418
2.5 - Institutionnaliser.....	418
2.6 - Conclusion.....	418
3 - Le professeur de la classe de T.....	419
3.1 - Organisation globale.....	419
3.2 - Dévoluer.....	419
3.3 - Réguler.....	419
3.4 - Institutionnaliser.....	419
3.5 - Conclusion.....	420
4 - Conclusion concernant ces trois professeurs.....	420
<b>Tracempoche comme milieu pour l'étude en géométrie.....</b>	<b>421</b>
1 - Première question de recherche .....	421
2 - Deuxième question de recherche.....	423
3 - Première hypothèse de travail.....	424
4 - Deuxième hypothèse de travail.....	425
<b>Conditions et restrictions concernant la mise en œuvre de situations intégrant l'environnement tracempoche .....</b>	<b>426</b>
1 - Exemple 1.....	426
2 - Exemple 2.....	426
3 - Exemple 3.....	427
4 - Exemple 4.....	427
5 - Conclusion.....	427
<b>Perspectives : vers une conception collaborative des situations.....</b>	<b>429</b>
1 - Ingénierie coopérative.....	429
2 - Un premier travail d'enquête commune : un exemple.....	429
<b>Conclusion.....</b>	<b>433</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES DÉTAILLÉE.....</b>	<b>434</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>443</b>
1 - Articles, livres et thèses :.....	443
2 - Programmes officiels, manuels et autres documents.....	446

# Bibliographie

## 1 - Articles, livres et thèses :

- Acosta, M. (2008). *Démarche expérimentale, validation, et ostensifs informatisés. Implication dans la formation des enseignants à l'utilisation de Cabri en classe de géométrie*. Thèse de doctorat de l'université Joseph Fourier de Grenoble.
- Arsac, G. (1999). Variations et variables de la démonstration en géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19-3, pp. 357-390.
- Artigue, M. (1997). Le logiciel 'Derive' comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage, *Educational Studies in mathematics*, 33(2), pp. 133-169.
- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. and Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments, *Zentralblatt für Didaktik des Mathematik* 34(3), pp. 66-72.
- Assude, T. et Gelis, J-M. (2002). La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire. *Educational Studies in Mathematic*, 50, pp. 259-287.
- Assude, T. et Mercier, A. (2007). L'action conjointe professeur-élève dans un système didactique orienté vers le mathématiques, In G. Sensevy & A. Mercier (ed). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, pp. 153-185. Rennes : Presses Universitaires.
- Assude, T. (2007). Modes et degré d'intégration de Cabri dans des classes du primaire. In F. Ruhal et F. Conne (Eds). *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques* (pp. 119-134). Bruxelles : De Boeck.
- Assude, T., Buteau, C. et Forgasz H. (2010). Factors Influencing Implementation of Technology-Rich Mathematics Curriculum and Practices. In C. Hoyles and J-B. Lagrange (eds), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain* (pp. 404-419). Springer Sciences.
- Bellemain, F. et Capponi, B. (1992). Spécificité de l'organisation d'une séquence d'enseignement lors de l'utilisation de l'ordinateur, *Educational Studies in Mathematics* 23, pp. 59-97.
- Berthelot, R. et Salin, M-H. (1992). L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse université de Bordeaux I.

- Bloch, I. et Pressiat, A. (2009). L'enseignement de la géométrie, de l'école au début du collège : situations et connaissances, dans I. Bloch & al. (eds.), *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques*, pp. 65-88.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. et Jullien, M. (1991). Autour de l'enseignement de la géométrie, première partie. *Petit x*, 27, pp. 41-76.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherche en didactique des mathématiques*, 12/1, pp. 73-112.
- Chevallard, Y. (1992). Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques, dans B. Cornu (eds.), *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques* (pp. 183-203). PUF.
- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques. Actes de l'Université d'été, La Rochelle, IREM de Clermont-Ferrand, pp. 91-118.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H. & Gravenmeijer, K. (2010). The teacher and the tool : instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematic*, 75, pp. 213-234.
- Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, *Repères IREM*, 17, pp. 121-137.
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et des sciences cognitives*, Strasbourg, vol. 10, pp. 5-53.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics. An Educational Approach*, Kluwer Academic Publishers.
- Forest, D. et Mercier, A. (2010). Vidéos de séances en classe et ressources pour l'enseignement, éléments d'analyse. Dans G. Gueudet et L. Trouche (eds). *Ressources vives*. Presses Universitaires de Rennes, p. 321-339.
- Gousseau-Coutat, S. (2006). *Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie pour favoriser la liaison école primaire collège : une ingénierie didactique au collège sur la notion de propriété*. Thèse de l'Université Joseph Fourier Grenoble.
- Gugeon-Allys, B. (2008). Pratiques d'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique à l'école élémentaire. *Carrefours de l'éducation*, 25, pp. 75-90.
- Gruson, B., Forest, D. et Loquet, M. (2012). *Jeux de savoirs*. Presses Universitaires de Rennes.
- Houdement, C. et Kuzniak, A. (1999). Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematic*, 40, pp. 283-312.
- Houdement, C. et Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, *Annales de Didactique et de sciences cognitives*, vol 11, pp. 175-183.
- Hoyles, C. and Jones, K. (1998). Proof in dynamic geometry contexts. In C. Mammana and V. Villani (Eds), *Perspectives on Teaching of Geometry for the 21st Century*, pp. 121-128.
- Hoyles, C. and Lagrange, J-B. (2006). *Mathematics Education and Technology Rethinking The Terrain, the 17th ICMI study*. Springer.
- Howson, A-G. and Kahane, J-P. (1985). *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching*. ICMI. Cambridge.
- Imbert, J-L. (2007). L'intégration des TICE dans les pratiques mathématiques à l'école primaire, thèse Université Aix-Marseille.
- Jones, K. (1998). Deductive and intuitive approaches to solving geometrical problems. In Mammana, C et Villani, V., (Eds), *Perspectives on Teaching of Geometry for the 21st Century*, pp. 78-83.
- Laborde, C. et Capponi, B. (1994). Cabri géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14-1/2, pp. 165-210.

- Laborde, C. (2007). The role and uses of technology in mathematics classrooms : between challenges and modus vivendi. *Canadian Journal of Science. Mathematics and Technology Education*, 7(1), pp. 68-92.
- Lagrange, J-B. et C-Dedeoglu, N. (2009). Usages de la technologie dans des conditions ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 29/2, pp. 189-226.
- Lemonnier Jore, F. (2006). Paradigmes géométriques et formation initiale des professeurs des écoles, en environnements papier-crayon et informatique. Thèse Université Paris 7-Denis Diderot.
- Mangiante Orsola, C. (2013). Etude d'un dispositif articulant production de ressources et formation continue en géométrie, séminaire de didactique, Besançon, Mars.
- Mathé, A-C. (2006). Jeux et enjeux de langage dans la construction d'un vocabulaire de géométrie spécifique et partagé en cycle 3 (Analyse de la portée des jeux de langage dans un Atelier de géométrie en cycle 3 et modélisation des gestes de l'enseignant en situation), Thèse Université Claude Bernard Lyon I.
- Mercier, A. et Tonnelle, J. (1992). Autour de l'enseignement de la géométrie, deuxième partie. *Petit x*, 29, pp. 15-56.
- Mercier, A. et Tonnelle, J. (1993). Autour de l'enseignement de la géométrie, troisième partie. *Petit x*, 33, pp. 5-35.
- Offre, B., Perrin-Glorian, M.-J. et Verbaere, O. (2006). Usage des instruments et des propriétés de géométrie en fin de CM2. *Grand N*, 77, pp. 7-34.
- Parzysz, B. (1988). Knowing versus Seeing, Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics* 19(1), p 79-92.
- Perrin-Glorian, M-J. (2009). L'ingénierie comme interface recherche-enseignement, dans C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, F. Vandebrouck et F. Wozniak (Eds), En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV école d'été de didactique des mathématiques, Clermont-Ferrand.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies : approche cognitive des instruments contemporains*. Paris, Armand Colin.
- Restrepo, A-M. (2008). Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ème, Thèse Université Joseph Fourier Grenoble.
- Robotti, E. (2008). Les rôles du langage dans le recherche d'une démonstration en géométrie plane, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol n°28/2, pp. 183-218.
- Rolet, C. (1996). *Dessin et figure en géométrie : analyse des conceptions de futurs enseignants dans le contexte Cabri-géomètre*, Thèse de l'Université Claude Bernard Lyon 1.
- Ruthven, K. (2009). Towards a naturalistic conceptualisation of technology. Integration in classroom practise : the example of school mathematics, *Education et didactique*, 3, pp.133-152.
- Sensevy, G. (1998). *Institutions didactiques, étude et autonomie à l'école élémentaire*. Puf.
- Sensevy, G., Mercier, A. et Schubauer-Leoni, M-L. (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur à propos de la course à 20, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 20-3, pp. 263-304.
- Sensevy, G et Quilio, S. (2002). Les discours du professeur. Vers une pragmatique didactique. *Revue Française de pédagogie*, 141, pp. 47-56.
- Sensevy, G. et Mercier, A. (2007). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, PUR.
- Sensevy, G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. dans G. Sensevy & A. Mercier (eds). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, pp. 13-49. Presses Universitaires de Rennes.
- Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. De Boeck.
- Sensevy, G. (2011). *Chapitre 6 : comprendre l'action didactique. Méthode et jeux d'échelle. Le sens du savoir. Récupéré le 02/03/14,*

<http://python.espebretagne.fr/sensevy/sensdusavoir/LeSensDuSavoirChap6.pdf>

Sensevy, G. (2012). Le jeu comme modèle de l'activité humaine et comme modèle en théorie de l'action conjointe en didactique. Quelques remarques. *NPPS*, vol7/2, pp. 105-132.

Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S. et Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM*

Soury-Lavergne, S. (2011). De l'intérêt des constructions molles en géométrie dynamique. *Mathematice*, n° 27 (<http://revue.sesamath.net/spip.php?article364>).

Trouche, L. (2005). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en Didactique des mathématiques*, vol. 25-1, p 91-138.

## **2 - Programmes officiels, manuels et autres documents**

Bulletin officiel (2008), cycle des approfondissements, programme du CE2, CM1, CM2.

[http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme\\_CE2\\_CM1\\_CM2.htm](http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/programme_CE2_CM1_CM2.htm)

<http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/approfondissements.htm>

Bulletin officiel (2002).

<http://www.education.gouv.fr/bo/2002/hs1/default.htm>

Documents d'accompagnement des programmes (2002), Espace et géométrie cycle 2 (<http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Espace.pdf>), mathématiques cycle des approfondissements ([http://www.apmep.fr/IMG/pdf/math\\_Ecole\\_C3.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/math_Ecole_C3.pdf)), consultés en juillet 2014.

Manuels :

Charnay, R., Combier, G., Dussuc, M-P. Et Madier, D.(2010).Cap Maths, manuel de l'élève, CM2, édition Hatier.

Ouvrages spécifiques :

Durpaire, J-L, (2007). *Les TICE au service des élèves du primaire*, Les dossiers de l'ingénierie éducative. Sceren